

有朋自遠方來——專訪

坂内英一(Eiichi Bannai) 教授



策 劃：劉太平

訪 問：坂内悦子(Etsuko Bannai)、
俞韋亘、林延輯、江嘉恩、
梁惠禎、李金彥、葉政叡

時 間：民國110年12月3日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：編輯室

坂内英一(1946~)，日本數學家。1974年獲東京大學博士，先後在東京大學、美國俄亥俄州立大學(Ohio State University)、九州大學與上海交通大學任教。2020年十一月至2022年一月訪問台灣國家理論科學研究中心(NCTS)一年又三個月。

坂内教授是國際代數組合領域的領導人物和研究先驅。他與伊藤達郎(Tatsuro Ito)教授合作完成首本名為《代數組合》的專著。該書已成為代數組合領域的經典書籍。他著作等身，已經發表一百多篇研究論文，研究內容包括組合數學(圖，設計，碼，結合方案，球面設計等)、有限群、數論(格和模形式)、正交多項式(Askey Wilson 正交多項式)、數值分析中的積分公式、數學物理(自旋模型與能量極小化構型)等。他曾多次組織代數與組合方面的國際學術會議，並榮獲1979年俄亥俄州立大學頒發的傑出研究獎(Distinguished Research Award)和2007年日本數學會頒發的代數獎(Algebra Prize)，且於2013年當選美國數學會會士。坂内教授的最大夢想，是從代數組合的角度，對有限單群分類給出新的理解和推廣。

俞韋亘(以下簡稱「俞」): 數學傳播長年訪談傑出數學家，希望讓年輕學者見證優質的經歷。您的經歷將對他們大有裨益。非常感謝。首先，可否談談：小時候您如何對數學產生興趣？

坂内英一(Eiichi Bannai, 以下簡稱「B」): 小學時，我喜歡數學，但對昆蟲更感興趣，喜歡蟬、蝴蝶、蚱蜢等等。似乎是從國中開始，我對數學產生濃厚的興趣。我不太確定為什麼。我讀了一些數學史，涉獵了介紹Abel、Galois及其他諸多數學家的熱門文章。成為數學家是我

國中時期的夢想。

我母親學數學。儘管當時女性極難獲得好的教育，但她有相當好的學歷，就讀東京女子高等師範學校，現稱御茶水女子大學 (Ochanomizu University)，是日本一所頂尖的女子大學。她畢業後成為高中老師，但婚後離職；這在當時的日本很常見。她談論數學家，談過她的老師及其他日本數學家。這可能影響了我，讓我對數學產生了興趣。高中時，我數學很好，但其它科目未必拿手。爲了進大學，我必須下苦功，因此把數學擱置了一陣子，苦讀其他科目。我進了東京大學，日本的一所好大學。

林延輯 (以下簡稱「林」): 是的，一所最好的。

B: 進大學後，我確實想成為數學家。但當時大家都說進了數學系會很難找工作。我同學的情況也都類似。必須克服家人的反對才可以進數學系。而且數學系的入學關卡競爭激烈。它其實很熱門。即使大家認爲工作難找，還是有很多學生選擇數學系或物理系。回溯日本歷史，當時很多學生不想去公司上班，這種感覺瀰漫在同儕之間。我做純數，認爲這可讓我脫離社會束縛，自由生活¹。

林: 當時，差不多 1960 年，廣中平祐 (Heisuke Hironaka) 剛拿 Fields 獎²，或者 …

B: 廣中平祐之前，小平邦彥 (Kunihiko Kodaira) 在 1954 年也拿過。

林: 我的意思是：他倆及日本的諾貝爾物理獎得主，多少促使一些年輕人進了數學系、物理系。儘管大家都說畢業不好找工作，但光榮感及研究趣味吸引學子進入這些領域，遠離公司行號乏味的工作。他們確實影響了一些年輕人，讓他們進了數學系。

B: 我對諾貝爾獎或其他獎項全沒興趣。拿個獎當然不錯。但是，爲了拿獎而做數學或許不是好事。

林: 是的，您對數學本身更有興趣。

B: 而且，我未曾認爲自己可以成為好數學家，但我想成為數學家³。

俞: 嗯，沒錯。我想我們或許需要讓年輕人有些榜樣，但您毫不在乎這些。

B: 是的。

俞: 可否談談您在東京大學的生活？我們看過很多日劇。東京大學是日本最好的大學。可以談談那段時間的人物嗎？可以提一些對您影響重大的同學與老師，以及您修過的一些課程？

¹我想這是當時同儕之間的普遍想法。那是學運的年代。雖然我們並沒有積極參與抗議，但包含我們在內的許多學生，仍傾向反建制 (anti-establishment)，同情學生的抗議；至少剛開始時是如此。

²精確來說是 1970 年。

³André Weil 有篇文章《數學的未來 (The future of mathematics)》，彌永昌吉曾翻譯過，其中提到：『對數學來說，數學家沒有諾貝爾獎是好的。我們能夠用純粹的動機來唸數學。』我也非常喜歡這種態度。

B: 感覺上, 我的同學個個學業超強。我很欽佩我的同學。

俞: 可以提供一些名字嗎?

