如何準備大專聯考(三)

王 秋 夫　省立嘉義中學

在第四卷第一，二，三期中，本人曾就大專聯考命題之規律性作一探討，和提出了幾個原則做爲準備之方向，69年聯考後，證明本人之觀點頗爲正確，因此再次斗膽提筆介紹幾種資料之整理法，也許可使同學在極短之時間內，把握正確之主題，很快地收到效益。

(1) 追踪拿分術：

即從大專聯考考過的試題中，找一認爲有代表性之主題，加以整理分析，再觀察是否曾有類似考題一再重複出現，加以適當整理，然後就此整理，自行推測可能命題之方向，加以探討。

【主題1】有下列三個命題：

A：設 x，$y \in R$，若 $xy > 1$，則 $x^2+y^2>2$

B：設 x，y 爲正數，若 $xy>1$，則 $x>1$ 或 $y>1$

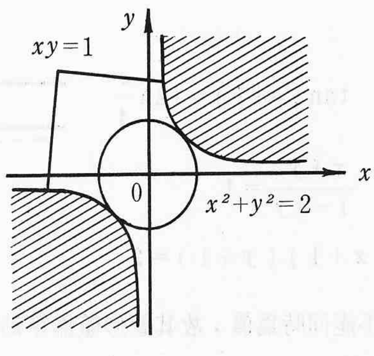
C：設 α，$\beta \in C$，若 $\alpha^2+\beta^2=0$，則 $\alpha=0$ 且 $\beta=0$

試判斷各命題之眞僞，A 爲______，B 爲______，C 爲______.　【59.聯考】

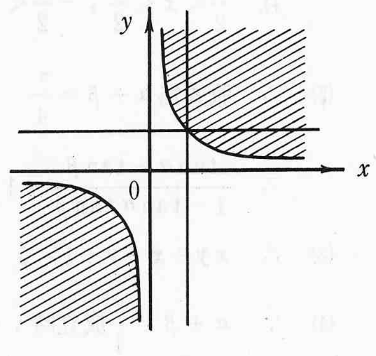
解：(1)　令 $S=\{(x,y) \mid xy>1\}$，$T=\{(x,y) \mid x^2+y^2>2\}$

$P=\{(x,y) \mid x>0，y>0，xy>1\}$，$Q=\{(x,y) \mid x>1$ 或 $y>1\}$

(2)　作圖



$S \subset T$，故 A 爲眞



$P \subset Q$，故 B 爲眞

(3)　令 $\alpha=1$，$\beta=i$，因 $\alpha^2+\beta^2=1+i^2=0$，故 C 爲僞

做完此題，你應就涉及此問題之觀念做一整理和分析

(一) 分析與整理

1. 命題“$p \to q$”成立 $\Longleftrightarrow$ p 爲 q 之充分條件 $\Longleftrightarrow$ $p \subset q$
2. 實數之性質：

(1)　$\forall a$，$b \in R$，若 $a^2+b^2=0$，則 $a=b=0$，但 $\forall a$，$b \in C$，上述不成立。

(2)　$\forall a$，$b \in R$，若 $ab=0$，則 $a=0$ 或 $b=0$，此爲數系所獨有，用以解方程式，$\forall a$，$b \in C$，上述亦成立。

3. 若此時你再將等軸雙曲線 $xy=k$ 之圖形作一詳細之探討，相信你會發覺甚多之考題多源於此。

$xy=k$ 之註册商標爲 $e=\sqrt{2}$，貫軸＝共軛軸

特性：(1)　$k>0$，圖形在Ⅰ，Ⅲ象限，$k<0$，圖形在Ⅱ，Ⅳ象限。

(2)　中心爲原點 $(0,0)$，正焦弦長爲 $2a$，頂點爲 $(\sqrt{k},\sqrt{k})$，$(-\sqrt{k},-\sqrt{k})$，焦點爲 $(\sqrt{2k},\sqrt{2k})$，$(-\sqrt{2k},-\sqrt{2k})$.

