

Egorov 與 Luzin

康明昌

1. 前言

Dmitrii Fedorovich Egorov (1869~1931) 與 Nikolai Nikolaevich Luzin (1883~1950) 是二十世紀初期俄羅斯有名的數學家。

實變函數論的課本通常都會有 Egorov 定理與 Luzin 定理:

定理 : 令 $[a, b]$ 是一個閉區間, $-\infty < a < b < \infty$, 考慮 $[a, b]$ 之上的 Lebesgue 測度 : 若 F 是 $[a, b]$ 的某個可測度子集, 設 $\mu(F)$ 是 F 的 Lebesgue 測度。

- (1) (Egorov, 1911 [19, p.57]) 若 $f_k : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ 是一組可測度函數的序列, 且 $\{f_k : 1 \leq k \leq \infty\}$ 幾乎處處收斂於某個有限函數 f_0 。任給一個正數 $\varepsilon > 0$, 則必存在閉集 $F \subset [a, b]$, 使得 $\mu([a, b] \setminus F) < \varepsilon$ 並且 $\{f_k : 1 \leq k < \infty\}$ 在 F 上均勻收斂於 f_0 。
- (2) (Luzin, 1912 [19, p.58]) 令 $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ 是可測度函數。任給一個正數 $\varepsilon > 0$, 則必存在閉集 $F \subset [a, b]$ 使得 $\mu([a, b] \setminus F) < \varepsilon$ 並且 f 在 F 上是連續函數。

換句話說, 在 Lebesgue 測度觀點之下, 可測度函數幾乎就是連續函數 (Luzin 定理), 一個可測度函數序列的點態收斂幾乎就是均勻收斂 (Egorov 定理)。

利用 Egorov 定理可以推導出 Luzin 定理, 這正是 Luzin 原來的證明。義大利數學家 Carlo Severini (1872~1951, Catania 大學) 在 1910 年得到與 Egorov 定理同樣的結果; 但是他的論文刊登在一個流傳不廣的義大利期刊。在 Leonida Tonelli 的論文 (1924), 才提醒世人注意 Severini 的貢獻 [18]。

聖彼得堡與莫斯科是十九世紀俄羅斯的數學重鎮。聖彼得大學 P. L. Chebyshev (1821~1894), A. A. Markov (1856~1922), A. M. Lyapunov (1857~1918) 在數論、機率、微分方程、力學的研究是當時公認的世界一流的工作, 莫斯科數學家則集中在微分幾何、微分方程與力學的研究 [12]。

Cantor 的集合論 (1874) 與 Henri Lebesgue (1875~1941) 的測度論 (1902) 使得數學家可以使用的函數比起以前的連續函數大大的增加, 在這基礎建立的三角級數理論更加完整。Emile Borel (1871~1956) 與一些法國數學家對集合論仍然採取懷疑的態度, Lebesgue 甚至說: 「建立在抽象基礎之上的理論固然十分優美, 最終將會死亡殆盡」[12]; 相反的, 莫斯科數學

家 (如: Egorov、Luzin) 卻熱烈擁抱這種新生事物的來到, 有人相信, Egorov 之所以很容易接受集合論, 與他的東正教信仰有關 [6], [7]。

Egorov 是莫斯科大學的教授 (1903~1930), Luzin 是他的學生。Luzin 從 1917 年起擔任莫斯科大學的教授, 在十年之間他的身邊聚集一批有才華的學生, 如: P. S. Aleksandrov (1896~1982), A. Y. Khinchin (1894~1959), M. Y. Suslin (1894~1919), P. S. Urysohn (1898~1924), A. N. Kolmogorov (1903~1987), M. A. Lavrentev (1900~1980), L. A. Lyusternik (1899~1981), P. S. Novikov (1901~1975), L. V. Keldysh (1904~1976), 他們形成一羣 Luzin 迷 (“Luzitania”), 他們大部分人卓然成爲一代宗師。Novikov 與 Keldysh 後來成爲夫妻, 他們的兒子 S. P. Novikov (1938~) 是 1970 年的 Fields Medal 的得主, Lyudmila Vsevolodovna Keldysh 的弟弟 Mstislav Vsevolodovich Keldysh (1911~1978) 也是唸數學出身的, 後來成爲蘇聯太空計畫的領導者之一, 並且長期擔任蘇聯科學院院長 [14, p.9-10, p.16-18]。