B: 好的, 上野健爾 (Kenji Ueno), 他是代數幾何學家。森田康夫 (Yasuo Morita), 數論學家。浪川幸彥 (Yukihiko Namikawa), 也是代數幾何學家。河合隆裕 (Takahiro Kawai), 分析學家。松本堯生 (Takao Matumoto), 拓樸學家。榎本彥衛 (Hikoe Enomoto), 組合學家。金子晃 (Akira Kaneko), 分析學家。橋爪道彥 (Michihiko Hashizume), 李群和表示論學者。其實還有更多同學, 他們之中大約有 20 位成爲數學教授。

俞: 一年有多少學生?

B: 大約 40 位。

林: 他們之中 20 位成爲教授。

B: 同學影響我至深。當然, 教授們也對我有影響, 但同學的影響遠多過教授的。

林: 是的。

B: 我們一起讀了很多書, 同學們十分獨立自主, 不依賴教授。

坂内悦子 (以下簡稱「E」): 讀書小組⁴。我們舉辦一些讀書小組, 只有學生參與。

林: 嗯, 不依賴教授、獨立自主, 像是從電腦或書籍中找尋學習材料。從大三或大四就開始這樣。

俞: 您在哪年進大學?

B: 我 1964 年入學, 1968 年畢業。60 年代末正值日本的學運。

俞: 您談了很多同學的事。課程或教授呢? 可以談一些嗎?

B: 舉例來說, 小平教授回到日本, 但我沒修過他的課。當時有很多知名教授: 彌永昌吉 (Shokichi Iyanaga) 教授, 堪稱日本數學之父; 他是高木貞治 (Teiji Takagi) 的學生, 在類體論及數論享有盛名。數論有很多傑出的教授, 譬如河田敬義 (Yukiyoshi Kawada) 與伊原康隆 (Yasutaka Ihara)。岩堀長慶 (Nagayoshi Iwahori) 教授也在那裡, 當時是聲譽崇隆的 Chavelly 群表現理論學家。年輕教授之中, 不知你們是否曾聽說過新谷卓郎 (Takuro Shintani), 他因自殺而早逝, 但他是傑出的數學家。另外還有飯高茂 (Shigeru Iitaka)。我當時深受原田耕一郎 (Koichiro Harada) 影響。他解說了自己在有限群理論的工作, 因此當時的我對有限群特別感興趣。悦子當時也在我們讀書會。她跟我同年進東京大學⁵, 不過她主修化學, 不是數學。我們有一群學生在讀數學或物理的書。我們一起讀了一本群論的

⁴在日文中我們稱爲「輪講」。

⁵悦子和我 1964 年進東京大學時, 大約有 1000 位學生主修自然科學 I (科學與工程分支), 其中約僅 10 位女學生。

書。

俞：所以，您修過岩堀的課嗎？

B：有，我修過幾門。那些課程都非常好，規劃得很好而且很有幫助，很詳盡。主題有 Weyl 群、Coxeter 群、Chavelly 群以及對稱群的表現。

俞：我好奇的是，數學系裡我們喜歡說分析和代數是兩門重要的課程，東京大學想必對這兩門課程也提供扎實訓練。可以談談它們涵蓋的教材範圍，是否非常困難？

B：事實上，大一及大二是通識教育課程，期間必須學很多科目。第二年結束時才選系，競爭非常激烈。

俞：嗯，學生在大一時尚未選系。

B：確切地說，進大學一年半之後，成績決定了我們將去的學系。要進數學系或物理系，分數需要相當高。之前我們修的數學課程只有線性代數及基礎分析；我們還需要修其他領域的課程：化學、物理、兩個外國語等等。大三時，全都是數學，非常困難。(笑) 我差點當掉 (笑)。

俞：大三有哪些課程？

江嘉恩 (以下簡稱江)：像是微分幾何？

B：如果我沒記錯，當時有5門課：代數、分析、幾何、微分方程、Lebesgue 積分與拓樸。早上授課3小時，下午則是實際練習時間。

俞：代數拓樸？

B：對，代數拓樸，包括一般拓樸之類的東西。

林：非常繁重。

俞：代數包含了 Galois 理論和表現理論。分析基本上是測度論。

B：分析？是的，測度論，Lebesgue 積分。我一塌糊塗。

俞：現在我們修實分析，會用 Zygmund 或 Royden 的書。您們當時是用什麼教科書？

B：日文的。我們沒有教科書。教授用自己的講義授課，內容超前很多。當時幾乎不可能弄懂。

林：嗯，無法評量教授的教學，那是很奇妙的時光。

俞：在台灣，大學部大多使用英文教科書。日本基本上不用英文書。

B：不用英文書，至少在大學部的課程是如此。

俞：現在還是如此？

B: 我想現在仍是如此。在教授主持的討論會, 學生通常被分成幾個小組。我們選擇一些主題並且讀一些書, 有時會用英文書。但是授課時完全使用日文。

林: 我覺得日本的翻譯工作非常、非常強。和台灣不同, 他們幾乎把所有東西都翻成日文。學生因此能輕易取得教材, 不受制於語言障礙。

俞: 誰負責翻譯? 數學教授嗎?