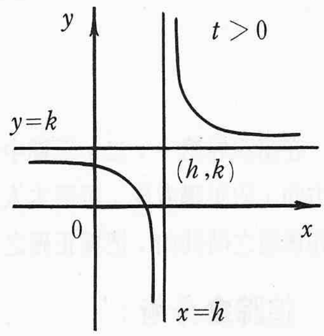
(3) 以 $x=0$，$y=0$ 爲其漸近線，圖形對稱於直線 $y=\pm x$，及原點，準線爲 $x+y=\pm\sqrt{2k}$．

(4) $|k|$ 越大，$xy=k$ 之圖形距原點越遠，即圖形越平緩。

(5) 斜率爲 m 之切線爲 $y=mx\pm\sqrt{-4km}$，（$km<0$）

(6) 旋轉 $45°$ 角後得新方程式爲 $x^2-y^2=2k$．

(7) $(x-h)(y-k)=t$，$t>0$ 時其中心爲 (h,k)，
頂點爲 $(h\pm\sqrt{t}, k\pm\sqrt{t})$，
焦點爲 $(h\pm\sqrt{2t}, k\pm\sqrt{2t})$，
對稱軸爲 $x-y=h-k$，$x+y=h+k$，
漸近線爲 $x=h$，$y=k$，$e=\sqrt{2}$



做完這些整理後，根據這些重點去尋找，以前曾經考過這些概念之聯考試題。

(二) 追踪演習

例 1

試述 $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\frac{\pi}{4}$ 所表之曲線並繪其圖．　　【49.聯】

解：(1) 令 $\tan^{-1}x=\alpha \Rightarrow \tan\alpha=x$

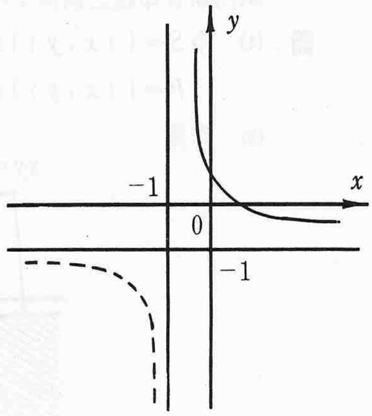
$\tan^{-1}y=\beta \Rightarrow \tan\beta=y$

且 $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$，$-\frac{\pi}{2}<y<\frac{\pi}{2}$

(2) $\therefore$ 原式爲 $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$　　$\therefore$ $\tan(\alpha+\beta)=\tan\frac{\pi}{4}$

$\therefore$ $\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=1$　　即 $\frac{x+y}{1-xy}=1$

(3) $\therefore$ $xy+x+y+1=0 \Rightarrow (x+1)(y+1)=2$



(4) $\because$ $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$ 成立時，α，β 不能同時爲負，故其圖形僅爲等軸雙曲線之上方一支

例 2

設 x，$y\in N$，若 $x+y=1000$，則 $xy\geq 240000$ 之概率爲何？　　【57.台大夜】

解：(1) $\because$ x，$y\in N$，且 $x+y=1000$

$\therefore$ $S=\{(x,y)\mid x+y=1000, x, y\in N\}$

(2) $\therefore$ $n(S)=999$，$y=1000-x$

(3) $\because$ $xy\geq 240000$　　$\therefore$ $x(1000-x)-240000\geq 0$

(4) $\therefore$ $x^2-1000x+240000\leq 0 \Rightarrow (x-600)(x-400)\leq 0$

(5) $\therefore$ $400\leq x\leq 600$，$x\in N$　　$\therefore$ x 共有 $600-400+1=201$

(6) 所求之機率爲 $\frac{201}{999}=\frac{67}{333}$

例 3

若方程組 $\begin{cases} x+y+z=0 \\ ax+by+cz=0 \\ a^2x+b^2y+c^2z=0 \end{cases}$ 有異於 $x=y=z=0$ 之解，則必 (A) $a=b=c$　(B) $a+b+c=1$

(C) a，b，c 皆爲0或1　(D) a，b，c 不全相異　(E) $a=b=c=0$．　【56.聯考】

解：(1) 齊次方程組有異於(0，0，0)之解 $\Longleftrightarrow \Delta=0 \Longleftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}=0$

$\Longleftrightarrow (a-b)(b-c)(c-a)=0$

(2) $\therefore$ $a=b$ 或 $b=c$ 或 $c=a$，即 a，b，c 不全相異，而選(D)

