

p	\vee	T	q	\sim	r	q	P	\vee	\sim	\Rightarrow	\vee	p	\vee	p		
\sim	p	F	\wedge	p	\Rightarrow	T	\sim	T	p	p	\sim	\Rightarrow	q	F		
r	\wedge	r	真值表的困擾										r	p	F	
q	\sim	T	F	p	\sim	\wedge	r	\vee	p	\sim	T	r	\Rightarrow	q	\wedge	r
\sim	\wedge	p	q	\vee	p	T	\Rightarrow	p	F	p	\Rightarrow	r	\sim	T		
q	r	\sim	r	\wedge	q	\sim	F	q	\wedge	\sim	p	T	\vee	q	p	r

陸思明

阿呆的弟弟阿聰資賦不錯，暑期高中聯考不僅榜上有名，而且以第一志願進入大家嚮往的“明星”高中。他爲了開學後功課保持領先，在補習班選修了高一的英、數兩科，阿呆看在眼裡，喜在心裡，能有這樣一位知道上進的弟弟，面子煞是光彩。

一天阿聰問阿呆：『哥！高中數學好難啊！』阿呆笑着說：『以你的智商，怎麼會難得了。』『不！我在補習班已經聽了兩三堂，可是越聽越胡塗。』這時阿呆不免一怔，他不相信會有這樣的事，阿聰不得已就摸出補習班的半頁講義遞給他老哥，阿呆接過來一看，原來是邏輯方面的題目，裡面有幾題是辨別真假的，像：

- (A) $1 + 1 = 2$ 且 台北在臺灣。
- (B) 孔子是中國人或紐約在歐洲。
- (C) 月亮是太陽或水是二氧化碳。
- (D) 若黑的是白的，則 $2 \times 2 = 5$ 。

阿呆沒看完就笑了起來，『簡單！很簡單！！只要根據 \wedge ， \vee ， \rightarrow 的真值表，不要五秒鐘就能把正確答案填出來！』阿聰賭氣說：『是不是(A)真，(B)真，(C)假，(D)真？』『是啊！』阿呆奇怪自己的弟弟明明懂，爲什麼還要說越聽越胡塗呢？『答案雖然對，可是這些“敘述”沒有一句像頭腦正常的人所說的話。即使真值表能推斷它們的真假，這種真假究竟還有什麼實質意義呢？』阿聰這一反問，阿呆倒真

的沒有了話講，只好支吾地說：『這些題既然出自補習班名師之手，不會沒有道理的。』『可是我實在看不出有什麼道理。老哥，假若邏輯研究的淨是這些顛三倒四的句子，恐怕只有瘋子才能領會得了吧！』阿聰得理不讓人的樣子，使阿呆有點氣結。可是他自己也感到納悶，爲什麼像“若黑爲白，則 $2 \times 2 = 5$ ”這樣莫明其妙的句子，邏輯還要說它是「真」呢？現在他才知道阿聰所說的「越學越胡塗」是什麼意思。可恨的是他自己也不真正懂，於是怪不好意思地說：『你把我問倒了，不過我們可以去請教□老師，聽聽他怎麼說。』



□老師知道了他們兄弟二人的來意，對阿聰不肯人云亦云的氣質頗爲欣賞。不禁流露出快慰的神情對阿呆說：『你的弟弟問得好，很有見地。』接着他伸手從書架上抽出了一本書，一邊繼續說：『其實阿聰的疑問在十多年前，也曾使我困惑不解。（阿呆似乎不信。）那時候，“新數學”（註一）的浪潮，排山倒海的衝擊着高中數學教育，而這個浪潮的前鋒就是「集合」與「邏輯」。當時流行在教師群的一本非常熱門的參考書，就是現在我手中的這一本。』（阿呆兄弟趕緊伸頭去看，只見書的封面印的英文字是“Set Theory and Re-

lated Topics”。可是他們想不出這本書跟他們的問題有什麼關係，一臉迷惑，期待□老師進一步的解說。）□老師由他們的神情，看出他們的心意，就接着說：『因為這本書材料相當豐富，例題及解答也十分周全詳盡，很快就被教師視為「新數學」入門的“經典”。不論講課或考試，無不參考它的內容和範例。可惜它在邏輯那一章，爲了說明真假值，竟有「若巴黎在英國，則 $2 + 2 = 5$ 」（註二）這樣的例子，而且類似的例子反覆出現了多次。（□老師略作沉思。）也許當時高中數學老師被「新數學」的洪濤沖昏了頭腦，飄失了自己的判斷與理智；對這類例子不僅忽略了它們的怪異與無理，反而當成“新鮮”與好玩。於是顛三倒四，不倫不類的例子大批出籠。什麼「若太陽從西邊出來，則 $1 + 1 = 2$ 」，什麼「貓有三個頭或狗有六隻腳」，什麼「張飛是詩人且……」大家不談判斷是非的常理，却死記「真值表」作爲辨別真假的靈符。結果原本頭腦聰敏的學生，沾了邏輯之後，反而瘋言瘋語不知所云。現在回想起來，那陣子高中數學的走向，猶不禁心有餘痛呢。』說到這裡，□老師面色凝重，轉身把書放回書架，藉以緩和氣氛。

阿聰從□老師的追述中，才摸清補習班那幾道題的底細。可是他不明白在邏輯中爲什麼會允許這些顛三倒四的例子出現？學邏輯到底要作什麼？於是他又打破剛才的沉默，向□老師提出了他的疑問。

