談「自然組」試題命題並與考生共勉

羅添壽

教師們教導學生是「因材施教」，「因組命題」亦該是命題教授所秉持的原則。此次自然組的命題，不但普遍合理，而且能考出學生們眞正的程度。試題皆要經過分析思考，不但沒有簡易至無命題價值的考題，而且沒有艱深至把所有考生難倒的試題，可見命題教授此次用心之良苦。

註： 1. 筆者不是明星學校的老師，能有如此的感受，相信明星學校的教師們亦能贊同筆者的看法。

2. 往後聯考倘能如今年的試題，不但中下程度學生能好好研習數學，且中上程度的考生該知道如何研習數學，對所習能加以分析思考而不再以拚命背一些難題的解題技巧而引以爲榮。

3. 今年考題對中上程度的學生而言，考生做起來比較有成就感，對中下程度的考生，可能題題皆做，但大部份可能有小錯誤或中途而廢，其因乃思考分析之能力不夠之故，故分數會偏低。

今筆者僅將容易錯誤，不易思考或該題可用多種解法者提出，共同研究、參考。

甲 若一函數 f，對每 x 在其定義域恒有 $f(x)=f(-x)$ 時稱此函數爲偶函數。下列五個函數中，那些是偶函數？

(A) $f_1(x)=\dfrac{\sin x}{10^x-10^{-x}}$

(B) $f_2(x)=(5^x+\dfrac{1}{5^x})\sec x$

(C) $f_3(x)=\dfrac{(x^3+x)(\cot x+\csc x)}{x-\tan x}$

(D) $f_4(x)=x\log_{10}(x+\sqrt{x^2+1})$

(E) $f_5(x)=\dfrac{x}{10^x-1}-1+\dfrac{x}{2}$

分析： 此題不該放於第一題，因(D)(E)兩選擇項必加以冷靜的分析思考始能得分，筆者建議該題該放於最後<己>大題才能在考生心情平衡的情況下考生眞正的程度，故此題能得滿分者必將寥寥無幾。

解： 因(A)(B)(C)簡易故省略

(D)因 $f_4(-x)$

$$=-x\log(-x+\sqrt{(-x)^2+1})$$

$$=x\log(\sqrt{x^2+1}-x)^{-1}$$

$$=x\log\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$$

$$=x\log(\sqrt{x^2+1}+x)$$

$$=f_4(x)$$

故 f_4 是偶函數

(E) $f_5(-x)=\dfrac{-x}{10^{-x}-1}-1+\dfrac{-x}{2}$

$$= -\left(\frac{x}{\frac{1}{10^x}-1}+\frac{x}{2}\right)-1$$

$$= -\left(\frac{x\cdot 10^x}{1-10^x}+\frac{x}{2}\right)-1$$

$$= -\left(\underline{\frac{x\cdot 10^x}{1-10^x}+x}-\frac{x}{2}\right)-1$$

$$= -\left(\frac{x\cdot 10^x+x-x\,10^x}{1-10^x}-\frac{x}{2}\right)-1$$

$$= -\left[\frac{x}{1-10^x}-\frac{x}{2}\right]-1$$

$$= \frac{x}{10^x-1}-1+\frac{x}{2}$$

$$= f_5(x)$$

或

$$f_5(-x)=\frac{x\cdot 10^x}{10^x-1}-1-\frac{x}{2}$$

$$= x+\frac{x}{10^x-1}-1-\frac{x}{2}$$

$$= \frac{x}{10^x-1}-1+\frac{x}{2}$$

$$= f_5(x)$$

$$\left(\because \frac{x\cdot 10^x}{10^x-1}=\frac{x\,(10^x-1+1)}{10^x-1}=x+\frac{x}{10^x-1}\right)$$

得 $f_5(x)$ 爲偶函數

答：(A)(B)(D)(E)