【註】1° 若此時你再將 $Vandermonde$ 行列式做一整理

① $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}=(a-b)(b-c)(c-a)$

② $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}=(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$

③ $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots\cdots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \cdots\cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \cdots\cdots & a_n^{n-1} \end{vmatrix}$

$=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(a_1-a_2)(a_1-a_3)\cdots(a_1-a_n)(a_2-a_3)(a_2-a_4)\cdots(a_2-a_n)\cdots(a_{n-1}-a_n)$

就可輕易地掌握了這幾年之考題：

(1) a，b，c 爲正數，則行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \log a & \log b & \log c \\ (\log a)^2 & (\log b)^2 & (\log c)^2 \end{vmatrix}=\boxed{}$．　【58.聯】

(2) 設行列式 $\Delta=\begin{vmatrix} x^3 & x^2 & x & 1 \\ 125 & 25 & 5 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 \\ -8 & 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}$，則方程式 $\Delta=0$ 之三根爲何？　【60.聯】

(3) 求行列式 $\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 \\ 3 & 9 & 27 & 81 \\ 4 & 16 & 64 & 256 \end{vmatrix}$ 之值爲何？　【66.聯】

例 4

下之各條件是實係數二次方程式 $x^2-px-q=0$ 有虛根之何條件？　【52.聯】

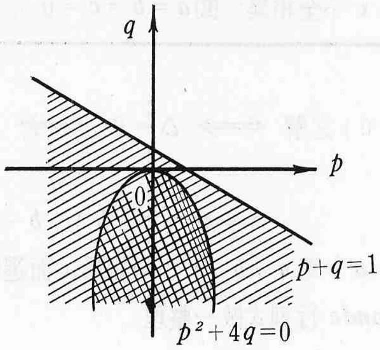
(A) $p+q-1<0$　(B) $p^2+q<0$

解：(1) $\because$ $x^2-px-q=0$ 有虛根之充要條件爲 $p^2+4q<0$

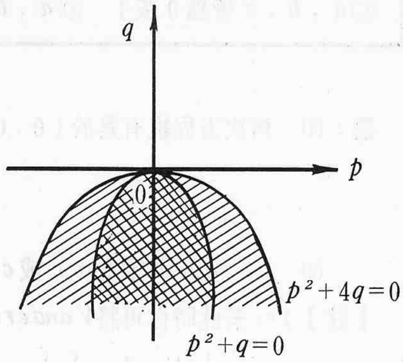
(2) 令 $A=\{(p,q)\mid p^2+4q<0\}$，$B=\{(p,q)\mid p+q-1<0\}$，