Egorov 與 Luzin 都是虔誠的東正教教徒。Egorov 是一個堅守原則的人, 因此被極權專制的共產黨政權視爲眼中釘。他晚年慘遭剝奪所有的職位與榮譽, 並被流放到喀山 (Kazan, 俄羅斯韃靼共和國的首都, 非歐幾何的創立者 N. I. Lobachevsky 在喀山大學任教)。Luzin 比較圓融, 他與共黨政權虛與委蛇, 但是他在 1930 年捲入 Egorov 的案子, 在 1936 年遭到公開的羞辱與審判。他那些 Luzin 迷大部份都與昔日的恩師反目成仇; 後來他僥倖逃過政治清算 (據說與史大林的一念之仁有關), 得以善終。

2. Florensky 與 Luzin 的友誼

Egorov 生於莫斯科, 莫斯科大學畢業 (1891), 1901 年獲得博士學位, 1902~1903 年他到柏林、巴黎、哥廷根留學, 1904 擔任莫斯科大學教授。

Egorov 是莫斯科數學會的秘書、副會長、會長 (1917, 1921, 1922~1930)、俄羅斯科學院的榮譽院士 (1929)。二十世紀初期, 莫斯科數學家的活動場域有兩個: 莫斯科大學與莫斯科數學會。莫斯科數學會是一個民間團體, 類似於美國的美國數學會。俄羅斯科學院 (Russian Academy of Sciences) 在 1934 年才從列寧格勒 (聖彼得堡, 彼得格勒易名) 搬到莫斯科 (註 1)。

Egorov 任教之後, 引進在德國與法國行之有年的研討會 (Seminar), 介紹當時最新的數學進展。Egorov 研討會吸引許多莫斯科大學的學生參加, 奠定了莫斯科大學實變函數與複變函數研究團隊的基礎。參與 Egorov 研討會的, 還有波蘭人 W. Sierpiński (1882~1969), 日後他成爲波蘭數學界的領袖之一 (註 2)。

Luzin 生於西伯利亞的伊爾庫次克 (Irkutsk), 他的父親是個具有一半俄羅斯血統, 一半布理亞特人血統的商人; 布理亞特人 (Buryat) 是蒙古族的一支。

Luzin 在中學的數學成績並不好，他的父親替他找個家庭教師。這個家庭教師終於發現 Luzin 學習的困境。Luzin 不喜歡死背定理、公式與機械式的計算，經過這位老師的開導，Luzin 終於發現數學像實驗科學一樣，要瞭解原理，自己便可以獨立尋求答案。

1901 年 Luzin 進入莫斯科大學，許多老師認為他只是一個普通的學生，Egorov 卻發現他的天賦，Egorov 邀請 Luzin 到他家，特別教導他，並且給他一些困難的習題。

1905 年爆發了第一次俄國革命，許多學校關閉。Egorov 安排 Luzin 與另一個學生到巴黎遊學一年。在法國留學與回到莫斯科期間，Luzin 經歷一次嚴重的精神危機，他懷疑數學與科學對人類與社會的貢獻，他聽了不少醫學與神學的課程。在這段徬徨無助的時候，他曾經兩次準備自殺。給予他精神支持的，Egorov 之外，就是他的朋友 Pavel Alexandrovich Florensky (1882~1937)[5]。