乙　兩端點在一橢圓上的線段該爲該橢圓的弦。在橢圓 $25x^2+4y^2=100$ 的諸弦中，以點（1，－4）爲中點的弦方程式爲

(A) $3x-2y-11=0$

(B) $5x-4y-21=0$

(C) $8x-5y-28=0$

(D) $25x-4y-41=0$

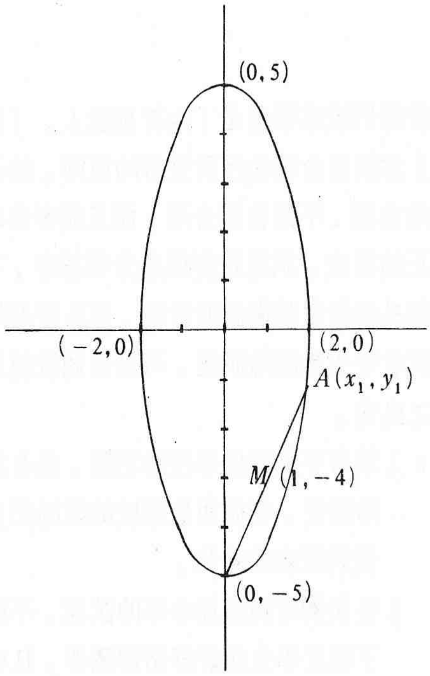
(E) $25x-16y-89=0$

分析：①此試題共有5種解法，然死背共軛直徑（東華本）（解法四），或用微分法（解法五）的考生佔很大的便宜。

②有些考生用反代法發覺(A)(B)(C)(D)(E)皆能滿足題意，故先聯立求交點再利用中點公式驗算，雖然很苦，但對一些考生用此種方法得10分，實爲良策，故筆者建議儘量考計算題。

③有些考生把圖形描畫非常正確，而觀察答案，命中率很高。

解法一：



$$\because\ \frac{x^4}{2^2}+\frac{y^2}{5^2}=1\quad \text{如圖}$$

①設 AB 的 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，且 M 爲 AB 之中點。則

$$\frac{x_1+x_2}{2}=1,\quad \therefore x_1+x_2=2$$

②設直線 AB 方程式爲 $y+3=m(x-1)$ 代入 $25x^2+4y^2-100=0$ 中，得

$$25x^2+4[m(x-1)-4]^2-100=0$$

$$\Rightarrow\ 25x^2+4[m^2(x^2-2x+1)-8m(x-1)+16]-100$$

$$= 0$$

$$\Rightarrow \quad 25x^2 + 4m^2x^2 - 8m^2x + 4m^2 - 32mx + 32m + 64 - 100 = 0$$

$$\Rightarrow \quad (25 + 4m^2)x^2 - 8m(m+4)x + (4m^2 + 32m - 36) = 0$$

之兩根為 x_1, x_2，

$$\therefore \quad x_1 + x_2 = \frac{8m(m+4)}{25 + 4m^2} = 2$$

$$\therefore \quad 50 + 8m^2 = 8m^2 + 32m$$

$$\therefore \quad m = \frac{50}{32} = \frac{25}{16}$$

故所求直線 AB 為

$$y + 4 = \frac{25}{16}(x - 1)$$

$\therefore \quad 25x - 16y - 89 = 0$ 為所求。

答：(E)

解法二：（利用對稱再配合根軸之求法）

設 Γ_1：$25x^2 + 4y^2 = 100$ 上任一點 $P(x, y)$

以 $M(1, -4)$ 為對稱中點之對補點為 $Q(x', y')$ 所成之集合為 Γ_2，則

$$\begin{cases} x + x' = 2 \\ y + y' = -8 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 2 - x' \\ y = -8 - y \end{cases} \quad \text{代入}\Gamma_1\text{中}$$

得 $25(2-x')^2 + 4(-8-y')^2 = 100$ 為 Γ_2

$$\Rightarrow \quad 25(x'^2 - 4x' + 4) + 4(64 + 16y' + y'^2) = 100$$

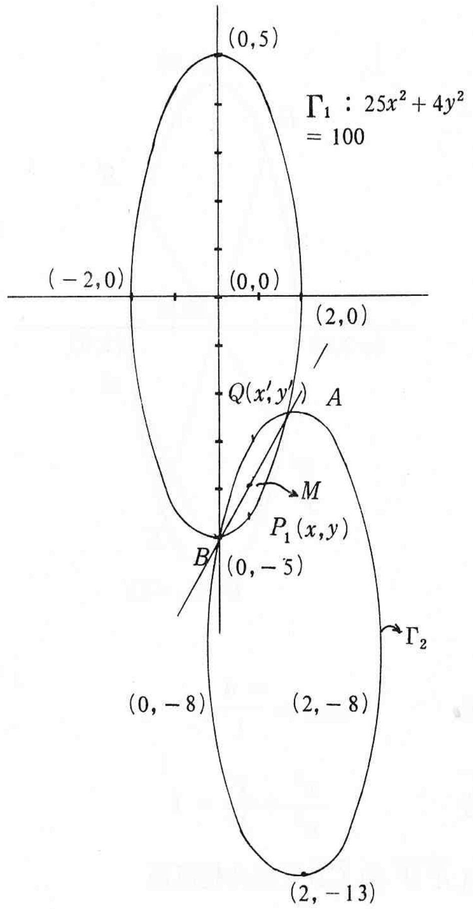
$$\therefore \quad \Gamma_2：25x^2 + 4y^2 - 100x + 100 + 64y + 256 = 100$$