$C=\{(p,q)\mid p^2+q<0\}$

(3) 作圖即可判知



$A \subset B$



$A \supset C$

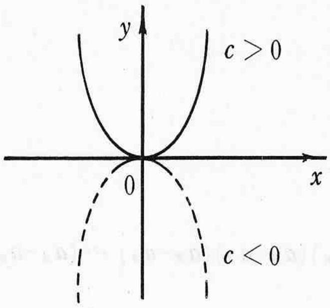
(4) $p+q-1<0$ 爲 $x^2-px-q=0$ 有虛根之必要條件

$p^2+q<0$ 爲 $x^2-px-q=0$ 有虛根之充分條件

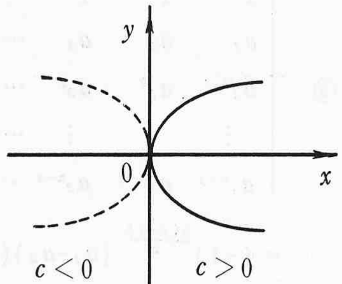
【註】1° 若你也做如下之整理，則又會發覺到又可掌握最近十年來之甚多考題。

2° 拋物線之基本型態：

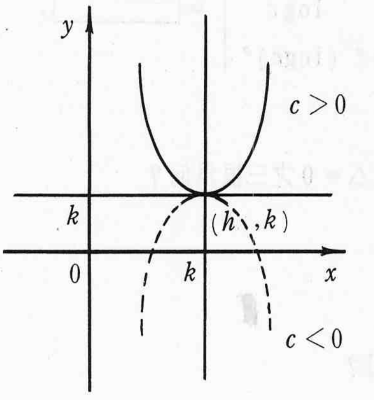
① $x^2=4cy$



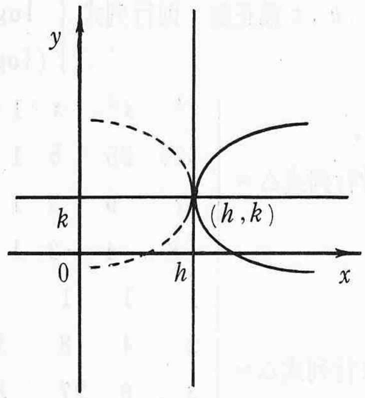
② $y^2=4cx$



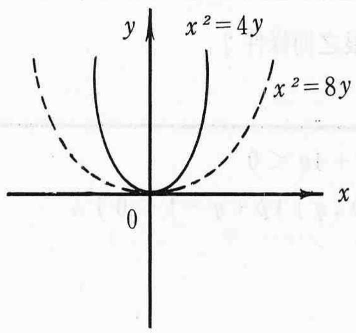
③ $(x-h)^2=4c(y-k)$



④ $(y-k)^2=4c(x-h)$

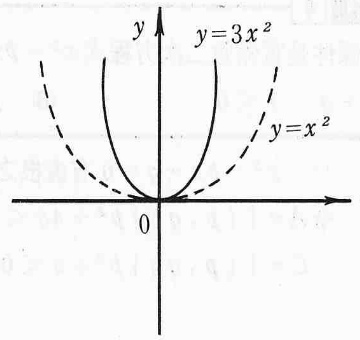


⑤ $x^2=4cy$



即 $|c|$ 越大，曲線越平坦

⑥ $y=ax^2$



即 $|a|$ 越小，曲線越平坦

⑦ $y = a(x-h)^2 + p$

- a：決定開口之大小及圖形之向上向下，
- h：圖形之左右移　$h>0$ 右移，$h<0$ 左移
- p：圖形之上下移　$p>0$ 上移，$p<0$ 下移

3° 實係數一元二次方程式 $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$，$\forall a, b, c \in R$，$a \neq 0$ 之根的討論

$\triangle = b^2 - 4ac$ 稱爲其判別式，其二根若爲 α，β，則 $\alpha + \beta = \dfrac{b}{a}$，$\alpha\beta = \dfrac{c}{a}$

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

則① $\triangle > 0 \iff f(x) = 0$ 有相異兩實根

② $\triangle = 0 \iff f(x) = 0$ 有二等根

③ $\triangle < 0 \iff f(x) = 0$ 有二共軛虛根

④ $\triangle > 0$ 且爲完全平方 $\Rightarrow f(x) = 0$ 之根爲有理數

⑤ $\triangle > 0$ 不爲完全平方 $\Rightarrow f(x) = 0$ 之根非爲有理數

⑥ $\triangle \geq 0$，$-\dfrac{b}{a} > 0$，$\dfrac{c}{a} > 0 \iff f(x) = 0$ 有二正根

⑦ $\triangle \geq 0$，$-\dfrac{b}{a} < 0$，$\dfrac{c}{a} > 0 \iff f(x) = 0$ 有二負根

⑧ $\triangle > 0$，$\dfrac{c}{a} < 0 \iff f(x) = 0$ 有一正，一負根

⑨ $\triangle > 0$，$b = 0 \iff f(x) = 0$ 有二根絕對值相等而符號相反

⑩ $af(x) < 0 \iff f(x) = 0$ 有一根大於 α，另一根小於 α，$\forall \alpha \in R$

⑪ $f(x) = 0$ 有一根介於 α，β 間之充分條件爲 $f(\alpha) f(\beta) < 0$

4° $f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 + \dfrac{4ac - b^2}{4a}$　$\forall a, b, c \in R$，$a \neq 0$

$\Rightarrow$ ① $a > 0$，於 $x = \dfrac{-b}{2a}$ 時，$f(x)$ 有極小值爲 $f\left(\dfrac{-b}{2a}\right) = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$