Florensky 比 Luzin 大一歲，進莫斯科大學也比 Luzin 早一年 (1900~1904)。學生時代他在一個學生社團做一系列演講，介紹 Cantor、Peano 在集合論的工作。Florensky 對於數學與神學的關係十分著迷。大學畢業時，他本來得到一筆獎學金可以攻讀數學碩士學位，他卻放棄這個機會轉到莫斯科神學院就讀。1914 年他完成 800 多頁的神學博士論文「真理的基礎與柱石(The Pillar and Foundation of Truth)」。據說這是一部俄羅斯神學思想的鉅著。

Luzin 與 Florensky 在大學時代就已經是好朋友。大學時代 Luzin 自認是一個唯物主義者，經過第一次俄國革命 (1905)，Luzin 的精神支柱完全崩潰。他發現自己對於當時的社會動亂、妓女與貧民問題完全無能為力。這段精神危機持續了四年多 (1905~1909)，幸虧有 Florensky 的宗教哲學紓解 Luzin 的情緒低潮，Florensky 與 Luzin 不斷的有書信往來，Luzin 從巴黎回莫斯科之後 (1907) 也經常到 Florensky 讀書、工作的神學院探望 Florensky。

Luzin 去世前把他所有的日記都銷毀，卻沒有銷毀 Florensky 寄給他的信函。Luzin 的妻子也是夠勇敢的，她把這些信件都保存下來，事後還把它們歸還給 Florensky 的妻子。Luzin 與 Florensky 本來就是十分熟稔的老朋友，但是在他們的通信，Luzin 總是用一種仰望的、尊敬的口氣稱呼 Florensky，他不斷的期盼從 Florensky 那裡得到精神支柱與教誨 [5]。有一段期間 Luzin 的書桌經常擺著一張 Florensky 在神學院當學生時的照片 [4, p.26]。Florensky 是 Luzin 的摯友與導師。

十月革命之後 (1917)，布爾雪維克黨人取得政權，東正教的活動受到殘酷的鎮壓，許多神職人員被殺害。Florensky, Egorov 與 Luzin 都是虔誠的教徒。Florensky 的態度最強硬，在一次集會中，Florensky 穿著教士的長袍出席，共黨領袖托洛斯基 (L. D. Trotsky (1879~1940)) 驚訝的問身邊的人：那個穿教士長袍的人是誰？Egorov 繼續進行他的宗教實踐 (religious practices) 並且保持與 Florensky 的來往。Luzin 比較小心，他不再參加教會活動，小心的隱藏他的宗教信仰 [6, p.21]。

1930 年 Florensky 被捕，隨後關押在北極圈附近的索洛維茨基勞改營 (Solovetsky Is-

lands), 1937 年 12 月 8 日他被行刑隊槍決。

3. Luzin 在莫斯科大學

Luzin 在 1909 年回到數學。他在 Egorov 指導下完成碩士學位 (1909~1910), 1910 年成爲莫斯科大學的講師 (Private Docent)。在 Egorov 支持下, 他取得公費留學 Göttingen 大學的機會 (1910~1914)。1915~1916 他回到莫斯科撰寫博士論文, 他用這篇論文申請莫斯科大學的博士學位 (Magister Doctor); 由於這篇文章太好了, Egorov 說服審查委員授與更高一級的學位 (相當於 Habilitationsschrift)。Luzin 在 1917 年擔任莫斯科大學教授, 他的研究方向集中在集合論與實變函數論。

在不到十年之內 (大約在 1915~1925 之間), Luzin 吸引了一批才華洋溢的學生在他的身邊, 如 Aleksandrov, Urysohn, Kolmogorov 等人。這些人形成一群 Luzin 迷 (Luzitania), 他們私下稱 Luzin 是 God-the-son, 稱 Egorov 是 God-the-father。他們每年有三次會到 Egorov 的家聚會: 復活節, 耶誕節, Egorov 的命名日 (the Name-Day) [6, p.21]。命名日與生日不同, 它是東正教教徒一個隆重的日子。

但是這種關係親密, 「教主」高高在上的小團體組織是不可能長期穩定存在的。傑出的學生成長以後會展翅高飛、自立門戶, 加上共產黨組織唆使攙掇其間, 就釀成師徒反目的悲劇。