$$\therefore \quad \Gamma_2：25x^2 + 4y^2 - 100x + 64y + 256 = 0$$

由 Γ_1 與 Γ_2 聯立

得 $\quad 100x - 64y - 356 = 0$

$\therefore \quad 25x - 16y - 89 = 0$ 為所求 AB 直線



答：(E)

解法三：（同義於解法二，然非用根軸之想法）

設過 $(1, -4)$ 之弦相異兩點為 $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$

$$\Rightarrow \quad \frac{x_1 + x_2}{2} = 1, \quad \frac{y_1 + y_2}{2} = -4$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = -x_1 + 2, \quad y_2 = -y_1 - 8$$

$\because (x_1, y_1), (-x_1 + 2, -y_1 - 8)$ 均在 $25x^2 + 4y^2 = 100$ 上，故

$$\begin{cases} 25x^2 + 4y^2 = 100 & \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ 25(-x_1 + 2)^2 + 4(-y_1 - 8)^2 = 100 & \cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

由①②聯立得

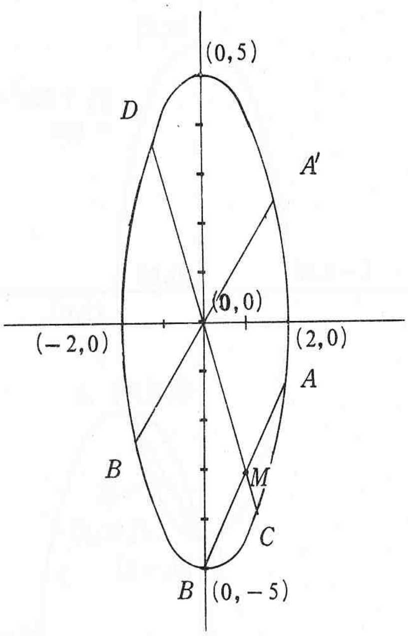
$$25x_1 - 16y_1 - 89 = 0$$

$\therefore 25x - 16y - 89 = 0$ 為所求

答：(E)

解法四：（利用諸平行弦中點的連線段稱為橢圓之弦求之）

設 $\overline{CD}$ 為諸平行弦 $\overline{AB}$ 之直徑，



但 $m_{CD}=\dfrac{-4}{1}=-4$

設 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$

且 $\overline{A'B'}$ 與 $\overline{CD}$ 互爲共軛直徑

則 $m_{A'B'}\cdot m_{CD}=-\dfrac{b^2}{a^2}$ 且 $\overline{A'B'}\,/\!/\,\overline{AB}$(如圖)

又 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{25}=1$

$$\therefore m_{A'B'}\cdot m_{CD}=-\frac{25}{4}$$

($\overline{A'B'}$ 與 $\overline{CD}$ 互稱共軛直徑)

$$\therefore m_{A'B'}\cdot -4=-\frac{25}{4}$$

$$\therefore m_{A'B'}=\frac{25}{16}=m_{AB}$$

$$\therefore y+4=\frac{25}{16}(x-1)$$

$\therefore 25x-16y-89=0$ 爲所求

解法五：用偏微分法(僅供參考用)

設平行弦之斜率爲 $m=\dfrac{dy}{dx}$

則 $25x^2+4y^2-100=0$ 對 x，y 偏微分得

$$50x\,dx+8y\,dy=0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx}=-\frac{25x}{4y}\bigg|_{\substack{x=1\\y=-4}}$$

$$\therefore m=-\frac{25\times 1}{4(-4)}=\frac{25}{16}$$

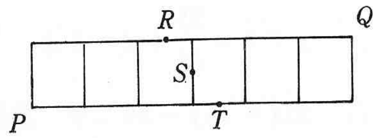
$$\therefore y+4=\frac{25}{16}(x-1)$$

$$\therefore 25x-15y-89=0$$

答：(E)

