

「生命遊戲」的發明者 ——數學大師康威

邵紅能

幾十年，他一直穿涼鞋，即使冬天也如此；他留著大馬尾，偶爾剪剪劉海和髮梢；辦公桌上經常堆著幾年前的信件，他從未拆封；在接受美國院士的提名頒獎時，他只穿了件綠色的跑步T恤。同時，他自始至終都在對一些問題好奇不已，譬如：如何讓象棋規則更有趣？圓周率的第745位數是多少？2213年5月9日是星期幾？他，就是康威，被譽為「生命遊戲之父」、「普林斯頓數學系的靈魂」。2020年4月11日，著名數學家、普林斯頓大學教授約翰·康威因新冠肺炎去世，享年82歲。

約翰·何頓·康威 (John Horton Conway) (1937.12.26~2020.4.11)，英國數學家、生命遊戲之父、普林斯頓大學教授，曾為劍橋三一學院教授，活躍於有限群的研究、趣味數學、紐結理論、數論、組合博弈論和編碼學等範疇，曾用數學理論設計多款遊戲，被稱為最擅長科普的數學家，是著名生命遊戲的締造者。康威把他的名字寫進一個又一個數學名詞之中，比如：康威多面體符號、康威多項式、康威群等。他最廣為人知的發明便是康威生命遊戲，催生出許多電腦程式、網站及文章，後來這款遊戲在電腦中被實現，直到如今仍有許多駭客喜歡玩。

康威和美國最偉大的科普作家馬丁·加德納 (Martin Gardner) 是摯友，他為後者提供了大量的素材和數學支援。同時，後者為康威開闢了專欄，使得康威成為家喻戶曉的數學家。

1. 從小顯露才華，立志數學研究

康威1937年12月26日出生於英國利物浦，父親是利物浦一個中學的實驗室助理，母親發現4歲的康威就能背2的冪方，一直背到1024。不過，康威自己說：「我不記得這事，這可能只是鼓勵孩子的故事。」中學時，你的班級裡大概也有這樣一位同學：內向，不怎麼愛說話，擅長數理化，每次考試都名列前茅，並且被別人起了個非善意的綽號。康威就是這樣的同學，他的綽號叫「瑪麗」。11歲時，康威被問起長大後的理想說：「我要去劍橋，研究數學。」這件事傳了出去，他有了一個新的綽號「教授」。對於青春期的孩子來說，這個綽號同樣不怎麼友好。與一些空泛幻想不同的是：康威確實考上了劍橋，專業也正是數學。並且，後來他真的做了教授。總有

那麼一兩個時刻，我們會想，或許人生可以有些不一樣。對於康威來講，這個時刻發生在他去劍橋報到的時候。

1956年9月，康威乘著蒸汽火車從利物浦南下前往劍橋，那是他夢寐以求的求學之地，也是他的數學生涯真正開始的地方。對康威來說，劍橋大學的學習生涯改變了他的整個人生。這是因為從他南下的那一刻起，他突然決定要變成一個不一樣的人。大學期間，康威逐漸打開自己，常在聚會中講故事，偶爾還會自嘲。

20世紀60年代初，康威還是劍橋大學的研究生就已經沉迷於數學益智遊戲，他和同住的大學生麥克·蓋解決了一種拼湊方塊遊戲的全部可能的方法而聞名一時。以後，他發明了許多數位遊戲，有些遊戲數學家還用電腦來協助研究它們所提供的一些數學問題。1964年，康威在劍橋完成了博士論文，之後繼續留在劍橋任教。作為講師，活躍的思維，活潑且接地氣的教學風格，讓他深受學生喜愛。他經常用生活中常見的事物，比如貓貓狗狗、汽車火車等物件探討抽象的數學概念。比如當講到對稱性和正多面體時，他會帶著一根蘿蔔和一把菜刀來到課堂上，然後一刀一刀的把蘿蔔切成正多面體，還邊切邊吃。從1956年來到劍橋開始，康威在這這個地方停留了30年的時間。1986年，他前往大洋彼岸，成為了普林斯頓大學的數學教授，在那裡，他被委以教學重任，直至退休。

20世紀70至80年代是康威的高產時期。幾何學是他的第一個嚴肅愛好，他完全沉浸在了對稱的海洋中。他發現了三個零散單群，其中最大的被稱為康威群，它是一個24維的對稱群，與在24維空間中堆積球有關。在這樣一個空間中，每個球與196560個球相切。