1917 年的二月革命促成沙皇退位, 成立克倫斯基政府, 八個月後的十月革命推倒克倫斯基政府, 布爾雪維克黨人掌握政權, 解散立憲會議, 隨之而來的是長達四、五年的俄國內戰 (1918~1920, 蘇聯官方歷史定爲 1917~1922)。Luzin 幸好在十月革命之前就已經擔任莫斯科大學教職, Luzitania 才得以形成。

Luzin 的教學風格與 Egorov 完全不同。在 Egorov 的研討會, Egorov 會把資料發給每一個成員, 然後大家輪流講解。Luzin 在研討會上, 會先講解當時世界知名數學家考慮的問題, 然後大家一起研究如何解決這些問題。

Luzin 與他的學生關心的一個問題是「連續統假設 (continuum hypothesis, 即 Hilbert 第一問題) [註3]。在 1916 年, Aleksandrov 與 F. Hausdorff (1868~1942) 獨立的證明連續統假設對於 B 集 (Borel set) 是成立的, M. Y. Suslin 把 Aleksandrov 的方法推廣, 得到許多有用的 \mathbb{R}^n 的子集, 他稱之爲 A 集, Luzin 稱之爲解析集。這個名稱的差異成了 1936 年 Aleksandrov 控訴 Luzin 的罪名之一 [10]。

4. Luzin 的學生們

Luzin 的學生最先研究的主題跟 Luzin 一樣, 都集中在集合論、實變函數、三角級數。他們逐漸成熟, 開枝散葉, 發展出各自的專業與風格。

(*) P. S. Aleksandrov (1896~1982)

Aleksandrov 解決連續統假說的特例之後 (1916), 他很自然的想要完成一般情形下的連續統假說。但是他始終無法完成證明, 這使他對於自己的數學能力失去信心。俄國內戰期間 (1918~1920), 莫斯科與彼得格勒成爲紅軍堅守的堡壘, 糧食配給困難, 十室九空, 許多人到鄉下避難, Aleksandrov 逃到鄉下參加劇團演出。他一度被白軍俘虜, 幸好白軍隨即被紅軍擊潰, 只坐了短暫的白軍監獄。

1920 年白軍在烏拉爾山以西的主力被消滅, 俄羅斯許多地方恢復平靖, Aleksandrov 也回到數學。定期參加 Luzin 的研討會。在這裡他結識 P. S. Urysohn (1898~1924)。

點集拓樸的書通常都會有 Urysohn 的名字出現: Urysohn 引理是關於正則空間 (normal space) 的判定法則, Urysohn 定理則是拓樸空間成爲賦距空間 (metric space) 的充分必要條件 [3, p.146, p.195]。Aleksandrov 與 Urysohn 通過博士後考試 (Habilitation) 之後 (1921), 成爲莫斯科大學的講師。他們在 1922 年之後經常結伴在暑假到西歐國家訪問, 受到 Hilbert、R. Courant、Emmy Noether、Hausdorff 與 Brouwer [註4] 的歡迎。當時拓樸學是一門新興的學科, 懂的人不多, 但是不少人已預見它是一門有巨大潛力的數學分支。

不幸的是, 在 Aleksandrov 與 Urysohn 前往荷蘭路過法國的布列塔尼 (Brittany), Urysohn 在海邊游泳溺死。

Aleksandrov 在 Göttingen 大學結識 H. Hopf (1894~1971)。他們兩人相約共同訪問 Princeton 大學 (1927~1928), 結交美國的拓樸學家 Lefschetz、Veblen、J. W. Alexander。