註：以上皆爲考生可能想到之方法，今筆者整理之，僅供參考。

戊 有街道如下圖(每一小方格皆爲正方形)，甲自 P 往 Q，乙自 Q 往 P，兩人同時出發，以相同速度，沿最短路線前進。



假設在每一分叉路口時，選擇前進方向的機率都相等，問甲、乙二人在路上相遇的機率有多大？將所求得機率化爲形如 $a/2^n$ 的最簡分數(即概約分數)，其中 n 及 a 皆爲正整數，則

(1)(A) $n=0$

(B) $n\in\{8,9\}$

(C) $n\in\{4,5,6,7\}$

(D) $n\in\{2,3,6,7\}$

(E) $n\in\{1,3,5,7,9\}$

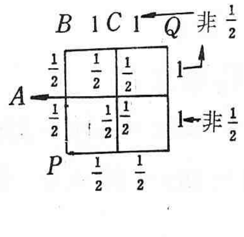
(2)(A) $a+b$ 爲 3 的倍數

(B) $a+b$ 爲 5 的倍數

(D) $a+b$ 爲 7 的倍數

(E) $a+b$ 爲 13 的倍數

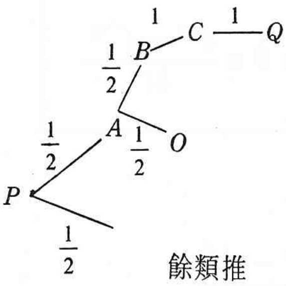
分析：①此題可能有很多學生作錯理由



例由P至Q如下圖，走捷徑是

$$\begin{matrix} & A & & B & & C & & Q & \\ & \frac{1}{2} & \times & \frac{1}{2} & \times & 1 & \times & 1 & +\cdots\cdots \end{matrix}$$

非 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\cdots\cdots$



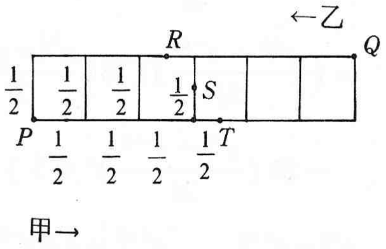
餘類推

②解法二爲誤解，僅供參考，或許你的想法就是如此吧！

③此題容易忘記S點，故不易得分。

解法一：

甲走至R之機率爲



$$\left(\frac{1}{2}\times1\times1\times1\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1\times1\right)$$

$$+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1\right)$$

$$=\frac{7}{8}=\frac{14}{16}$$

甲走至S之機率爲 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

甲走至T之機率爲 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

同理，乙走至T，S，R之機率分別爲

$$\frac{7}{8}，\frac{1}{16}，\frac{1}{16}$$

故兩人在R相遇之機率爲 $\frac{14}{16}\times\frac{1}{16}$

在S相遇之機率爲 $\frac{1}{16}\times\frac{1}{16}$

在T相遇之機率爲 $\frac{14}{16}\times\frac{1}{16}$

故所求爲

$$\frac{14}{16}\times\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\times\frac{1}{16}+\frac{14}{16}\times\frac{1}{16}=\frac{29}{2^8}$$

$$\therefore n=8，\quad a=29$$

(1)答(B)；(2)答(B)(C)。

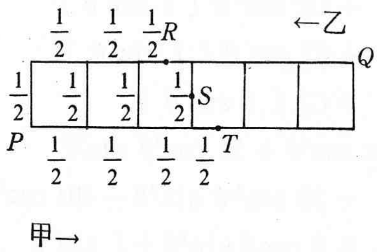
解法二：（此爲誤解請讀者注意）

甲走至R之機率爲

$$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$$

$$+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{3}{16}$$



甲走至S之機率爲

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$$

甲走至T之機率爲

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$$

同理，乙走至T，S，R之機率分別爲

$$\frac{3}{16}，\frac{1}{16}，\frac{1}{16}$$

故兩人相遇之機率爲

$$\left(\frac{3}{16}\times\frac{1}{16}\right)+\left(\frac{1}{16}\times\frac{1}{16}\right)$$

$$+\left(\frac{1}{16}\times\frac{3}{16}\right)$$

$$=\frac{7}{2^8}$$

(1)答(B)；(2)答(E)。

非選擇題第二大題第1小題

求證　$\sin 5\theta=16\sin^5\theta-20\sin^3\theta+5\sin\theta$

分析：此題可用三種解法解出，然筆者認爲以棣美弗定理配合二項式定理解之較爲完美。

解法一：

由棣美弗定理及二項式定理

得　$(\cos\theta+i\sin\theta)^5$

$$=\cos 5\theta+i\sin 5\theta$$

$$=C_0^5\cos^5\theta+C_1^5\cos^4\theta(i\sin\theta)+C_2^5\cos^3\theta(i\sin\theta)^2+C_3^5\cos^2\theta(i\sin\theta)^3+C_4^5\cos\theta(i\sin\theta)^4+C_5^5(i\sin\theta)^5$$