林: 有一些。(回答俞的問題)

俞: 像台灣一樣, 對翻譯有興趣的教授不多。

林: 這是很重要的工作。因為如果翻譯者不透徹了解內容, 就翻譯不好。真正了解內容的人, 才能妥當地看待內容, 同時兼顧語言和數學。否則, 雇用完全不懂的人來翻譯, 品質堪憂。不過在台灣, 教授有一些做研究的壓力, 因為那是工作表現的唯一評量。教授如果做很多翻譯, 就無法做出足夠成績, 好在大學生存。

B: 對, 當時翻譯工作非常重要。

俞: 甚至像是東京大學教授, 有些也做翻譯工作。

B: 沒錯, 有時候。

俞: 我想那很重要。對高中生或其他人來說, 英文教科書較難閱讀。如果用中文寫數學, 數學會變得比較容易學。用自己的語言去學數學才有效率。

B: 因為對很多日本學生來說, 英文很難。

俞: 我想在台灣也是如此。

林: 我也想和中國做比較。中國或許有些英文教科書的翻譯, 但他們也有很好的本土數學家, 用中文寫數學, 不需要翻譯, 寫的是自己原本的想法。吸引更多讀者學數學的另一種方法, 或許是用本土語言去撰寫好的數學。用其它語言寫作的優異教科書, 也是非常好的來源, 因為在台灣, 我們熟悉英文, 頂尖數學家對英文也得心應手。但要翻譯這些教材給大學生, 甚或更年輕的讀者, 我們確實需要好的中文作品。

俞: 韓國的情況如何? 他們是否用韓文?

B: 就我的印象, 他們較常用英文書, 但我不確定。

江: 您有韓國學生嗎?

俞: 他有個學生 (平坂貢⁶) 在韓國當教授。

⁶平坂貢, 日本人, 九州大學博士, 釜山國立大學教授。

B: 是的, 我在俄亥俄州立大學任教時有個學生宋聖烈 (Sung-Yell Song)。他是愛荷華州立大學的教授。我另外有位韓國學生崔雪英 (Sul-Young Choi), 現在是紐約州 Le Moyne 學院的教授。

俞: 我下個問題是, 您如何選擇博士論文指導教授? 可以談談他在學術上如何影響您, 以及您所選擇的研究問題?

B: 事實上, 我下決心要研究群論時, 岩堀教授還遠在美國。他剛返國之時, 恰好是選他當指導教授的好時機。他擅長群論及表示論。時機大好, 因為我並未預期自己可以選到做群論的教授。他剛從美國回來, 離開了兩年。他的授課讓我大為欽佩。不同於其他教授, 他認真教學, 非常用心。

俞: 他如何培養您? 大力推進或是自由放任?

B: 放任⁷。我並沒有完全追隨他做研究。當時的日本教授不太教學生, 甚至連要研究的問題, 都要學生自己去找。這很普遍。但另一方面, 在諸多意義下, 他幫了學生很多忙。

俞: 所以您的博士論文題目是自己找的。

B: 是的, 與岩堀教授當時正在做的全然不同。

E: 岩堀教授帶我們旅行。學生待在同一間旅館, 可以和他交談。

B: 還參加了一些會議。有時只是和學生進行些額外的旅行。

俞: 喔, 一些旅行。和教授組團旅行, 帶一些學生去山區或其它地方待幾天。

B: 不一定是山區。我們去一些地方, 譬如有時去北海道, 和那裡的數學家晤面, 因而和北海道的學者有了很好的聯繫。

林: 我們應該多這麼做。我們應該在南台灣善用這些日子。

俞: 是啊, 我們應該在台南、高雄或花蓮舉辦些會議。

林: 不一定是會議。只是旅行, 或是拜訪其他大學的教授, 或是在旅館裡交談。

俞: 對, 我們應該這樣做, 去某個地方與數學家晤面。

林: 沒錯, 很好的建議。

俞: 讀研究所時, 您曾參加過不在日本的會議嗎?

B: 我只在研究所 (碩士班) 待了兩年。拿到碩士學位後, 我就有了工作。之後其實我有機會出國, 不少機會, 不是很多, 一些機會。首先在 1972 年, 我去伊利諾大學及芝加哥大學待三個

⁷另一方面, 在他的討論會做口頭報告時, 他極度重視準確性。關於如何鋪陳材料, 我們學到很多。

月，當時在芝加哥有個非常重要的會議⁸。你們也許不知道，Daniel Gorenstein 在那裡宣布了他的有限群分類綱領。他連續授課四週，每天上課；我不太能了解細節。

林：當時芝加哥大學有非常強的代數教授群，包括 Gorenstein, Jacobson 等。

B: Gorenstein 當時不在芝加哥，是在 Rutgers，但會議地點是芝加哥。Alperin 及 Glauberman 在芝加哥，J. G. Thompson 已在 1970 年離開芝加哥，去了劍橋。

林：對，那是個好地方。

俞：您非常優秀。還只是個研究生，就有機會去美國待幾個月。

B: 不是的，我找到工作之後才首次出國。我拿到碩士學位時，就有了工作。當時的日本制度是如此。近來必須要有博士學位才能獲聘學術性職位，當時我們還不需要。

林：那是講師之類的工作嗎？

B: 對，類似。

俞：是，我估算您是在 1970 年拿到碩士。四年之後，1974 年，您拿到博士，所以...

