

分數分式分清楚, 導數導式道分明

陳錦龍

在數學英文中, 常用同一個字來表示數或式, 例如 fraction 可以代表「分數」, 也可以代表「分式」; factor 可以是「因數」, 也可以是「因式」。相較起來, 中文的分數指的是一個數值, 而分式指的是一個式子。雖然廣義上, 分式可以包含分數, 但在數學詞彙上, 將數與式用個別的字詞表示, 常可更清楚地表達意思, 較不會造成混淆, 而英文的數、式不分, 在一些情況, 往往會對數學的初學者造成觀念上的混亂。

在微積分 (calculus) 的英文書中, derivative 也是數、式不分的 [1, 2], 對一個函數 $f(x)$,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} : \text{the derivative of a function } f$$

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} : \text{the derivative of a function } f \text{ at } a$$

只要是表達, 從一個函數 f 衍生出的另一個物件, 就叫它 derivative, 它可以是 $f'(x)$ 或是 $f'(a)$, 但 $f'(x)$ 代表一個廣義的式子, 而 $f'(a)$ 代表一個數值, $f'(x)$ 與 $f'(a)$ 在數學意義上是不同的, 前者通常是一個含有變數的式子, 後者是一個特定的數值, 使用同一個字 derivative 來表達, 常常困惑初學者。另有些英文書將 $f'(x)$ 稱為 the derivative function of $f(x)$ [3], 即將 $f'(x)$ 看成是從一個函數 $f(x)$ 衍生出的另一個函數。

由台灣學者所著的中文微積分書籍 [4, 5, 6], 則引入「導函數」, 以便與「導數」做區分,

$f'(x)$: 函數 f 的導函數

$f'(a)$: 函數 f 在 a 的導數

而在中國學者所著的簡體版的中文微積分書籍 [7], 則是,

$f'(x)$: 函數 f 的導函數, 又簡稱為函數 f 的導數

$f'(a)$: 函數 f 在 a 的導數

先稱 $f'(x)$ 是 f 的導函數, 但之後又稱它為 f 的導數, 使得 f 的導數一詞, 有時代表 $f'(x)$, 有時又代表 $f'(a)$, 困擾初學者。

綜上所述,個人淺見以為,將 $f'(x)$ 與 $f'(a)$ 在詞彙上做區分,可以增加對微分 (differentiation) 相關意義的明確性,避免微積分初學者觀念上的困擾,建議使用,

$f'(x)$: 函數 f 的導式

$f'(a)$: 函數 f 在 a 的導數

引入「導式」一詞來代表 $f'(x)$, 這樣就如同使用分數與分式, 兩個詞各表示不同的意義, 我們也採用導式與導數, 簡潔地區分出 $f'(x)$ 與 $f'(a)$, 而不用為了區分 $f'(x)$ 與 $f'(a)$, 特別強調 $f'(x)$ 是另一個函數, 叫它導函數。另一方面在理論上, 我們可將 $f'(x)$ 叫成我們想要的任何名稱, 但若要此中文名稱能貼近 derivative 這個英文字的原意, 個人建議使用「導式」; 再如 antiderivative 的中文名稱, 個人建議使用「反導式」, 若稱它為「反導函數」, 雖亦無不可, 但其相對的英文為 antiderivative function, 遍查英文微積分的書, 似乎沒有這樣的用法!

在數學英文中, 用 fraction 一個字同時代表分數或分式, 引起的混淆不大, 但使用 derivative 一個字同時代表導式或導數, 常常困惑微積分的初學者, 建議使用,

$f'(x)$: the derivative of a function f

$f'(a)$: the value of the derivative of a function f at a

即將 derivative 指定一個單一的意義為「導式」, 明確地代表 $f'(x)$, 而用「 f 在 a 的導式的值」來表示 $f'(a)$ 。

總結而言, 中文原本就區分出分數與分式, 而在微積分中, 依照本文的建議,

$f'(x)$: 函數 f 的導式

$f'(a)$: 函數 f 在 a 的導數

可以很簡潔清楚地區分 $f'(x)$ 與 $f'(a)$, 因此我們可以說, 在需要清楚定義觀念與詞彙的數學中, 相較起來在這方面, 中文的語詞處理方式優於英文。

參考文獻

1. James Stewart, *Calculus* (8th ed.). Cengage Learning, 2016.
2. George B. Thomas, Maurice D. Weir, Joel R. Hass, *Thomas' Calculus* (12th ed.). Boston: Pearson, 2010.
3. Donald Trim, *Calculus for Engineers* (4th ed.). Pearson Prentice Hall, 2008.
4. 曹亮吉主編。微積分 (第 2 版)。台北市: 歐亞書局。1992。
5. 陳珍漢、黃德華、顏國勇。微積分學 (修訂3版)。1993。
6. 姚任之。微積分 (修訂2版)。台北市: 三民書局。1996。
7. 同濟大學數學系編。高等數學 (第6版)。北京: 高等教育出版社。2007。

—本文作者任教慈濟大學醫學資訊學系—