

## 上期徵答問題

### 優勝名單

#### 8201 優勝名單

特優：李中一（台大物理）

優良：沈仲一

#### 8202 優勝名單

答對者：郭仲成（輔大數學）

朱元泰（四海工專）

陳鍊池

黃曼菁（北一女中）

顏瑞昇（台中一中）

江怡德（台中一中）

沈仲一

部分答對者：

張毅文（東海數學）

陶堅強（輔大數學）

吳泰良（中興應數）

### 問題詳解

#### 8201 擬(矩)陣問題(張鎮華提供)

一個擬(矩)陣是一個有序對  $M = (E, B)$ ，其中  $E$  是有限集合，

$$\phi \ni B \subseteq 2^E \equiv \{S : S \subseteq E\}$$

並滿足“ $S, T \in B, x \in S \setminus T \Rightarrow \exists y \in T \setminus S$  使得  $(T \setminus \{y\}) \cup \{x\} \in B$ ”。假設  $E = A \cup B$ ，其中  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  且  $B = \{b_1, \dots, b_n\}$  是不相交的兩個集合，試求一個擬陣  $M^* = (E, B^*)$  使得  $A \in B^*, B \in B^*$

解答：(張鎮華提供)

假設  $M = (E, B)$  是滿足  $A \in B, B \in B$  的擬陣，對任意  $S \subseteq A$ ，可由歸納法證明：存在某個  $X \in B$  使得  $A \cap X = S$ 。當  $|S| = 0$  時，取  $X = A$ 。假設  $|S| = k - 1$  時成立，考慮  $|S| = k$  的情況，取  $x = S$ ，由歸納法假設，存在  $X' \in B$  使得  $A \cap X' = S \setminus \{x\}$ ；由擬陣的定義，對於  $A, X' \in B$  及  $x \in A \setminus X'$ ，存在  $y \in X' \setminus A$ ，使得  $X = (X' \setminus \{y\}) \cup \{x\} \in B$ ，很容易知道  $A \cap X = S$ ，所以得