

7302 雷恩地不尋常的地毯 II

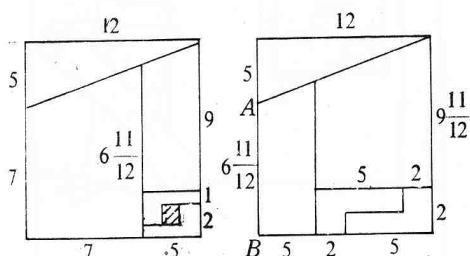
從讀者應答中，我們很意外地發現有三種不同的解答，而這三種解答都可以成立，以下是三種不同的解答：

解答 I (潘戎衍提供)

這一題和上一題相似，是利用粗略的作圖和些微的誤差來欺人耳目。

$$\text{圖一中之 } AB \text{ 的長度應為 } 4 + 5 \frac{7}{7+5} = 6 \frac{11}{12}$$

，而不是 7。



圖一

圖二

所以重組後的圖二，它的高應為 $11 \frac{11}{12}$ 而不足

的面積 $\frac{1}{12} \times 12$ 正好與圖一中一平方公寸的破洞相符。

解答 II (楊宗勳提供)

1° 吾人將原漫畫之 2 個幾何切割圖形繪製如下：圖一，圖二。

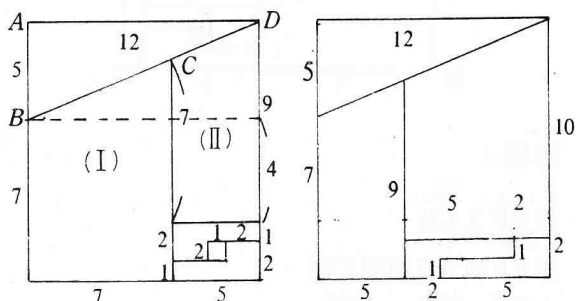


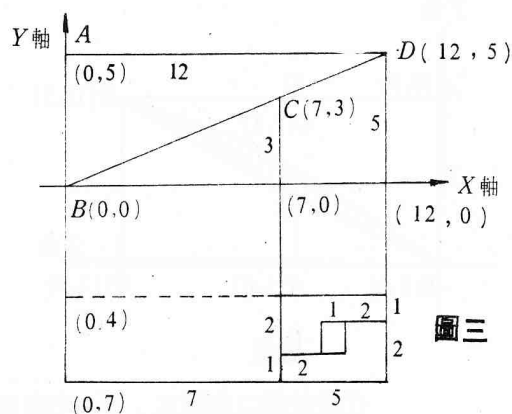
圖 1

圖 2

2° 吾人(觀察得知當)圖一演變為圖二時，圖一之梯形 I 與梯形 II 互換位置時，尚須考慮圖一之 B—C—D 線，是為一直線，或為一折線？若為一折線，當其互調時，

其因 \overline{BC} 與 \overline{CD} 之在坐標系中斜率不同，而無法完全吻合，因而產生空隙。此乃吾人探討之問題之一。

3° 吾人將圖一之圖形置於直角坐標系(如圖三所示)上，討論 \overline{BC} 與 \overline{CD} 之斜率互異。圖三之 X 軸乃為由 B 點至正方形之一邊所做之垂線。且以 B 為原點。



圖三

$$\left. \begin{aligned} (1) \overline{BC} \text{ 斜率} &= \frac{3}{7} \dots\dots ① \\ \overline{CD} \text{ 斜率} &= \frac{2}{5} \dots\dots ② \end{aligned} \right\} \text{ 不等}$$