B: 對，1970 年我完成碩士學程時，就有了工作。接下來的四年裡，我發表一些論文而拿到博士。那是不同的制度。

林：不同的制度，嗯。

B: 當時候我們必須發表數篇論文，才能拿到博士。

俞：1970 年到 1974 年，您有了工作，但仍受指導教授岩堀督導？

B: 是的，但相當獨立。我當時是新進教員。現在日本沒有這個制度了。但在當時，一旦有了工作，可以終生保有它。

B: 就數學研究來說，可以為所欲為。

俞：聽起來是：在 70 年到 74 年，您是講師，逕自做研究，最後發表論文，拿到博士學位。

B: 是的，但是我們必須帶大學部學生，負責代數之類的習題演練課。我們也以非正規身分指導一些學生。

梁惠禎：要保有這份工作，其實不需要博士學位。

B: 沒錯，要升等的話，博士學位就是必要的。但當時所有職位都是終身職，並沒有暫時性的職位。但另一方面，並不容易找到工作。

俞：了解。

⁸鈴木通夫 (Michio Suzuki) 教授邀請榎本 (Enomoto) 和我訪問伊利諾大學，並安排我們出席這個會議。

葉政叡 (以下簡稱「葉」): 結婚之前可曾經想像過夫人也是數學家? (大家都笑了)

B: 我們在大學部相遇時 (我們同一年進東京大學), 她並沒有打算要攻讀數學。我們決定結婚後, 她才想要開始做數學。實際上她攻讀數學並且進了研究所, 但不是東京大學, 是東京都立大學 (Tokyo Metropolitan University)。她開始做數學。

E: 也照顧小孩。

B: 當時我們已經有一個小孩, 而她正在學拓樸。

林: 將領域從化學轉換到數學, 會很困難嗎?

B: 很困難。(大家都笑了)

E: 我不太記得了。一個開始學數學的動機是我母親喜歡數學。她很擅長解基本幾何問題。我喜歡數學, 但沒想過在年輕時就專攻數學⁹。

俞: 影響您較多的也是母親, 而非父親 (大家笑)。

B: 是的。我的父親在銀行任職, 曾調到日本許多地方, 幾乎每兩年一次。所以我住過日本很多地方, 必須頻繁搬家。

俞: 我也很好奇。您們兩位都是數學家。可否談一下, 數學上您們如何彼此幫忙, 相輔相成?

B: 起初她希望能獨立。到俄亥俄州立大學時, 我們已經有了幾個小孩, 她必須照顧他們。漸漸地, 她想再回研究所。實際上, 俄亥俄州立大學正式錄取她為研究生。她很獨立, 選擇數論作為研究題目¹⁰。她的指導教授是 John Hsia¹¹, 來自台灣, 一兩年前過世, 在俄亥俄州多年。

B: 他的姓氏拼成「HSIA」, 我想中文字意思是「夏」。我們是很好的朋友, 數學上悅子深受他影響。

俞: 他在俄亥俄州立大學過世。

B: 對, 事實上他很小就離開台灣, 在日本待過一陣子, 而後到了美國, 就讀布朗大學及麻省理工學院, 並拿到博士。

葉: 我們寄電子郵件問您問題時, 有時您在凌晨兩點回覆 (大家笑)。您經常整天思考數學問題嗎? 或者會休息一下, 有些休閒活動?

B: 我習慣晚上做研究。我可以隨時入睡、隨時醒來。通常我會在晚餐後小睡一小時, 9 點開始做數學。

⁹我想像居禮夫人一樣。

¹⁰Positive definite unimodular lattices with trivial automorphism groups, *Mem. Amer. Math. Soc.*, 85(1990), no.429.

¹¹John S. Hsia, 1938~2020, July 27.

江：睡前？

B：對，我通常凌晨兩、三點左右就寢。白天我忙著教學生，雖然現在不用。所以我無法在白天做很多數學研究；白天鬆弛些。

林：我想韋巨也是這麼作息。

江：我們知道數學有諸多領域。起初您研究群論，而後轉到代數組合學。想請問您為什麼想研究代數組合？有任何動機嗎？

B：沒有動機。我想我是延續我在群論的工作，如果你熟悉置換群 (permutation group)，譬如秩 3 的置換群，就會聯繫上強正則圖 (strongly regular graphs)。如果你考慮無多重性 (multiplicity-free) 置換群 (Gelfand pairs)，它們會成為交換結合方案 (commutative association schemes)。所以我實際上是在研究群論，同時也在研究組合的東西。

江：了解，是自然長成的。

B：事實上，至少就我自己而言，我從沒想過要轉換領域。但就外人看來，我原先研究群論，之後開始研究組合學。對我來說，這比較類似解析延拓 (analytic continuation)。

E：也許就是你說的「沒有群的群論」。(大家都笑了)

B：是啊，我說過「沒有群的群論」。這在很多地方被引用。

林：我補充一下。以您的觀點，這像是用強大的組合工具來做群論，完成傳統方法無法完成的某些事情。而且在 70 年代，有限單群 (finite simple groups) 的分類就大致完成了。您想嘗試找到新的方法來做這些分類？或者 …

