

編者的話

西元前三世紀，阿基米德著手計算圓的周長與直徑的比值，估計其值約為 $22/7$ 。《隋書·律曆志》記載祖沖之（西元 429~501）計算了小數點下 7 位的圓周率，約為 $355/113$ ，但多人質疑此敘述為後人所添加。而西元五世紀時已發展出現代算術技巧的印度，在十四世紀的 Kerala 邦，Madhava 應用 $\arctan(x)$ 的冪級數展開來估計圓周率，算出九位近似值。莫宗堅、黃蘋教授細說史料。

阿基米德以降，歐洲數學沉寂至牛頓的年代。牛頓在 1665 年計算了圓周率的前 16 位數。1706 年，英國數學家 William Jones 將圓周率記為希臘字母 π ；歐拉 (Leonhard Euler, 1707~1783) 採用後，符號 π 才廣為人知。

歐拉出生於瑞士 Basel。1727 年赴聖彼德堡科學院任職，1741 年轉赴柏林科學院，1766 年返回聖彼德堡科學院，他開創了圖論及拓撲學，在數論、複分析和無窮小計算都有劃時代的貢獻。他提出了數學函數的表示法 $f(x) = y$ ，導出「 e 」的冪級數展開，證明 $\log(-1) = i\pi$ 。他也研究了三體問題、彈性問題、光的波動理論、液壓、音樂，並草創了分析力學。

張鎮華教授介紹歐拉的各项成就，並給出三角形外心與內心距離公式的純平面幾何證明。他藉此說明 108 課綱略微刪減國中平面幾何內容的箇中考量。

十八世紀的歐洲大陸，Jean Le Rond d'Alembert (1717~1783, 法國)、歐拉 (1707~1783) 及 Alexis Clairaut (1713~1765, 法國) 為牛頓力學的主要傳承者。他們藉助微積分，力圖將力學轉化為數學。

牛頓第二定律最初記為 $F = \Delta(mV) = m\Delta V$ ，1750 年才寫成微分形式 $F = mdV/dt$ ；這是歐拉的成就。

d'Alembert 的工作不僅延伸了牛頓力學，也實質重組了力學的概念。他認為：關於運動，吾人可以理解的是其空間位移，而非產生運動的原因。「動力學」應直接探討運動的「效果」，而非間接藉由運動的原因：「力」。只有運動的變化量可被概念化；藉由描述運動的量，諸如：距離、時間、速度、加速度等，即可表達變化規律，大可避開質量的概念、動量 mv 及其微小元素 mdv 。

d'Alembert 將動力學視為一門關於物體變動的科學，認為這些變動只能藉由運動的內部變數來表達，而不需使用外部概念，例如力的概念。儘管如此，他還是指出：在原因與其效應之間存在著相互關係，可藉瞬間加速度的概念來表達。時間因果關係與微分分析之間的這種構造，使他能夠以原理的形式建立起運動變數之間的關聯，從而在概念上重組牛頓力學。對他來說，力學的基本定律不是牛頓定律，而是「動力學原理」。這是力學完全數學化的真正推動力。

林琦焜教授陳述 d'Alembert 的生平及貢獻，細說二階線性常微分方程的降階解法、Abel 的 Wronskian 公式，及 Jordan 標準型矩陣轉換的內涵。

數學傳播電子版網址：

<https://web.math.sinica.edu.tw/mathmedia/>

梁惠禎

2022 年 6 月