1929 年 Aleksandrov 成爲莫斯科大學教授。

Lev Semyonovich Pontryagin (1908~1988) 是 Aleksandrov 的學生 (1935)。他 14 歲時因一次爆炸事件導致雙目失明, 但是他的母親幫助他克服所有的困難。他的主要工作是代數拓樸, 尤其是同倫群的計算。Aleksandrov 與 Pontryagin 開創了俄羅斯的拓樸學派。因爲 Aleksandrov 的主要貢獻是在點集拓樸, 他並不十分支持代數拓樸。當年莫斯科大學年輕的教師與研究生流傳一個耳語: 代數拓樸是用簡單的方法解決複雜的問題, 點集拓樸是用複雜的方法解決簡單的問題 [20, p.217-219]。

1950 年代之後, Pontryagin 轉向控制論的研究, 據說, 是 J.-P. Serre (1926~, Fields 獎 1954 年得主) 應用譜序列計算同倫群一事使 Pontryagin 心情大受打擊 [20, p. 66, p.159-175]。

(*) A. N. Kolmogorov (1903~1987)

Kolmogorov 可以說是二十世紀莫斯科 (甚至世界) 最偉大的數學家之一。1920 年他進入莫斯科大學唸數學、冶金、俄羅斯歷史。1922 年他證明一個令人大吃一驚的定理: 存在一個函數 $f \in L^1[a, b]$, 使得 f 的三角級數幾乎處處發散。四十年後, Lennart Carleson (1966)

與 Richard Hunt (1968) 證明以下定理：對於任意函數 $f \in L^p[a, b]$ (其中 $1 < p \leq \infty$), f 的三角級數幾乎處處收斂。我們才知道 Kolmogorov 定理只不過是個特殊情形。

Kolmogorov 的研究領域涵蓋純數學與應用數學 (含機率、信息論) 的重要領域 [20]。他的學生有許多人都是一代宗師, 如: I. M. Gelfand (1935), B. V. Gnedenko (1937), A. I. Maltsev (1937), E. B. Dynkin (1948), Y. G. Sinai (1960), V. T. Arnold (1961)。

(*) A. Y. Khinchin (1894~1959)

Khinchin 在 1911 年進入莫斯科大學, 他在中學時代對數學、詩歌、戲劇很有興趣。1927 年他擔任莫斯科大學教授。

Khinchin 很早就研究機率與數論 (1922)。1930 年代他與 Kolmogorov、Gnedenko 合作, 建立莫斯科機率研究的團隊。此後他還研究統計力學與信息論。

A. O. Gelfond (1906~1968) 是 Khinchin 的學生。他與德國的 T. Schneider 獨立地證明 Hilbert 第七問題 (1934) : 若 a, b 都是代數數, 且 $a \neq 0, 1$, b 不是有理數, 則 a^b 是超越數。

Khinchin 還有一個學生, A. D. Buchstab, 他是 Ilya I. Piatetski-Shapiro (1909~2009) 的指導教授 [20, p.202-204]。可以說, Khinchin 在俄羅斯的數論團隊扮演一個(間接的)推動的角色。

(*) Lyusternik (1899~1981) 與 Schnirelman (1905~1938)

Lazar Aronovich Lyusternik 研究的領域是拓樸、微分幾何與變分學。他出生於瓜分後的俄屬波蘭 (現在屬於波蘭)。Lev Genrikhovich Schnirelman 曾研究數論 (Goldbach 問題)。他們兩人都是 Luzin 的學生。他們合作過一個定理 (1930), 西方文獻把它寫成 Lyusternik - Schnirelman theorem [3, p.349]; 注意, 這裡寫成 Lu, 而不是 Lyu。

根據 Pontryagin 的回憶, Schnirelman 死於自殺。

(*) I.G. Petrovsky (1901~1973)

Petrovsky 是莫斯科大學的學生, 但是他不是 Luzin 的學生, 他是 Egorov 的學生 (1927~1930)。

Petrovsky 出生在俄羅斯西部的一個小鎮, 他的祖父是個富裕的商人, 他的祖父相當寵愛這個孫子。

1917 年 Petrovsky 進入莫斯科大學, 他本來的目的是想學習生物與化學。還沒上幾天課, 十月革命爆發。他直覺的想到這場革命對於他的家庭是一場災難, 他連夜趕回家鄉, 說服家族成員放棄全部財產, 逃到俄羅斯南方城市, 變成一文不名。五年以後, 他重新進入莫斯科大學唸數