B：是的，那正是我想做的。但這非常困難，每個人都覺得不可能。我也不是很樂觀，但我仍想往那個方向做些事情。不保證能夠成功完成。也許野心過大。

林：就我來看，您十二月的演講嘗試聚焦在這個部分。您上次介紹了有限單群，越來越多的組合工具在您的各個步驟上派上用場。接著我們試著了解：結合方案 (association schemes) 或相關配置 (coherent configuration) 等諸多工具，在分類問題上如何發揮功用。那是計畫或者 …

B：有限單群的分類並不容易。在接下來的演講，我至少會解說有限單群分類的應用。我將試著解說我們想做什麼、想解決什麼問題。我會嘗試著做，但不能保證什麼。我希望我們能做點東西。我希望你們中的一些人能就這題目做點東西。

江：好的，還有一個問題是，我們需要什麼預備知識，來開始學習代數組合？

B：基本上，我認為任何特別的預備知識都非不可或缺。如你所知，一個題目、任何題目，都幫

助你起步去學習，即使它看起來與代數組合相去甚遠。不管你對什麼題目有興趣，都應該有所助益。事實上，數學中存在許多內部連結，許多東西應該都互有關聯。研究任何領域都是好的。對我來說，群論對代數組合的研究大有幫助。

江：那很重要。

B：對，但對其他人來說，其它領域也許有用。我們不知道哪些領域有用。

江：了解。除了代數組合學，您對哪些數學有興趣？微分幾何？代數幾何？

B：我對代數幾何、拓樸、微分幾何都不很熟悉。我們有些和 François Jaeger 在自旋模型上的研究，與拓樸學相關。最近，微分幾何與組合學有些連結。我熟悉的，是從學自岩堀教授的觀點，來看李群、Chevalley 群或有限單群之間的關聯。我對數論有興趣，特別是格點 (lattices)、模形式 (modular forms)、丟番圖方程式 (diophantine equations)，不過並非真正的專家。我做了一些數論的工作。我也對正交多項式 (特別是 Askey-Wilson 多項式)、數值分析內的體積公式 (cubature formulas)，以及設計理論 (design theory) 有興趣。我最近的工作與量子物理 (量子資訊理論)，以及酉設計 (unitary designs) 之類的東西相關。

俞：可以描述一下微分幾何、組合學或其他領域之間的關聯嗎？

B：先來考慮對稱性 (symmetries)。考慮幾何學的對稱空間 (symmetric spaces)。對稱空間是種結構，在其上李群流暢地作用於黎曼空間。那麼它的有限版本 (有限的 Gelfand pair) 是什麼？有限版本本質上是交換結合方案，而且它們關係密切。再看緊緻 (半) 單 ((semi)-simple) 李群的分類，1920 年 E. Cartan 優雅地完成分類，是非常好的分類，但有限單群或有限對稱空間的分類是什麼？情況複雜多了。很多人說無限的情況比有限的情況困難。但情況正好相反。有限比無限複雜得多，如你所見，有限單群的分類比 (半) 單李群的分類困難得多。

江：如果您現在不在數學界工作，假設這樣，那麼您會從事什麼職業？可否告訴我們？

B：我只會想過要成為數學家，別無其他。我想這種思考方式不很理智。

江：您就只為數學而生活。

B：是的。但即使在當年，對任何人來說，獲得學術性職位並不容易。其實，我有可能成為高中老師，但我不敢去拿日本教師執照。因為我想一旦自己拿了執照，就會成為高中教師。我掌握機會成為數學家，我覺得自己很幸運。那是非常危險的選擇。

李金彥 (以下簡稱「李」)：您發表過許多論文。最滿意的是哪一篇？

B：很多篇，有很多和別人合作的好論文。或許我十分擅長鼓勵、撮合別人來一起做研究。我

覺得我參與過的論文, 最強的是我與川中宣明 (Noriaki Kawanaka)、宋聖烈合作的, 關於 $GL(2n, q)/Sp(2n, q)$ 的特徵標表的論文。其實重要的部分都是川中完成的。我和宋聖烈及 Mark Damerell 也有很多論文。當然, 還有我和伊藤達郎 (Tatsuro Ito) 關於距離正則圖 (distance-regular graphs) 的工作。伊藤的貢獻很大。我和 Mark Damerell 有關於緊的球面設計 (tight spherical designs) 的共同著作。我和宋聖烈及田中太初完成關於交換結合方案的特徵標表的著作, 他們也助我良多。最近, 我、悅子及其他人有一系列關於歐氏設計 (Euclidean designs) 及相對設計 (relative designs) 的論文; 集結起來, 它們代表了一個新的重要研究方向。

總之, 我認爲自己非常擅長和一些人一起工作, 一起完成一些作品。我覺得自己的力量極其有限, 所以需要從別人那裡得到協助。這是我的態度。我有很多好論文, 但大部分是靠共同作者的幫忙¹²。

俞: 或許您可以選出最好的一篇。哪一篇您最引以爲傲? 另外, 是否請您可以多談些數學?