$$=\cos^5\theta+5i\cos^4\theta\sin\theta-10\cos^3\theta\sin^2\theta-10i\cos^2\theta\sin^3\theta+5\cos\theta\sin^4\theta+i\sin^5\theta$$

$$=(\cos^5\theta-10\cos^3\sin^2\theta+5\cos\sin^4\theta)+(5\cos^4\theta\sin\theta-10\cos^2\theta\sin^3\theta+\sin^5\theta)$$

比較虛部

$\therefore$　$\sin 5\theta$

$$=5\cos^4\theta\sin\theta-10\cos^2\theta\sin^3\theta+\sin^5\theta$$

$$=5(1-\sin^2\theta)^2\sin\theta-10(1-\sin^2\theta)\sin^3\theta+\sin^5\theta$$

$$=5\sin\theta-10\sin^3\theta+5\sin^5\theta-10\sin^3\theta+10\sin^5\theta+\sin^5\theta$$

$$=16\sin^5\theta-20\sin^3\theta+5\sin\theta$$

$\therefore$本題得證。

解法二：利用尤拉公式(供參考用)

尤拉公式

$$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$$

$$e^{-i\theta}=\cos\theta-i\sin\theta$$

$$\therefore\cos\theta=\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$$

$$\sin\theta=\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$$

$$\because\quad \sin\theta=\frac{e^{i\theta}-e^{i\theta}}{2i}$$

$$\therefore\quad 右=16\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^5-20\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^3+5\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)$$

$$=\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)\left[16\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^4-20\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^2+5\right]\quad\cdots\cdots①$$

但　$$\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^2=\frac{e^{2i\theta}-2+e^{-2i\theta}}{-4}$$

$$\therefore\quad\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^4$$

$$=\left(\frac{e^{2i\theta}-2+e^{-2i\theta}}{-4}\right)^2$$

$$=\frac{e^{4i\theta}+4+e^{-4i\theta}-4e^{2i\theta}-4e^{-2i\theta}+2}{16}$$

分別代入①式得

$$=\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)$$

$$\cdot\left[\left(e^{4i\theta}+e^{-4i\theta}-4e^{2i\theta}-4e^{-2i\theta}+6\right)-20\left(\frac{e^{2i\theta}-2+e^{-2i\theta}}{-4}\right)+5\right]$$

$$=\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)$$
$$\cdot[\,e^{4i\theta}+e^{-4i\theta}-4e^{2i\theta}-4e^{-2i\theta}+6$$
$$+5e^{2i\theta}-10+5e^{-2i\theta}+5\,]$$
$$=\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)$$
$$\cdot[\,e^{4i\theta}+e^{-4i\theta}+e^{2i\theta}+e^{-2i\theta}+1\,]$$
$$=\frac{1}{2i}[\,e^{i\theta}-e^{-i\theta}\,]$$
$$\cdot[\,e^{4i\theta}+e^{-4i\theta}+e^{2i\theta}+e^{-2i\theta}+1\,]$$
$$=\frac{1}{2i}[\,e^{5i\theta}+e^{-3i\theta}+e^{3i\theta}+e^{-i\theta}+e^{i\theta}$$
$$-e^{3i\theta}-e^{-5i\theta}-e^{i\theta}-e^{-3i\theta}-e^{-i\theta}\,]$$
$$=\frac{1}{2i}[\,e^{+5i\theta}-e^{-5i\theta}\,]$$
$$=\sin 5\theta$$
$=$左

∴本題得證

解法三：（利用兩倍角與三倍角公式）

因

$$\sin 5\theta$$
$$=\sin(3\theta+2\theta)$$
$$=\sin 3\theta\cos 2\theta+\cos 3\theta\sin 2\theta$$
$$=(3\sin\theta-4\sin^3\theta)(1-2\sin^2\theta)$$
$$+(4\cos^3\theta-3\cos\theta)\cdot 2\sin\theta\cos\theta$$
$$=3\sin\theta-4\sin^3\theta-6\sin^3\theta$$
$$+8\sin^5\theta+8\sin\theta(1-\sin^2\theta)^2$$
$$-6\sin\theta(1-\sin^2\theta)$$
$$=3\sin\theta-10\sin^3\theta+8\sin^5\theta$$
$$+8\sin\theta(1-2\sin^2\theta+\sin^4\theta)$$
$$-6\sin\theta+6\sin^3\theta$$
$$=5\sin\theta-20\sin^3\theta+16\sin^5\theta$$
$$=16\sin^5\theta-20\sin^3\theta+5\sin\theta$$