學。這五年中他換了幾個身份與職業，成爲一名體力勞動者 [20, p.70-71]。

比起 Luzin 那些聰明絕頂的學生 (如: Aleksandrov, Kolmogorov), Petrovsky 只是一個反應中等的學生，可是他深思熟慮。Petrovsky 的研究領域是偏微分方程 (Dirichlet 問題) 與數學物理。他在實射影代數曲線的拓樸性質 (Hilbert 第 16 問題) 也有突出的研究成果，他甚至考慮代數曲面的拓樸性質 [8]。

Petrovsky 有一個傑出的學生 Olga A. Oleinik (1925~2008)，她是當代俄羅斯偏微分方程的領袖人物。另一個深受 Petrovsky 影響的是 Olga A. Ladyzhenskaya (1922~2004)，是微分方程 (Navier - Stokes 方程) 的權威。她的名字出現在 1958 年 Fields Medal 最後的決選名單 [1, p.273]，可惜沒有出線；那次獎項頒給 Roth 與 Thom。她的父親是來自舊俄時期的貴族，她的生平見 [12]。

Petrovsky 擔任莫斯科大學校長長達二十多年 (1951~1973)。許多人把莫斯科數學第二個黃金時代 (1953~1968) 歸功於 Petrovsky 與 Kolmogorov 的領導 [20]；莫斯科數學第一個黃金時代是指 Luzin 的學生與他們這些人的學生活躍的時期，大約在 1925 至 1941 年德蘇戰爭之前 [20]。

5. Egorov 之死

布爾雪維克黨人打敗白軍之後，就開始想在每個領域換上他們選定的領導人。Egorov 與 Luzin 是沙皇時代的教授，當然不是新政權能夠接受的。

他們首先在莫斯科大學安插紅色教師，主要是 S. A. Yanovskaya (1896~1966) 與 Otto Yu. Schmidt (1891~1956)。

Yanovskaya 出生於一個猶太人家庭，是一個老共產黨員，她在 1925 年年加入莫斯科大學。她的專長是邏輯與數學史。

Schmidt 出生於白俄羅斯，Kiev 大學博士 (1916)，他的指導教授是 D. A. Grave (1863~1939) (註5)。代數課本上的 Krull-Schmidt-Azumaya 定理 (也叫 Krull-Remak-Schmidt 定理) 就是指這個 Schmidt。他在 1926 年成爲莫斯科大學教授，1939 年組建俄羅斯科學院地球物理所，他是蘇聯有名的北極探險家 (1929~1938)。

Yanovskaya 與 Schmidt 只是公開活動的紅色教師，在他們背後操縱的共產黨員是 Ernst Kolman (Arnost Y. Kolman (1892~1979)) [20, p.44], [13, p.57]。Kolman 是捷克猶太人，布拉格 Charles 大學畢業。第一次世界大戰期間他被奧匈帝國徵召入伍，結果成爲俄軍的俘虜 (1916)。二月革命 (1917) 以後，他加入布爾雪維克黨。他是紅色政權在科學方面掌管意識形態的官員，經常出席各種委員會並在報章雜誌發表文章。

布爾雪維克黨人在擊潰白軍的主力之後，開始謀畫清除學術領域同情沙皇與東正教教會的領袖人物。東正教教會受到嚴苛的壓迫；在 1922~1923 年達到最高潮，大批的教士受到處決。

Egorov 盡力庇護受壓迫的東正教教徒與教士，從不掩飾他的宗教信仰。他公開維護莫斯科大學的學術傳統，拒絕接受基於政治立場入學但能力不足的學生。他從 1921 年到 1929 年擔任系主任，在 1929 年換上 Schmidt 擔任系主任。