林: 對, 也許是結果本身, 不只是一篇論文。

B: 結果本身。我最重要的工作或許是 1984 年與伊藤達郎合寫的書《代數組合學, I》, 很有影響力, 至今仍有很多人在讀這本書。書的最終目標是要對 P- 與 Q- 多項式結合方案進行分類, 雖然它尚未完成。但至少我提出了那個問題, 也請 Doug Leonard 解決那個問題, 而後他有了突破。當時我是俄亥俄州立大學的新進教授, Doug Leonard 是研究生, 不是我的學生, 是 Rick Wilson 的學生。他已經拿到博士學位。他來聽我的課, 我就請他解決那個問題, 研究 P- 與 Q- 多項式結合方案可能的特徵標表。他真的解決了, 證明它們基本上可以由 Askey-Wilson 多項式以及與其相關之多項式描述。同樣地, 我鼓勵了很多人來解題。有很多非常成功的案例, 但有時不成功。有時我們合寫論文, 有時沒寫。事實上我很自豪自己可以影響一些人。

我們不應該忘了 François Jaeger。他、悅子和我一起研究自旋模型。他是研究自旋模型的法國數學家, 發現自旋模型與結合方案有緊密的連結。我們很要好, 但他在 1997 年辭世。

俞: 我不知道 Jaeger 這個人。

B: J-A-E-G-E-R¹³。他是拓樸學家, 也是圖論學家。我回答您之前提出的問題: 除了岩堀, 數學上誰影響了我? 我應該要提到鈴木通夫 (Michio Suzuki), 他是有名的群論學家。另外還有伊藤昇 (Noboru Ito), 也是有名的群論學家。鈴木通夫是伊利諾大學的教授, 伊藤昇則在伊利諾大學芝加哥分校任教。鈴木及伊藤被邀請赴美, 而後留在美國。鈴木教授每年夏天

¹²我們新的論文《Explicit construction of exact unitary designs》, 與 Yoshifumi Nakata, Takayuki Okuda 與 Da Zhao 合著, 可能成爲我最重要的一篇論文, 雖然這篇論文尚未發表 (已被 *Advances in Mathematics* 接受)。

¹³François Jaeger (1947~1997)。他留給我們以下的話「不果結果如何地小, 我們應該尊敬結果與作者。」(也許不完全是他說的, 但它深烙在我們心裡。)

返回日本，教我們研究生，講授前一年的群論發展。他真的給了我們很大的幫助，我非常尊敬他。我也讀了很多伊藤昇關於組合的緊 4-設計 (combinatorial tight 4-designs) 的論文，以及其它關於置換群的論文。另外，原田當時在俄亥俄州立大學，正在研究有限單群。他鼓勵我到俄亥俄州立大學，且設法讓我取得教職。Ray-Chaudhuri 也協助我到俄亥俄州立大學。

李：您提出很多未解決的問題，您覺得哪一個問題最有希望解決？

B：有很多未解決的問題，可是很多問題其實可解（每個人都笑）。對我來說，提出未解決的問題很容易。有些容易解，但有些一點都不簡單。通常我們無法預先知道哪個好解。在某些情況下，我有些想法，但我們不能信任它們。而且，有些問題重要，有些沒那麼重要，要視情況而定。你的問題不容易回答。

李：也許我用的字不準確。不是「有希望」，而是「想」。

俞：是啊，哪個問題是您想解決的呢？也許是個夢幻問題，像是「我很長時間想解出這個問題，我非常想解出來」。

B：當然有很多、很多問題非常重要但幾乎無法解決。所以你的問題很難回答。我開始研究群論時，最感興趣的是分類多重可傳遞置換群 (multiply transitive permutation groups)，亦即 t 很大時的 t -可傳遞置換群。這個問題後來被解決，用到了有限單群的分類。而若沒有有限單群的分類，多重傳遞置換群的分類仍無法解決。有很多、很多這種問題，用了有限單群分類來解，否則根本解不動。至於 t -置換群的分類以及 Schreier 猜想 (任何有限單群的外自同構群 (outer automorphism group) 都可解 (solvable))，我真的想看到它們被解決。有很多、很多這類的問題，我希望來日看到它們被解決。但目前似乎希望渺茫。

林：我的評論是：使用有限單群的分類，就好比擁有字典或百科全書。但是其它問題，譬如多重可傳遞群，或許需要的材料較少，你不妨試著利用工具去解決。但你可以隨時查字典，看看是否行得通；好，我們就從那裡開始。但這個工作太龐大，而且世界上幾乎沒有人能夠了解該分類的所有東西。我從 Quanta 雜誌讀到：一些年輕學者正嘗試重寫這個分類，因為比較了解的人大都垂垂老矣；一旦作者離世，他們擔心證明失傳。因此一群年輕學者試著重新整理該分類的證明。對，另一方面，應該有某些更簡單的方法，如坂內教授所言，逕行覺察正確的觀點，不使用那個字典。這非常困難。

B：您提到有限單群分類的第二代證明。Gorenstein 啟動了它，但他過世了。他的遺願由 Ricard Lyons 跟 Ron Solomon 傳承。我想最近 Michael Aschbacher, Steve Smith 及其他人做了更多嘗試。他們的工作非常重要但很困難。

俞：我再提一個未解決的問題。坂內博士嘗試分類緊的球面 t -設計，而目前只有 $t = 4, 5, 7$ 未

解決。我想我非常想完成這個分類，特別是 $t = 4$ 和 5 ，我個人有很好的直覺。如果維度大於 22 ，就沒有其他的緊的球面 4 -設計。如果能完成它，我想那會是很好的結果。