□：『這問題很大，以我的素養，恐怕無法回答得很周延。既然你們願意和我討論，我只好把自己體會出來的一點看法，提供你們參考。』阿呆突然爆出一句：『老師，我們對你有信心！』這句話把□老師也逗笑了。

□：『當一門知識累積到某種程度的時候，自然需要去蕪存菁，提煉內容，簡化形式。爲了把已掌握了規律與性質作更廣的應用或更深的推演，適度的抽象便成爲必經的橋樑。而抽象的方式大都趨向“符號化”與“數學化

”的路子。』

阿聰：『爲什麼一定要“數學化”？』

□：『並不是一定，只是因爲數學在抽象化方面已經提供了不少優良的模式而已！』

『是不是邏輯也要想走數學的路子？』阿呆不甘緘默。

□：『不錯！近百年來，邏輯學家殫精竭慮地想把普通語言陳述的傳統邏輯，提升爲一種特殊的數學來推演。譬如他們以 p, q, r, \dots 來表示具有真假意義的語句，作爲邏輯推演的元素；以 $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow$ 等連詞，作爲邏輯“運算”的符號；以「真值表」作爲邏輯運算的規則。在這樣的基礎上，他們逐漸地把邏輯變成了一種“命題代數”』。

『既然成了“代數”，它還有沒有邏輯意味呢？』

□：『當然有！因爲“命題”是邏輯的素材，“連詞”是邏輯的語言，「真值表」展示的是邏輯意義的真假，所以命題代數的基本內涵還是邏輯的，自不必「以詞害意」。』

『老師認爲符號邏輯是傳統邏輯的抽象化，這種抽象到底提升了些什麼？又犧牲了些什麼？』（阿呆今天似乎有了點深度。）

□：『命題的符號化與真值表的定式化，提升了邏輯推演的能力，而論證的架構與模式亦因符號的展示更爲簡明透澈！不過抽象難免要捨棄掉一些實質，在符號邏輯中，命題 p, q, r 只被當作“演算”的元素，至於這些命題陳述的現實內容是什麼，已不是符號邏輯考慮的主題了！』

阿聰仍感不解地問：『不考慮實質意義的學問又有什麼用處呢？』

□：『事實上符號邏輯也不是空中樓閣，就以它的演算基礎——真值表——而言，對「否」，「且」，「或」，「若則」等的真假規定，都曾顧及到現實生活中的慣常用法，而這些用法又都是經過長期地事理洗鍊，爲我們共同理解，共同遵奉的張本。並不是邏輯學家一廂情願的任意規定（註三）。只要我們探討的

問題具有實質意義，那麼表達或陳述此一問題的符號演式也就有了實質意義。反過來說，倘若沒有論述的主題，只拿一些支離破碎，沒頭沒腦的句子來胡拼亂湊，這樣湊出來的複合語句，自然毫無意義可言。邏輯也就變成無聊的符號遊戲。』（□老師的這番話，化解了阿聰心中的若干疑慮；而阿呆却不肯放鬆地提出了他被阿聰問倒的那個問題）『一個被認為是胡言亂語的複合敘述，真值表為什麼還能確定它的真假？』（□老師喝了一口茶，然後…）

□：『我認為「真值表」根據敘述 p, q 的真假來規定 $p \wedge q, p \vee q, p \rightarrow q$ 等的真假，固然抽象自現實生活的常規用法，但兩個具有現實意義的句子 p, q 能不能用 $\wedge, \vee, \rightarrow$ ，“任意”連結呢？明白的說，經過任意連結後的 $p \wedge q, p \vee q, p \rightarrow q$ 是否一定都是有意義呢？』

阿呆接着說：『不一定！就像「太陽從東邊升起」與「 $1 + 1 = 2$ 」都是意義明確的句子，倘若生硬地用“ \rightarrow ”（若…，則）連結起來，就變成「若太陽從東邊升起，則 $1 + 1 = 2$ 」。這句話顯然不倫不類，因為 $1 + 1 = 2$ 說什麼也沾不上太陽從那邊升起的邊，誰又會瞭解它要表達的意義到底是什麼？！』

□：『對！所以兩個有意義的句子連結得

不適當，也會變成一個意義不明的句子。這就是問題的關鍵！！衡諸常理，只有先知道一句話在說什麼，然後才會（也才可能）去考慮它的真假，如果根本不知道它在說什麼，又如何去考慮它的真假呢？因此，我認為對一句“不知所云”的句子來談“真假”是無意義的！這時真值表所“定”的「真」和「假」，就失去了可被理解的基礎，只算是一種無聊的符號遊戲而已！』

□老師的觀點平服了阿呆兄弟的困惑，他們已體會出補習班的那幾個例題雖然唬人，但是選的並不切當。不僅未能彰著真值表的意義，反而扭曲了它的形象，誤導了它的用法。

當他們心懷謝意地向□老師告辭的時候，□老師又懇切地提醒了阿聰一句：『判斷真假的是人的智慧，不是真值表！』

註一：指 1958 年美國數學會創設的「中小學數學研究小組」（簡稱 SMSG）所編寫的中學教材，當時被喧騰為「新數學」。我國教育當局亦曾以之為藍本，改革高中數學教育。

註二：見該書第 189 頁，例 5.1 之(4)。

註三：拙見認為對高中學生談“公理化”的觀點是不相宜的。