② $a < 0$，於 $x = \dfrac{-b}{2a}$ 時，$f(x)$ 有極大值爲 $f\left(\dfrac{-b}{2a}\right) = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$

③ $f(x) > 0 \iff a > 0$，$b^2 - 4ac < 0$

④ $f(x) \geq 0 \iff a > 0$，$b^2 - 4ac \leq 0$

⑤ $f(x) < 0 \iff a < 0$，$b^2 - 4ac < 0$

⑥ $f(x) \leq 0 \iff a < 0$，$b^2 - 4ac < 0$

⑦ 二次函數在閉區間〔α，β〕中有最大及最小值，其最大值可能爲 $f(\alpha)$ 或 $f(\beta)$，即必在端點上，而最小值不一定爲 $f(\alpha)$ 或 $f(\beta)$．

從上面之整理你就可很輕易地掌握了如下之考題：

1. 求二次方程式 $2x^2 + 3x + 6 = 0$ 之兩根之和及積。【60聯考】
2. 求二次方程式 $1972x^2 + 701x - 29 = 0$ 兩根之積爲何？【61聯考】

3. 方程式 $x^2-(\alpha-2.5)x+(2\alpha-8.4)=0$ 有虛根之條件爲何？【64.聯考】

4. 下面那一個曲線與直線 $x+y=0$ 恰有二交點？ (A) $y=2^x$ (B) $y=\log_{10}x$ (C) $xy=1$ (D) $x^2-y^2=1$ (E) $x+y^2=0$.【62.聯】

5. 二次方程式 $x^2+i=0$ (但 $i=\sqrt{-1}$) 的根爲何？【65.聯】

6. $\forall a, b, c\in R$，$a\neq 0$，$f(x)=ax^2+bx+c$，$\forall x\in R$，$f(x)>0$ 之充要條件爲何？【59.聯】

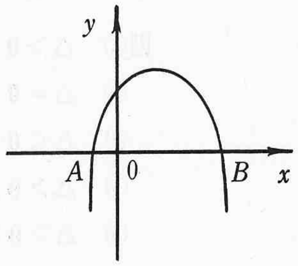
7. 函數 $y=x^2+2x+1$ 之極大值爲何？【60.聯】

8. $\forall a, b, c\in R$，$f(x)=ax^2+bx+c$ 有極大值之充要條件爲何？【61.聯】

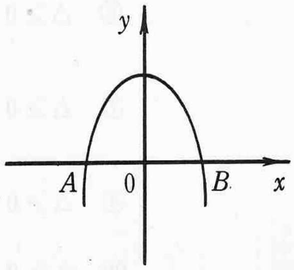
9. 設函數 $f(x)=(x-1.1)^2+(x-1.2)^2+(x-1.3)^2+(x-1.4)^2+(x-1.5)^2+(x-2.5)^2+(x-2.6)^2+(x-2.7)^2+(x-2.8)^2+(x-2.9)^2$ 計算 x_0 及 y_0 準確至小數點第一位，使得函數 f 在 $x=x_0$ 處有極小值爲 y_0 則 (A) $x_0\in Z$ (B) $x_0\leq 1.5$ (C) $x_0\geq 1.5$ (D) $y_0=5.1$ (E) $y_0=6.0$.【64.聯】

10. 二次方程式 $2x^2+11x-21=0$ 之二根爲何？【65.聯】

11. (1) 設右圖 $f(x)=ax^2+bx+c$ 之函數圖形其中 $a, b, c\in R$，$a\neq 0$，則 (A) $a>0$，$b>0$，$c>0$ (B) $a<0$，$b>0$，$c>0$ (C) $a<0$，$b<0$，$c>0$ (D) $a>0$，$b<0$，$c>0$ (E) $a<0$，$b<0$，$c<0$.【66.聯】



(2) 續上題若圖改爲右圖其中 $\overline{AO}=\overline{OB}$，則 (A) $b>0$，$ac<0$ (B) $b<0$，$ac>0$ (C) $b=0$，$ac>0$ (D) $b=0$，$ac<0$ (E) $b=0$，$ac=0$.【66.聯】