康威對多維幾何有著超凡的理解，1985年，他與數學家尼爾·斯隆 (Neil Sloane) 還在繼續研究多維度的球堆積問題。那一年，美國的一個專利「多維碼的解碼技術」就將他們的球堆積研究應用到了編碼理論中。1988年，他與斯隆合著了《球堆積、晶格與群》(*Sphere Packings, Lattices, and Groups*) 一書。而在眾多成就中，他最為之驕傲的是他在1970年發明的一類新型的數系，這些數位現在被稱為「超實數 (surreal number)」。超實數是那些不僅包含了實數，還包括無窮大和無窮小的數位的連續統。

2. 有限單群分類，康威的極大貢獻

康威是一名多才多藝的數學家，將深厚的組合見解與代數技巧相結合，特別是在「非典型」代數結構的構建和操縱中，以完全出乎意料的方式闡明了各式各樣的問題。康威將目光瞄準了有限單群的分類工作。因為高階的有限群，實際上刻畫了高維晶體的對稱性，康威為了獲得直觀上的靈感，將高維晶體在各個「平面」上的投影列印出來，貼滿臥室。他每天對著它們冥思苦想，最終構造出了3個有限單群，為20世紀末最重要的代數學成就「有限單群分類定理」填上關鍵一塊。而他本人也由初出茅廬的博士，成為傑出的青年數學家。同時，他也是高維幾何學中第一個確定了高維度空間中的晶格結構的數學家。

所謂單群，是一種結構較為簡單的群，它只有兩個正規子群。它們像原子核裡的基本粒子，可是要尋找新的有限單群卻是不容易的事。近代的物理學家和化學家發現群論可以說明他們研究分子的結構及用來預測一些未發現的基本粒子的存在。對於數學家來說，他們興趣在於研究系統的自同構群。而對研究群論的人來說，他們興趣在於所謂「單群分類」的問題。

1967年，數學家約翰·李奇 (John Leech) 發現了李奇晶格 (Leech lattice)，用來描述 24 維球體的堆積問題，而這個 24 維球體的對稱性還沒人研究。康威意識到這是個機會，決定嘗試一下，哪怕這項工作可能要耗時數個月。一個星期六，他決定開始研究。約 24 小時後，康威走出屋子，找到了答案：李奇晶格的群大小是 8315553613086720000。這個數值有多大呢？銀河系中大約有 4000 億顆恆星，李奇晶格的對稱數相當於 2000 萬個銀河中的星星。通過李奇晶格的研究啟發，康威自己找到了 3 個散在單群 (sporadic simple group)，並將其命名為「康威群」。這項研究使康威一舉成名。康威收到了很多邀約去介紹他的研究。發現「康威群」後，康威的事業一發不可收拾。

康威的單群是屬於 26 個著名的「散在單群」。最新的散在單群是 1980 年由密西根大學的羅柏·克裡斯 (Robert Griess) 所發現。由於結構龐大，康威戲稱為「怪物 (monster)」，以後大家都引用這個稱呼。它代表在 196883 維空間裡的旋轉，對於一般數學家這東西就能令他們昏頭轉向，而康威卻說：「沒有人能否認「怪物」是一個很吸引人的抽象結構。想像一個在 196883 維空間裡的鑽石，它有 1054 個轉軸和旋轉中心，而仍能顯示其勻稱和均致。任何人，只要能想像這個 196883 維空間裡的東西，一定會由衷的讚美，你隨時可以在腦筋裡想像它。我確被它震懾住，覺得它將在現實世界扮演一個突出的角色... 或許將是基本粒子理論的一個重要工具。」

康威認為某類單群具有十分嚇人的性質，因此將其命名為魔群 (Monster group)，並對其提出了一個複雜的命題，由康威及 Simon Norton 提出的月光猜想 (Monstrous moonshine conjecture)，將魔群與橢圓模函數聯繫起來，打通了以前截然不同的數學領域 (有限群和複函數理論)。現在猜想已被證明，同時我們知道，神秘而富有詩意的月光理論 (moonshine theory) 與弦理論有著深刻的聯繫。

康威認為，做數學家是有趣的。數學事物的本體論是什麼？它們如何存在，在何種意義下存在？毫無疑問，數學確實存在，但除了思考，你無法觸碰它。這非常令人震驚。雖然做了一輩子的數學家，他聲稱自己至今都未能理解：「數學是客觀存在的。」(參見《*Genius at Play: The Curious Mind of John Horton Conway*》，by Siobhan Roberts, Bloomsbury (2015))