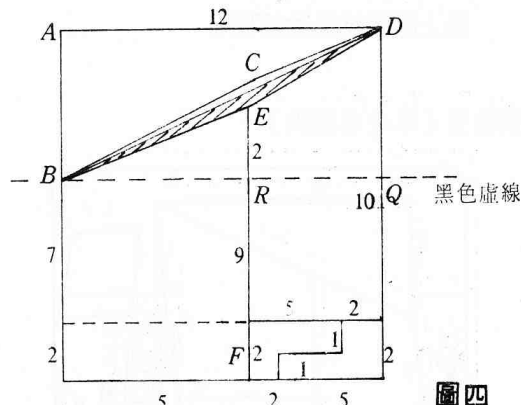
∴由①②知，B—C—D 乃一折線，且以 C 為折點。

(2) 又 \overline{BC} 之斜率 $>$ \overline{CD} 之斜率。

∴BC 在坐標系較 CD 陡。

(3) 由(1)、(2)之討論得知圖三上區域 ABCD 乃一凹四邊形。

4° 由 3° 之討論吾人得知當圖一演變為圖二時，圖二勢必將修改成略圖四之圖形。

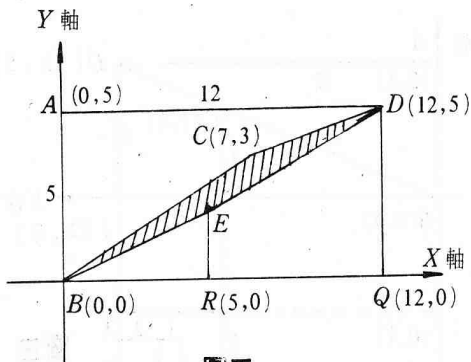


圖四

5° 吾人將證明略圖四斜線之凸四邊形空隙面積為一平方公寸。

證明：(1)將略圖四之黑色虛線以上之圖形，置於直角坐標系上（如圖五示）以黑色虛線表X軸， \overleftrightarrow{AB} 為Y軸，其中黑色虛線為由B點作正方形 12×12 之一邊所作之垂線交於Q點，而交 \overleftrightarrow{EF} 於R點。

(2)考慮C之坐標：



圖五

①比較圖三與圖五，吾人可以清楚瞭解，吾人並未將圖五之凹四邊形ABCD之坐標比例位置更改。

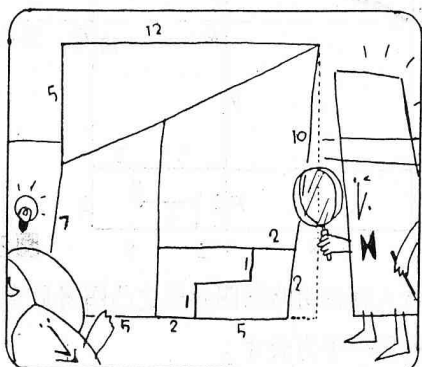
② \therefore C之坐標(7.3)

(3)計算斜線凸四邊形BCDE之面積

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 5 & 12 & 7 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 1 \text{ 平方公寸} \quad (\text{得證})$$

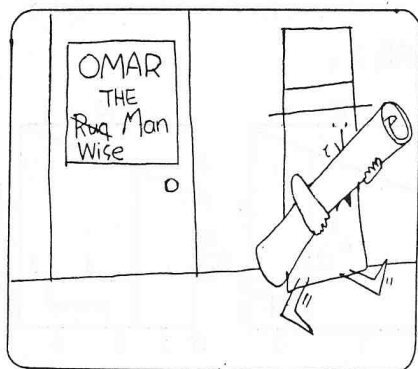
6° 由1°至5°之討論證明，吾人得知雷恩地不尋常地毯(II)乃應用一狹長的凸四邊形代替1平方公寸之正方形破洞。以給人視覺上直觀感覺的錯誤。

解答 III (陳建銘提供)

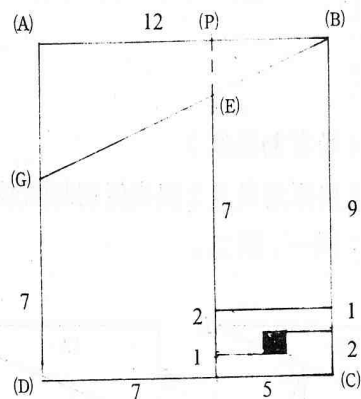


雷恩地：親愛的奧瑪！原來那 12×12 的地毯燒破的洞卻消失了！您再如法泡製，每次總是多出1平方公寸，我雷恩地仍可獲得諾貝爾“發明獎”的！

奧瑪：對不起！雷恩地先生，您雖然是一位偉大的魔術師。但是仍得不到諾貝爾獎。這會兒會有兩邊邊長不成直線哩！並未多出如您說的那一平方公寸哪！



雷恩地滿意地離開了奧瑪的地毯店，並由衷敬佩奧瑪的機智。



說明：

設 $\overleftrightarrow{EF} \perp \overleftrightarrow{CD}$
 作 \overleftrightarrow{EF} 與 \overleftrightarrow{AB} 相交P點
 則 $\overleftrightarrow{EP} \perp \overleftrightarrow{AB}$ ，且 $EP = 2$ ，
 則 $\triangle ABG \cong \triangle PBE$
 故 $\overleftrightarrow{AB} / \overleftrightarrow{AG} = \overleftrightarrow{PB} / \overleftrightarrow{PE}$
 即 $12 / 5 = 5 / 2$ (矛盾)
 所以： \overleftrightarrow{EF} 不垂直 \overleftrightarrow{CD}
 重新組合後之多邊形並非正方形。