(3) 設 $f(x)=ax^2+bx+c$，$\forall a, b, c\in R$，$a>0$，又 $[\alpha, \beta]$ 爲實數軸上之一有限閉區間，則 (A) f 在 $[\alpha, \beta]$ 上有最大值 (B) f 在 $[\alpha, \beta]$ 上有最小值 (C) f 在 $[\alpha, \beta]$ 有最小值爲 $f(\alpha)$ 或 $f(\beta)$ (D) f 在 $[\alpha, \beta]$ 上有最大值爲 $f(\alpha)$ 或 $f(\beta)$ (E) f 在整個實數軸上有一最大值 .【66.聯】

12. 方程式 $x^4-2x^2-8=0$ 有幾個實根？【67.聯】

13. 若 $x^2+px+q=0$ 之一根爲另一根之平方，則 p，q 間有一關係式，其形式如下：$p^3-(lp-1)q^m+q^n=0$，求 l，m，n .【67.聯】

14. 甲，乙兩人解方程式 $x^2+mx+n=0$，甲誤寫 m 而得兩根 -2 與 -7，乙誤寫 n 而得兩根爲 -1 與 10，試問其正確之根爲何？【67.聯】

15. 在下面那一個範圍中，方程式 $x^4-x^3-32x^2+3|x+3|=0$ 有一根 (A) $0<x<1$ (B) $1<x<2$ (C) $2<x<3$ (D) $3<x<4$ (E) $4<x<5$.【63.聯】

16. 線段 AB 長 12 在線段上任取一點 P，則兩線段 AP，PB 長度的積 $f(P)$ 之極大值 M 爲何？又 P 任意取試計算 $f(P)>\dfrac{M}{2}$ 之機率爲何？【68.聯】

17. 多項式 $(5-m)x^2-6x+m+5$ 在 x 爲正實數，永遠取正值，求 m 之範圍 .【68.聯】

(三) 鐵的事實

做完上述之分析與整理和追蹤演習，我再舉出從這樣之整理中可很輕鬆地做對近年來之聯考試題，請看下列例證：

1. 下面那一個曲線與直線 $x+y=0$ 恰有二交點？ (A) $y=2^x$ (B) $y=\log_{10}x$ (C) $xy=1$ (D) $x^2-y^2=1$ (E) $x+y^2=0$.【62.聯】

2. 以下五題每題有一個函數關係請選出附圖中對應的曲線

(1) $y=\cos x$

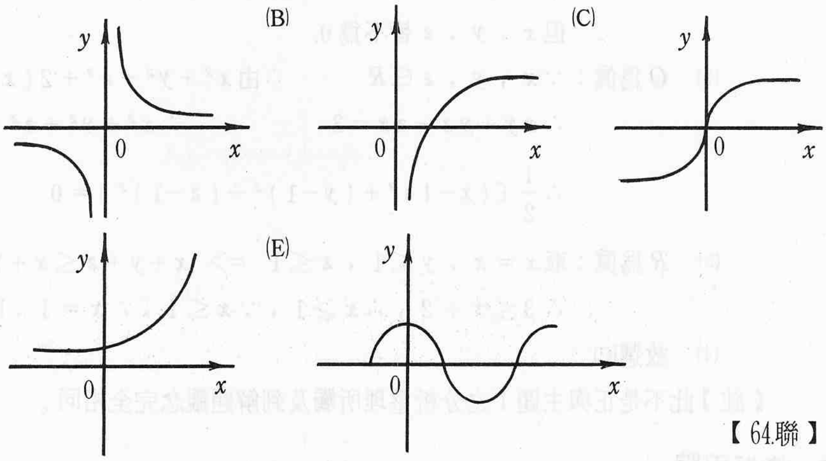
(2) $y=\tan^{-1}x$

(3) $xy=1$

(4) $y=(\frac{8}{5})^x$

(5) $y=\log_{1.8}x$

(A) (B) (C) (D) (E)



【64.聯】

3. 考慮方程式 $y=\dfrac{x}{1+x}$ 之圖形 G，則 (A)G 就是方程式 $(1-y)(x+1)=1$ 之圖形 (B)G 是個有心二次錐線 (C)G 之中心在原點 (D)G 有漸近線 (E)若 n 足夠大時，則 $G\subset\{(x,y)\mid x^2+y^2\leq n^2\}$． 【62.聯】