B: 對，那是很好的結果。那也許是可解的。它和我之前提到的多重可傳遞置換群的問題不同。目前除了利用有限單群分類之外，完全沒其它想法。

李: 當您停滯不前的時候，如何提振士氣？

江: 聽音樂？

B: 嗯，我同時對很多問題有興趣。因為解不出某個問題而感氣餒時，我就停止處理那個問題，著手於另一個問題。我不確定；也許我會抑鬱，但通常不是很嚴重。我知道，很多、很多問題都無望解決，不能解決某些問題是理所當然的。

李: 您如何選擇更換問題的時機？

B: 我想這並沒有明確的答案。有時我會更換問題，有時不會。但我通常同時處理很多問題。不要堅持在單一問題，會試著去解另一個問題。比起一般人，我對更多問題有興趣。很多人試著專注在單一問題，我通常同時考慮很多問題；不清楚何者較好；不同的風格。

俞: 好的。印象中，有些教授會提到數學的品味。我想請問您：什麼是好的數學工作？或者說，什麼是您的數學品味？不同的人，對什麼是好的數學，持有不同的意見。或許您能試著判斷或定義，什麼是您心中的好數學？

B: 很大的問題。就我判斷，什麼是好的數學？這實際上視情況而定，沒有明確的公式。

俞: 您覺得那是什麼樣的特徵？也許您可以說一些原則。

B: 對我來說，原則是：我得到某些非常有趣的驚喜，或者結果是始料未及的新發現。我想那很有趣，但也許那很自然，不是我特有的。不確定你的...

俞: 超乎想像，或者新的、令人驚訝的新想法。

葉: 我最後的問題和韋巨的類似。有些研究說：對數學之美的感受，與對優美風景的感受，並無二致。在您心目中，數學呈現什麼樣的美？數學之美是否給了您某些解題的洞見？

B: 我不太思索數學的美。我覺得數學是一門科學。有些數學家認為數學是一種藝術，但我覺得數學更像是一門科學。有時候，它不盡然美麗。它需要被糾正，而那些提供靈感的，就是好數學。我想，也許，美存在這啟發靈感的性質裡，但我仍不覺得數學是一種藝術。我不確定我是否正確。我跟伊原教授討論過。他說數學是一種藝術，而美是最重要的。但我不太確定這一點。他曾在九州大學給過一系列關於「什麼是好的數學」的演講，我記得當時與他進行過一些很好的討論。

俞：您 1989 年左右回到日本時，我想日本並沒有很多人在做組合。您如何在日本推廣您的研究領域？我也想做類似的事，在台灣推廣相關的領域。您能分享您的經驗嗎？

B：1989 年我從俄亥俄州立大學回到日本九州大學時，組合學完全不受賞識。唯一看得到的堅強群組是秋山仁 (Jin Akiyama) 他們的。他對圖論有興趣；事實上，他在日本的圖論發展扮演重要角色。他在娛樂數學也很有名。我嘗試從純數學觀點來做組合學，因此要推動組合學，讓它成為純數學的一個領域。近來組合學比較被認為是應用數學的一部分，但我自認為是做組合的純數學家，而非應用數學家。事實上我培養了很多研究生，其中的許多人現在是優秀的教授。但我是否在日本取得成功，仍然大有疑問。相較於傳統科目，組合學仍然未受賞識。也許台灣的情況也一樣。

俞：活動的部分呢？像是日本的年度組合學會議？

B：我們通常每年有兩次組合學會議，另外還有許多人籌畫更多的學術會議，不定期舉辦。事實上目前有很多很多會議及學術會議，但仍然不清楚組合學在日本是否取得成功。我對日本組合學近期情況的印象是，它發展的方向是朝內，而非朝外。與我多年前在日本時的情況相比較，這是我的印象。這只是我的印象，我不確定我講得對不對。我想有這種情況的不只是數學，其他許多領域也相同。我想日本的實力，以及留給世人的印象，肯定正在下降。

俞：是說人數嗎？

B：人數，以及日本研究者撰寫的論文數目。與中國或其他國家的數字相較，我想這些數字無疑在下降中。我想其中一個原因是獎助金的分配方式。他們選擇大型大學的超大領域，但我覺得這樣不好。我們應該要能夠去研究任何我們喜歡的領域。這是我的印象。選擇研究領域的自由度正在下降。此外，有些強調應用數學的傾向，但我覺得這不是個好方向。總之，日本目前的情況十分艱困。

林：這是我最後想提出的一個相關問題。現今，純數學家一直苦於爭取政府或其它推動純數研究的團體的預算或獎助。原因是純數在社會沒有立竿見影的直接應用。如果無法在社會上看到立即的成果或應用，就很難覺察研究有用、想去學起來。純數的獲益隱而不顯；我能理解這個觀點，因為費時耗日之後，成果才得以發表及發展。舉例來說，我知道九州大學有個很強的應用數學團隊，有大約 100 位數學家，與工程界及其他公司合作。某種意義下，我想問：我們要如何推廣純數，告訴社會這是確實有用的領域？我們是否有好的想法？如何說服人們支持這樣的研究？