∴原題得證

註：嚴格證明的話要先證

$$\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$$
$$\sin 3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta$$

成立

非選擇題第四大題

假設 a，b，c，d，f 均爲實數，試證下列行列式恒爲非負，即

$$\begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & f \\ -c & -e & -f & 0 \end{vmatrix} \geqslant 0$$

分析：①此題爲偶次階反對稱行列式其值爲某實數的完全平方即 $(af-be+cd)^2$ 若爲奇次階反對稱行列式則其值爲0，大部份學生皆會死背，學校教師們亦強調之，故美中不足的是學生們已經先知道答案了，然後先降階展式再把背出之答案填上即得證（如解法一）。

②若欲用<解法二>必須討論 $f\neq 0$ 與 $f=0$ 兩種情形，相信大部份考生皆忘記此一步驟。當然會想到<解法二>的同學還是要先背 $(af-be+cd)^2$ 否則很難配出其答案。

解法一：

將原行列式化爲第一列元素與其對應餘因式乘積之和表之

$$\Delta=0\cdot\begin{vmatrix} 0 & d & e \\ -d & 0 & f \\ -e & -f & 0 \end{vmatrix}$$
$$-a\cdot\begin{vmatrix} -a & d & e \\ -b & 0 & f \\ -c & -f & 0 \end{vmatrix}$$
$$+b\begin{vmatrix} -a & 0 & e \\ -b & -d & f \\ -c & -e & 0 \end{vmatrix}$$
$$-c\begin{vmatrix} -a & 0 & d \\ -b & -d & 0 \\ -c & -c & -f \end{vmatrix}$$

$$
\begin{aligned}
&= -a\,(\,bef - cdf - af^2\,) \\
&\quad + b\,(\,be^2 - cde - aef\,) \\
&\quad - c\,(\,-adf + bde - cd^2\,) \\
&= a^2f^2 + b^2e^2 + c^2d^2 \\
&\quad - 2abef + 2acdf - 2bcde \\
&= (\,af - be + cd\,)^2 \geqslant 0
\end{aligned}
$$

解法二：

(1)當 $f \neq 0$ 時

因

$$
\Delta = \begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & f \\ -c & -e & -f & 0 \end{vmatrix}
$$

$\times d$

$\times(-e)$

$$
= \frac{1}{f}\begin{vmatrix} 0 & af & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -df & 0 & f \\ -c & -ef & -f & 0 \end{vmatrix}
$$

$$
= \frac{1}{f}\begin{vmatrix} 0 & af-be+cd & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & 0 & 0 & f \\ -c & 0 & -f & 0 \end{vmatrix}
$$

$$
= -\frac{1}{f}\,(\,af - bc + cd\,)
$$

$$
\cdot \begin{vmatrix} -a & d & e \\ -b & 0 & f \\ -c & -f & 0 \end{vmatrix}
$$

$$
\begin{aligned}
&= -\frac{1}{f}\,(\,af - be + cd\,) \\
&\quad \cdot (\,bef - cdf - af^2\,) \\
&= (\,af - be + cd\,)^2 \\
&\geqq 0
\end{aligned}
$$

(2)當 $f = 0$ 時

因

$$
\Delta = \begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & f \\ -c & -e & -f & 0 \end{vmatrix}
$$

$$
= \begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & 0 \\ -c & -e & 0 & 0 \end{vmatrix}
$$

$$
= -(-c)\begin{vmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ -a & 0 & 0 \end{vmatrix}
$$

$$
+(-e)\begin{vmatrix} 0 & b & c \\ -a & d & e \\ -d & 0 & 0 \end{vmatrix}
$$

$$
\begin{aligned}
&= c\,(\,-bde + cd^2\,) \\
&\quad - e\,(\,-b^2e + bcd\,) \\
&= b^2e^2 + 2bcde + c^2d^2 \\
&= (\,be - cd\,)^2 \\
&= (\,af - be + cd\,)^2 \geqslant 0
\end{aligned}
$$

故原題得證

—本文作者任教於新化高中—