第三十四屆國際科技展數學得獎作品簡介

編輯部

第三十四屆國際科技展（ International Science and Engineering Fair 簡稱 ISEF ）去年五月九日～十四日在美國新墨西哥州 Albuquerque 市舉行。這個展覽是全球性的，參展者依次從地方、城市、區域等展覽中脫穎而出，能參加「國際科技展」的都是最後的佼佼者。

此次作品計分十二組：行爲和社會科學、生物化學、植物學、醫學和衞生、微生物學、動物學、環境科學、化學、地球和太空學、工程學、數學和電子計算機科學、生物學。

以下是此次得獎的「數學作品」簡介，同時列出作者的聯絡處，以方便有興趣的讀者直接與作者聯繫（在此謝謝「聯大國際股份有限公司」王又晨小姐協助提供資料）。

此外，我們特別刊出獲得「數學和計算機科學組」的「ISEF」首獎及「美國數學學會」二獎的于如岡同學作品全文，並且轉載了他在中華日報所寫的「國際科技大展記實」一文。

關於奇完全數的尋找

ON THE SEARCH FOR AN ODD PERFECT NUMBER Ⅲ

所謂完全數，就是那種等於本身眞因數之和的整數。雖然有許多偶完全數已經找到了，但自從 2500 年前古希臘人以來，奇完全數的存在性始終困擾著人們。它可能是未解決的數學問題中次有名的。

一種原創性的技巧用來探討這些數的性質，包括因數的個數、因數的大小以及整數本身的大小的新結果被提出來。

本文獲得：

Mathematical Association of American 首獎

U. S. Navy / Naval War College 首獎

General Motors ISEF 三獎

作者聯絡處：

Brandstein, Michael S., Woodbridge H. S., Woodbridge, VA 22192; 12120 Harbor Drive, Woodbridge, VA 22192.

質數分佈的一種新逼近

A NEW APPROXIMATION FOR THE DISTRIBUTION OF PRIME NUMBERS

這篇論文提供函數 $\pi(x)$，其對數積分逼近〔$L_i(x)$〕的修正，其中 $\pi(x)$ 是小於或等於 x 的所有質數的個數。函數 $M_i(x)$ 是利用容許對數積分的積分下限直接隨著上限改變而得到的。令下限隨著上限的開方改變提供 $\pi(x)$ 的一個逼近，這個逼近值和 $L_i(x)$ 一樣或更好。我們也發現兩個函數的各種平均甚至提供了 $\pi(x)$ 更精確的估計值。

本文獲得：

General Motors ISEF 首獎

作者聯絡處：

Levine, Stephen E., Stuyvesant H. S., New York, NY 10003; 325 West 86th St., New York, NY 10024.

完全數：第二部分

PERFECT NUMBERS：PHASE Ⅱ

本計劃的目的是爲了決定偶完全數的性質。用來決定偶完全數性質的步驟包括：(1)研究連續的偶完全數作爲模型。(2)對於所有的偶完全數，證明那些似乎是眞的現象。

結果包括五個定理：(1)若 2^p-1 是質數，則 $a=2^{p-1}(2^p-1)$ 是完全數，而且每一個偶完全數都是這種形式；(2)偶完全數和前 2^p-1 個連續正整數的和相等；(3)大於 6 的偶完全數有一個 1 的數字根（digital root）；(4)大於 6 的偶完全數和第一個連續的正奇數立方相等；(5)所有的偶完全數必定有一位（個位、百位，…）是 6 或 8 。

本文獲得：

University of New Mexico Presidential Scholarship 首獎

General Motors ISEF 四獎

作者聯絡處：

Brewster, Tony L., Northeast

Lauderdale H. S., Meridian, MS 39301; Route 1, Box 356 B, Toon suba, MS 39364.

整數間整除性的互除分析

ALGORITHMIC ANALYSIS OF DIVISIBILITY BETWEEN INTEGERS

有名的互除法已經成爲檢驗整除性的標準方法，利用它，一個數可以分解成它的質因數冪次乘積。這些質因數的組合是所有可能的除數。然而，在對付除數2，3和5時有各種特別的小技巧。除了這很少的情況外，整除性（特別是大的整數之間）仍然存在冗繁的步驟。我的研究計劃是針對這個問題而提出來的。利用數論方法，可以使這些小技巧得以理解，依此來一般化並洞察問題而建立新的互除法。我的研究提出形式爲 2^n, 5^n 的除數，10^n-1，10^n+1 除數，以及其個位數是1, 3, 7, 9（即與 10 互質的除數），其整除性的檢驗。我的兩個涉及“單位乘法（unit multipliers）”的結果如下：

$a=(10)m\pm1$ 和 $b=(10)k+n$，a 整除 b 若且唯若 a 整除 $k\mp mn$。

$a=(10)m\pm3$ 和 $b=(10)k+n$，a 整除 b 若且唯若 a 整除 $k\pm(3m\pm1)n$。

一個重要的了解是：檢驗整除性不同於做因數分解——消除兩者相同的誤解會導向新的進展路徑。

本文獲得：

General Motors ISEF 三獎

作者聯絡處：

Wang, Mark Y. D., Norman High School, Norman, Oklahoma 73069; 3706 Quail Drive, Norman, Oklahoma 73069.