4. 設 $P=\{(x,y)\mid x<1\}$，$Q=\{(x,y)\mid -2\leq x\leq 1,\ 0\leq y\leq 3\}$，$R=\{(x,y)\mid xy+1<y<3-x^2\}$，$S=\{(x,y)\mid xy+1<y\}$，$T=\{(x,y)\mid y<3-x^2\}$，$U=\{(x,y)\mid y\leq 3\}$，$V=R\cap P$，則 (A)$R=S\cup T$ (B)$R=S\cap T$ (C)$R\subset U$ (D)$V\subset Q$ (E)V 之面積小於 9． 【62.聯】

5. 設 $S=\{(x,y)\mid x^2=5y\}$，$T=\{(x,y)\mid 9x^2+25y^2=225\}$，$W=\{(x,y)\mid xy=-5\}$，則 (A)$S$ 之離心率爲 $\frac{5}{2}$ (B)T 之離心率爲 $\frac{4}{5}$，W 之離心率爲 1 (C)T 之二焦點爲 $(2,0)$，$(-2,0)$ (D)W 之離心率爲 $\sqrt{2}$，焦點在 $x+y=0$ 上． 【60.夜聯】

6. 設點 $P(a,b)$ 之坐標爲 $a=\cos 22.5°$，$b=\sin 22.5°$，則 (A)P 在雙曲線 $4xy=\sqrt{2}$ 上 (B)P 在雙曲線 $2x^2-2y^2=\sqrt{2}$ 上 (C)P 是圓 $x^2+y^2=1$ 與雙曲線 $4xy=\sqrt{2}$ 之一個交點 (D)$(\cos 22.5°,-\sin 22.5°)$ 也是圓 $x^2+y^2=1$ 與雙曲線 $4xy=\sqrt{2}$ 之一交點 (E)圓 $x^2+y^2=1$ 與雙曲線 $4xy=\sqrt{2}$ 共有 4 個交點． 【63.聯】

7. 設有一函數 $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$，問下列那些敘述是正確的？ (A)f 的定義域是整個實數系 (B)若 $0<x<y$，則 $2\leq f(x)<f(y)$ (C)若 $1<x<y$，則 $2<f(x)<f(y)$ (D)曲線 $y=f(x)$ 有一個漸近線通過原點，且其斜率爲 1 (E)若有另一函數 $g(x)=x-\dfrac{1}{x}$，則 $f^2(x)-g^2(x)=1$． 【65.聯】

8. 定義：若經由平移，旋轉後，曲線 r_1 可以重疊在另一曲線 r_2 上，則稱 r_1 與 r_2 全等，考慮下列諸曲線 (A)$xy=1$ (B)$x^2-y^2=1$ (C)$y^2-x^2=2$ (D)$\sqrt{3}(x^2-y^2)+2xy-4=0$ (E)$2x^2-3xy-2y^2=2$ 其中有些（其個數≥ 2）是全等的，而其餘均不全等． 【67.聯】

9. 下列三命題 P，Q，R 中那些爲眞？

P：若複數 x，y，z 滿足 $x+y+z=0$，$x^2+y^2+z^2=0$，則 $x=y=z=0$

Q：若實數 x，y，z 滿足 $x+y+z=3$，$x^2+y^2+z^2=3$，則 $x=y=z=1$

R：若實數 x，y，z 滿足 $x+y+z=3$，$x\leq 1$，$y\leq 1$，$z\leq 1$，則 $x=y=z=1$

(A)P，Q，R 中僅一個爲眞 (B)僅 P，Q 爲眞 (C)僅 Q，R 爲眞 (D)僅 R，P 爲眞 (E)僅 P，Q，R 三者全爲眞． 【69.聯】

解：(1) P 不眞：如令 $x=1$，$y=w$，$z=w^2$

則 $x+y+z=1+w+w^2=0$，$x^2+y^2+z^2=1+w^2+w^4=0$

但 x，y，z 皆不為0

(2) Q 為眞：$\because x$，y，$z\in R$　　$\therefore$ 由 $x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)=9$

$\therefore xy+yz+zx=3$　　$\therefore x^2+y^2+z^2=xy+yz+zx$

$\therefore \frac{1}{2}\left[(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2\right]=0$　　$\therefore x=1$，$y=1$，$z=1$