3. 借助數學原理，發明生命遊戲

康威在數學領域的貢獻卓著，而在遊戲領域的創新之作《生命遊戲》則是他的構想，康威生命遊戲，又稱康威生命棋，最初於 1970 年 10 月在《科學美國人》雜誌上馬丁·加德納的「數學遊戲」專欄出現，這並不是傳統意義上的需要玩家介入互動的遊戲，而是一種自律 (autonomous)

運行的「模擬遊戲」。

生命遊戲是由 3 條規則構成的二維元胞自動機 (cellular automation)，它最早被設計和發現於 1970 年，很多好奇的電腦愛好者都寫過這個程式並讓這些人造生物繁殖在自己的電腦上。你可以在網路上很容易地找到一個生命遊戲程式。康威認為：「如果一個生命，其周圍的同類生命太少，會因為得不到幫助而死亡；如果太多，則會因為得不到足夠的生命資源而死亡。」看似簡單的生命遊戲背後，可能隱藏著自然界的某種特殊規律。在生命遊戲演化的過程中，會出現幾種非常典型的基本圖案，比如蜂巢、麵包、蟾蜍、太空船等等。可能有人以為這種像生命一樣不斷進化，從細胞變成個體，再形成社群的過程，就是生命遊戲名字的來歷。但是如果從康威的解釋來看，這個名字更多指的是生命遊戲的規則和 DNA 鹼基配對編碼規則一樣，是一套簡單但有效的資訊解碼機制。

生命遊戲在一個類似於圍棋棋盤一樣的，可以無限延伸的二維方格網中進行。生命遊戲一經創造，立刻吸引了大量玩家，據說，當時四分之一的電腦上都在運行生命遊戲。通過控制起始處的細胞數量與分佈，可以創造出無數神奇的模式。看似簡單的生命遊戲，揭示了一些最為深刻的道理：只需要少量的基本規律，可以產生高度複雜的功能，甚至可能創造出智慧。生命遊戲背後的機制名為元胞自動機。這個概念最早由電腦學家馮·諾依曼提出，是受到了生物細胞自我複製的啟發。在這一體系中，通過「細胞」的時空變換，可以研究複雜系統的演化過程。起初，學界並未意識到元胞自動機的價值，直到康威設計了生命遊戲，才吸引了科學家們的注意。

後來，康威研發許多數學遊戲，通常是由簡單發展到複雜。他說：「新觀念的產生不是很容易的事，大約每年只產生一個新的成功的觀念。當我提出一些有用的觀念時，學生們只當我在賣弄，因為我通常在一些淺顯的課題上作研究。我喜歡在咖啡店內思索，因為這樣較容易體會真理，並不是用這種行徑來表示特異。分析一些數學遊戲，我寫了一篇又一篇的論文。」康威把這些想法告訴了斯坦福大學的電腦專家葛諾特 (Donald Knuth)，結果一年之後葛諾特覺得應該把康威的想法寫出，於是利用一個星期在挪威的奧斯陸度假，寫出了一本小說體的講數學的書，書名是《超實數：兩個前學生怎樣轉向數學並發現完全快樂》(Surreal Numbers: How Two Ex-students Turned on to Pure Mathematics and Found Total Happiness)。

著名物理學家史蒂芬·霍金在他的《大設計》(the Grand Design) 一書中這樣評價：「我們可以想像，像生命遊戲這樣的東西，只有一些基本規律，可能會產生高度複雜的功能，甚至是智慧。它可能需要包含數十億個正方形的網格，但這並不奇怪。我們的大腦中有數千億個細胞。」生命遊戲一直以來受到極客們的熱烈追捧，被許多電腦程式實現。

康威被《衛報》評價為「世界上最有魅力的數學家」，因為他幽默而善於以通俗易懂的方式科普數學，及進行學術研究，有如一箇數學頑童，樂於以遊戲周遊於數學的世界，找出其中的規律，不過他本人也表示「自己每天都在玩，從來沒有工作過」，還曾出版過一本傳記名為《天才遊戲》。著名數學家邁克爾·阿蒂亞 (Michael Atiyah) 曾說：「康威是世界上最神奇的數學家。」

康威生活簡單，家裡甚至沒有電視機。除了精神食糧數學之外，他唯一的樂趣的就是看書！正如天才數學家、菲爾茲獎得主陶哲軒所說：「康威是數學家構成的凸包 (Convex Hull) 中的一個極值點。我們會記住這樣一個有趣的靈魂，我們會懷念這樣一個有趣的靈魂。」

—本文作者任教中國上海市城市科技學校—