B：您提到的方向我參與不多，也未曾成功。我比較特立獨行，也不喜歡趕流行。數學對產業和其它社群有用是件好事，但我沒興趣認真推動這個方向。我想數學無論如何是有用的，雖然可能不是立即有用。我想社會是否有能力認識到這個事實，將是衡量社會成熟度的標準。

林：我提到這個，是因為九州大學與我們大學有些連結，有些教授參與你們系規劃的討論會或學術會議，像是與產業界進行為期一周的會議，讓他們提出想解決的問題。但這種活動不應被過於強調；因為對純數學家來說，我們有自己的問題要解決。與此同時，產業界資助數學家，解決問題來牟利。我不知道這對雙方來說是不是好的互動。我們應該要有更多的自由，做我們認為對純數學最有價值或非常好的問題。但是提到錢，預算在那裡，我們花了這麼多這種錢；你想要有藥品、保險，如果它們不用花錢。我自己在這並沒有好答案。是啊，嘗試說服人們數學是重要的。甚至在美國，STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) 目前也很受歡迎。物理與化學之外，數學也入列。這樣想來，數學家應該推廣，或者讓其他人清楚看到，數學是非常、非常、非常重要的領域。不這麼做，你就不會在當前的社會獲得進展。我想我們應該更大力推廣這樣的方案。但我只想做研究，我想這很困難。

我列在這裡的另一個問題是，坂內教授曾在美國、日本、中國訪問、教學、研究多年。您可以比較它們在這些領域的情況嗎？關於如何做研究、如何獲國際合作來合力解題，也許您能給我們一些建議？

B：我曾在俄亥俄州立大學 (1974~76年, 78~79年), 九州大學 (1989~2009年), 以及上海交通大學 (2011~2017年) 擔任正式教授。基本上各地的情況都類似，只是有些時間上的延遲。我的印象是，美國最早如此，之後日本，而後中國，正在逐漸趕上。我的印象是，基本上各地的情況都相同。在中國，特別是在上海交通大學，我非常驚訝的是，相較於日本 (九州大學) 或美國 (俄亥俄州立大學) 的學生，他們的 (大學部) 學生一般都優秀又認真。我不確定這是否應該要大聲公告。九州跟俄亥俄州都有很多優秀的學生。事實上我的學生相當優秀 (大家笑)。但是我很驚訝，上海交通大學有更多用功的學生。

俞：您意思是，數量上中國用功的學生比日本用功的學生多嗎？

B：不確定，我只知道上海交通大學，那是中國一所非常特別的大學。我教的是一個特別的班，在一個特別的學院，叫做致遠學院 (Zhi-Yuan College)。

俞：您上海交大的課堂有多少學生？

B：我班上的學生人數通常約 15 至 30 人，僅限主修數學的學生 (大約 30 人)。實際上，在那所特別的學院，學生們是精挑細選過的，而且只有主修數學的可以修我的課 (該課程是選修課)。這些學生都和我在九州大學及俄亥俄州立大學的頂尖學生程度相當。我有系統地講授圖論。對我來說，他們的理解能力難以置信。當然我在東京大學的同學也很出色。我真的不知道台灣的情況，當然也有很多優秀的學生。我在台灣教的，是非常特殊的一小群數學系學生，他們看來很優秀。但我未曾教過一般的數學系學生，所以實在很難下判斷。

俞：您提到了致遠學院。向子卿在那裡？

B: 他不在致遠學院, 是在一個電腦科學之類的學院。

俞: 那是一個電腦科學的特別班級。

B: 在致遠學院, 如果我記得對, 分五個班: 物理、化學、生物、數學及電腦科學, 每個班大約有三十位學生。

俞: 但您的課程有收其它系的特別班學生?

B: 通常只有數學, 只有 20 個、或許 30 個學生。有些學生選了其他課。

林: 他們是研究所程度、碩士程度或者大學部的程度?

B: 只是大學部程度。

林: 但是他們跟您四年, 大有進步。

B: 我教一些討論會和閱讀專班。教過像趙達這樣的學生, 很優秀而且積極。

俞: 對, 在 1 月 24 至 26 日的會議中, 會看到趙達、朱艷和其他人。我想他們在上海交大時深受坂內博士影響。大家會看到很多他在上海教過的學生。有人有最後想說什麼嗎?

林: 謝謝您分享您的看法。您的觀點非常重要, 會啟發讀者, 讓他們有扎實的了解及好的方向。這會激勵更多好的研究, 在未來取得成功。非常謝謝您。

俞: 很多珍貴的建議。我希望學生們把握機會和坂內博士交談。坂內博士夫婦一月底將會離開台灣。還剩兩個月左右。非常謝謝您們。

B & E: 非常謝謝。很感謝你們提供的機會與支援, 讓我們在理論中心及臺灣大學訪問將近十四個月。我們真的很喜歡和這裡的人一起工作。

—本文訪問者坂內悦子 (Etsuko Bannai) 任教九州大學, 俞韋亘任教中央大學數學系, 林延輯任教臺灣師範大學數學系, 梁惠禎任職中央研究院數學研究所, 江嘉恩就讀台灣師範大學博士班, 李金彥、葉政叡分別就讀中央大學博士班與碩士班—