(3) R 為眞：取 $x=x$，$y\leq 1$，$z\leq 1$ => $x+y+z\leq x+2$

$\therefore 3\leq x+2$，$\therefore x\geq 1$，$\because x\leq 1$，$\therefore x=1$，同理可得 $y=z=1$

(4) 故選(C)

【註】此不是正與主題1之分析整理所觸及到解題觀念完全相同。

(四) 模擬追踪

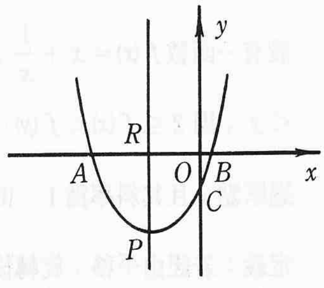
根據上述考過之考題所促及之觀念，找參考書或老師們的講義自行推測可能考之類型。玆舉數例做為同學們之參考。

1. $\forall x$，y，$z\in R$，「若 $x+y+z=6$，則 $x^3+y^3+z^3\neq 3xyz$」為假，則 $2x-y+5z=$ (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16．

2. 設有一函數 $f(x)=x+2+\frac{1}{x-2}$，問下列那一敍述是正確的？ (A) f 的定義域是整個實數系 (B)若 $2<x<y$，則 $4<f(x)<f(y)$ (C)若 $3<x<y$ 則 $6<f(x)<f(y)$ (D)曲線 $y=f(x)$ 有一個漸近線其斜率為1 (E)若 $x<y<-3$，則 $f(x)<f(y)$．

3. 考慮二個 x 的函數 $y=f(x)=2|x|+|x-2|$，$y=g(x)=x^2-ax+a+b$，則 (A) $y=f(x)$ 的圖形和 x 軸不相交 (B) $y=f(x)$ 圖形之最低點為 $(0,2)$ (C) $y=f(x)$ 的圖形對稱於 y 軸 (D)在 $0\leq a\leq 4$ 之範圍內 $y=g(x)$ 圖形頂點所成之集合是一線段 (E)同(D)是一拋物線之部分集合．

4. (承上題) 就 b 值討論，$y=f(x)$ 之圖形和 $y=g(x)$ 頂點所成之集合之交點個數 (A) $b=\frac{7}{4}$ 時有1 (B) $b<\frac{7}{4}$ 時為0 (C) $\frac{7}{4}<b<2$ 時為1 (D) $2\leq b\leq 4$ 時為2 (E) $b>4$ 時為1．



5. 設二次函數 $f(x)=x^2+2ax+b$ 之圖形如右，則 (A) $OC=-b$ (B) $AR=\sqrt{a^2-b}$ (C) $OB=\frac{-a+\sqrt{a^2-b}}{2}$ (D) $a\triangle APB=(a^2-b)\sqrt{a^2-b}$ (E) $a\triangle ABC=b\sqrt{a^2-b}$．

6. 若 x，y 滿足 $x^2+xy+y^2=1$，試求① xy ② x^2+y^2 之最大與最小值．

7. 函數 $f_1(x)=\log_3 x$，$f_2(x)=x^4$，$f_3(x)=5x+1$，$f_4(x)=2x^2-1$，$f_5(x)=\sin x$，定義在 $[a,b]$ 中有5個性質：① $f(ab)=f(a)f(b)$ ② $f(a+b)=f(a)f(b)$ ③ $f(a)=f(-a)$ ④ $f(\frac{1}{a})=-f(\frac{1}{a})$ ⑤ $f(-a)=-f(a)$，則

(1) 滿足①的有 (A) $f_1(x)$ (B) $f_2(x)$ (C) $f_3(x)$ (D) $f_4(x)$ (E) $f_5(x)$．

(2) 滿足②的有 (A) $f_1(x)$ (B) $f_2(x)$ (C) $f_3(x)$ (D) $f_4(x)$ (E) $f_5(x)$．

(3) 滿足③或④或⑤的有 (A) $f_1(x)$ (B) $f_2(x)$ (C) $f_3(x)$ (D) $f_4(x)$ (E) $f_5(x)$．