

編者的話

1997 年, IBM 的 Deep Blue 擊敗了國際象棋衛冕世界冠軍 Kasparov。間隔多年, 電腦程式 AlphaGo 在 2016 年打敗人類圍棋比賽世界冠軍。其間人工智慧有了什麼重大進展? Deep Blue 只需以 brute force 快速分析, AlphaGo 則藉助於強化學習 (Reinforcement learning)。姚鴻澤院士講述箇中關鍵及其與數學的關聯。

強化學習藉由電腦與某動態環境不斷重複互動, 來學習正確執行任務。這種嘗試錯誤的學習方法, 使電腦在無人干預、沒被寫入明確的執行任務程式下, 能夠做出一系列的決策。強化學習的運作主要仰賴動態環境中隨外部條件變化而改變的資料。強化學習之所以能達成目標, 是藉著軟體當中被稱為主體 (agent) 的部分在環境中進行探索、互動和學習。爲了學習如何從觀察去調整策略, 主體會反覆嘗試錯誤, 而正確的動作會得到一個獎賞 (reward) 來強化。迄今已開發出許多強化學習訓練演算法, 其中最熱門者是以 Deep Neural Network 來建構。

Neural Network 參考生物神經系統的結構, 神經元 (Neuron) 互相連結, 由外部神經元接收信號, 再層層傳導至其他神經元, 最後做出反應。Neural Network 將神經系統抽象化, 前後連結多個機率模型 Logistic Regression: Input Layer 是接收信號的神經元, Hidden Layer 是隱藏層, 而 Output Layer 是做出反應的輸出層。Hidden Layer 及 Output Layer 上每一個節點的值等於上一層所有節點的加權總和 $y_j = x_{ij} \times W_{ij}$ (矩陣 (W) 的每一行對應一個 neuron 的 weight, 行數就是 neuron 的個數; 而 input x 和 output y 都是一個列向量, 行數就是 feature 的個數 (也是 neuron 的個數, neuron 的本質就是把 feature 變換到另一個空間)); 它就是統計學的簡單回歸 (Regression), 而我們可用最小平方求得 W 。但此種模型只能解決線性分類, 切割過於簡單。Neural Network 做了以下的強化, 以解決一般性的問題: 首先, 在上述的公式乘上一個非線性函數 Activation Function $\sigma: y_j = \sigma(x_{ij} \times W_{ij})$ 。其次, 使用更多層 Hidden Layer, 模擬生物神經系統, 使學習效果更顯著; 通常超過 2 層的 Hidden Layer, 我們就稱之爲『深度學習』(Deep Learning)。

每個 Logistic Regression 都有一組 weight, 是模型要解的參數; 一旦算出, 我們就得到一道公式; 只要輸入信號, 經過層層傳導, 就可推斷出結果。

張海潮教授及黃寶興先生討論正圓錐及正橢圓錐的圓截痕, 證明斜圓錐可轉正而得正橢圓錐, 說明球極投影的保圓性質

張鎮華教授、李政豐先生、林開亮及陳見柯教授介紹複數的應用。張鎮華教授解釋 108 數學課綱爲何將複數教學移至高三。

張鎮華教授也介紹了台灣區高中的 TRML 數學競賽。

數學傳播電子版網址:

<https://web.math.sinica.edu.tw/mathmedia/>

梁惠禎

2022 年 12 月

數學傳播 184

第四十六卷
第四期

目錄

數學與現代科技	演講者：姚鴻澤院士	3
正圓錐、正橢錐、斜圓錐和球極投影的保圓性質	張海潮 · 黃寶興	19
再談「圓內接正多邊形的奇偶弦長冪次定和」—— 兼談 108 數學課綱之複數教學	張鎮華	29
九九文教基金會的 2018 TRML 思考賽	張鎮華	35
複數極式的主幅角對卡當公式與電腦繪圖的影響 ...	李政豐	43
數學證明錯誤類型	陳韋仰 · 溫嫻純	56
回響：再從垂心面積比 123 問題的另解談起	連威翔	74
托勒密-歐拉定理的向量代數證明	林開亮 · 陳見柯	85
關於雙曲線與橢圓的兩個命題 ..	戴立輝 · 蘇化明 · 陳 翔	91
三元算幾不等式隔離的自動生成	彭翕成 · 曹洪洋	97
三角形中線與高之間的兩個幾何不等式	丁遵標	103