他是莫斯科數學會的會長 (1921~1930)。1930 年七月第一次全俄羅斯數學會議在卡爾可夫(Kharkov) 舉辦，同一時期布爾雪維克黨第 16 中央全體會議也在召開。有人弄了一份聲明，以俄羅斯數學會議的名義向布黨中央全會致敬。Egorov 拒絕在這份聲明簽名。

Egorov 早在 1929 年 12 月一次莫斯科大學的學生會議被點名批判，直指他在宗教與政治的反動立場，現在他不向黨中央致敬，更不得了。

Egorov 很快的被逮捕，罪名是參與「真正東正教教會 (True Orthodox Church)」反動組織 (見 [2, p.11])。但是莫斯科數學會還沒有決定如何處理 Egorov 被捕的問題。於是一封自稱是「起義小組 (the initiative group)」的公開信出現。這封公開信宣佈 Egorov 因為參加反革命組織被捕：他一貫地支持舊時代的學術傳統，反對無產階級學生。起義小組的公開信有五個人簽名，他們是 L. A. Lyusternik, L. G. Schnirelman, A. Gelfond, L. Pontryagin, Nekrasov。其中 L. A. Lyusternik 與 L. G. Schnirelman 是 Luzin 的學生，A. O. Gelfond 是 Khinchin 的學生，L. S. Pontryagin 是 Aleksandrov 的學生，Nekrasov 的簽名沒有名字的首字母 (initial)。

莫斯科數學會在接下來的會議 (1930 年 11 月 21 日)，「起義小組」大獲全勝，Egorov 被逐出數學會，「起義小組」的公開信被數學會審議通過，Lyusternik 成爲 Sbornik Math. (數學會刊物) 的主編，Gelfond 成爲 Sbornik Math. 的秘書，Kolman 成爲莫斯科數學會的會長 (1930~1931)。一年後 Aleksandrov 成爲莫斯科數學會的會長 (1932~1964)。

Egorov 被逐出莫斯科數學會之後，他隨即失去莫斯科大學的教授職位，並被流放到喀山 (Kazan)。喀山大學的 Chebotarev 是 Egorov 的朋友，Chebotarev density theorem 的方法啟發了德國數學家 Emil Artin (1898~1962) 的靈感，他因此發現了類體論 (class field theory) 的 Artin reciprocity law [17]。

Egorov 到了喀山之後，被禁止參加喀山數學會的活動。在監獄中，他被禁止進行任何宗教實踐 (religious practices)。他以絕食表示抗議。獄方找個醫生來挽救。

這個醫生正好是 Chebotarev 的妻子。因此 Egorov 被接到 Chebotarev 家中，Egorov 的妻子也被通知趕來喀山。Egorov 在 1931 年 9 月 10 日在 Chebotarev 家中去世。他的喪禮只有他的妻子與 Chebotarev 參加 [4]。

兩個星期之後，俄羅斯報紙「消息報」刊登一則簡短的新聞，報導 Egorov 去世的消息。從此 Egorov 的名字在前蘇聯的文獻消失了四十年。1970 年代 P. I. Kuznecov 在 Russian Math. Society (vol.26 (1971), 125-164) 寫了一篇紀念 Egorov 的文章。

6. Luzin 案件

Egorov 被捕之後, Luzin 辭去莫斯科大學的教授職位, 轉到其它學校任教, 隨即到俄羅斯科學院 (列寧格勒) 工作。

1930 年代史大林改造俄羅斯科學院, 賦予其更高的地位, 領導俄羅斯的科學研究, Luzin 成爲科學院數學部門的領導人。1934 年科學院從列寧格勒搬到莫斯科, Luzin 又回到莫斯科, 科學院成爲 Aleksandrov、Kolman 這些人的指導單位。

爲了除去 Luzin, Kolman 及其黨羽引誘 Luzin 在「消息報」寫一篇文章, 評論莫斯科某個中學的數學畢業考 (1936 年 6 月 27 日), 然後「真理報」刊出這個中學校長的讀者投書, 他不同意 Luzin 把平庸的學生裝扮成優秀的學生, 他認爲這是毒害青年的企圖 (1936 年 7 月 2 日)。接著「真理報」刊出重磅文章, 直指 Luzin 是戴上蘇維埃面具的敵人 (1936 年 7 月 3 日)。