β數：用來產生前“N”個整數的冪次和的數列

BETA NUMBERS: A NEW SEQUENCE OF NUMBERS USED IN YIELDING THE SUMS OF POWERS OF THE FIRST “N” INTEGERS

伯努利數（Bernoulli numbers）和多項式已經被公認在無限級數理論和數論上扮演著重要的角色。本計劃最初的目的是分析伯努利數和多項式，以便尋求產生它們的新定義方法。然而，在分析中却發現一串非常接近伯努力數的數列。新的目標嘗試發展一種適用這些數的公式，此外，並試著尋找它們有用的應用。前幾個β數定義爲 $\beta_1=1$，$\beta_2=1/2$，$\beta_3=1/6$，$\beta_4=0$，……而伯努利數已知是 $B_0=1$，$B_1=-1/2$，$B_2=1/6$，$B_3=0$，……兩者差別似乎很小，但β數的生成公式和β多項式的性質證明完全和伯努利數和多項式不同。

總之，下列是已經發展出來的結果：生成β數的遞廻公式；利用β數求前“n”個整數冪次和的求知公式；展示微積分性質並且和二項式定理有關的β多項式。爲了發現生成β數的非遞廻方法，進一步研究正在進行。

本文獲得：

United States Army 首獎

General Motors ISEF 二獎

United States Air Force 二獎

Mathematical Association of America 三獎

作者聯絡處：

Depasquale Jr., Vincent A., Lincoln Junior-Senior High School, Lincoln RI 02865, Samuel Stephens Drive, Lincoln, RI 02865.

一個基本廻圈

ONE ELEMENT LOOPS

任給一個整數，把它每一個位數平方相加，產生一個新數，再把新數的每一個位數平方相加又產生另一個新數。繼續如上方法所產生的級數，終將在一個“廻圈”中重覆。以任意整數開始，會得到基本廻圈（0，0）或（1，1）或八個元素（4，16，37，58，89，145，42，20，4）中的一個。例如 23，$2^2+3^2=13$，$1^2+3^2=10$，$1^2+0^2=1$，$1^2=1$，……得到廻圈（1，1）。使用 65，$6^2+5^2=61$，$6^2+1^2=37$，$3^2+7^2=58$，$5^2+8^2=89$，$8^2+9^2=145$，$1^2+4^2+5^2=42$，$4^2+2^2=20$，$2^2+0^2=4$，$4^2=16$，$1^2+6^2=37$，……得到廻圈（4，16，37，58，89，145，42，20，4）。

把廻圈的觀念一般化成任意底 b，以及任意位數選取一個固定的冪次 j，會有很多有趣的問題和結果產生。一個這樣的結果是：給定底 b，以及冪次 $j=2$，基本廻圈的個數等於 b^2+1 的除數個數。

本文獲得：

General Motors ISEF 四獎

作者聯絡處：

SZE, LAWRENCE H., BATON ROUGE H.S., Baton Rouge, LA 70806 5120 Parkforest Dr., Baton Rouge, LA 70816.

方塊理論的進展

ADVANCING CUBE THEORY

在智力遊戲歷史中，魯比克方塊（Rubik's Cube，即俗稱的魔術方塊）是一典型。它不僅是一個智力遊戲而已，它更爲許多純數學的以及非數學的觀念提供了一個有形的物理模型。魯比克方塊，一個 $3\times3\times3$ 的方塊，是所有 $N\times N\times N$ 立方體的子集合。這個群是所有擁有 N－維智力遊戲（宇集— universal set）的子集合。

本計劃的目的是探討宇集的子集合來發展這些群的一般解。

本計劃開始是以我解魯比克立方體（$3\times3\times3$）時的共軛觀念來解（$4\times4\times4$）方塊。甚至 $38\times38\times38$ 那麼大的方塊時，電腦程式也可用來展現各面旋轉的結果。試驗引導操作的發展，那使得 $N\times N\times N$ 的一般解變成可能。

4 維以上的智力遊戲可以藉著留意 1，2，3 維的特徵來介定。一個較長的電腦程式寫來旋轉 4 維的立方體。測試使用來發現 3 維和 4 維的操作是否有相似的結果。我們發現 $N\times N\times N$ 操作與共軛性合用足以解決先是 $2\times2\times2\times2$，然後是 $N\times N\times N\times N$ 的情形。在一個 N－維具有無限長度方體上的移動已經定義了，而且它的解的理論基礎也已經建立了。此解的有效性有待進一步的研究。

本文獲得：

General Motors ISEF 三獎

作者連絡處：

Tokuda, Lance A., James B. Castle H.S., Kaneohe, HI 96744; 46-237 Heeia St., Kaneohe, HI 96744.