針對「真理報」7 月 3 日的文章, 科學院內部開會討論如何處理 Luzin 事件。莫斯科大學也集合學生痛斥 Luzin。共黨積極份子 Yanovskaya 的發言得到 Lyusternik, Aleksandrov, Kolmogorov 等人的附和, 這些人都是從前 Luzitania 的一員。

俄羅斯科學院成立一個特別的委員會審查 Luzin 被指控的罪行。這些罪行可歸納爲以下數項：

- (i) 推薦低劣的研究生到各大學與研究單位,
- (ii) 把他最好的論文刊登在國外期刊, 把次級品在國內投稿,
- (iii) 剽竊學生的研究成果, 如 (已故的) Suslin, Novikov, Lavrentev,
- (iv) 把優秀的學生逼出科學院,
- (v) 是個保留沙皇時代反動思想的顛覆份子。

審查委員會有 11 個委員, 主席是科學院的副院長 G. M. Krzhizhanovskii (1872~1959, 電機), 其他委員有：A. E. Fersman (1882~1945, 地質), Baleh (1857~1946, 生化), Gorbunov (1892~1938, 工程), S. N. Bernstein (1880~1968), Otto Yu. Schmidt, I. M. Vinogradov (1891~1983), Shnirelman, S. L. Sobolev (1908~1989), Aleksandrov, Khinchin (註7)。以上名單, 從 Bernstein 起都是數學家; 他們之中, 除了 Bernstein 與 Vinogradov 之外, 都是反對 Luzin 的。

審查委員會在 1936 年 7 月 7, 9, 11, 13, 15 日開會, Luzin 受邀參加前四次一些時段的會議。審查委員會還邀請其他人參加會議, 這些人也可以詢問並提供意見。受邀參加的, 如 Lyusternik、Kolmogorov, 都是反 Luzin 陣營的, 不過 Kolmogorov 講的話並不多。另外兩個受邀的人 (也都是 Luzin 的學生), M. A. Lavrentev 與 P. S. Novikov 沒有講對 Luzin 不利的話。Luzin 的學生 D. E. Menshov (1892~1961) 與另兩個 Luzin 的女學生

N. K. Bari (1901~1961) 與 L. V. Keldysh 都是支持 Luzin, 但是沒有受邀參加。Egorov 的學生 V. V. Stepanov 與 I. G. Petrovsky 也不在受邀之列。Gelfond 與 Pontryagin 都受邀出席。

最兇猛的打擊手是 Luzin 的學生 Aleksandrov, Khinchin, Lyusternik, Schnirelman。有趣的是 Vinogradov 除了講一個無關緊要的遣詞用字問題之外, 他始終一語不發。Sobolev 是列寧格勒大學 V. I. Smirnov 的學生 (1929), 他這時在 Steklov Institute 工作, 他在科學院共青團是個活躍份子, 是又紅又專的明日之星。在第三次會議 (7 月 11 日) Sobolev 與 Khinchin 聯手提議取消 Luzin 的院士資格 [2, p.130-131, p.28-29]。

在審查委員會開會時, Aleksandrov 不斷的指責 Luzin 把 A 集改名為解析集 (analytic set, 見本文第 3 節), 他控訴 Luzin 要為 Suslin 去世負責。

Aleksandrov 為何這麼仇視 Luzin? 除了這些說出來的理由, 有人作了以下的猜測 [10, p.31]: Aleksandrov 與 Kolmogorov 是同性戀伴侶, Luzin 可能在某個場合觸動他們的隱痛。

在最先三次的審查會議, 反對 Luzin 的聲浪如排山倒海一般。第四次審查會議的風向卻突然改變, 主席要求指控者提供具體的証據並要求任何決議都要基於學術理由。

最後一次審查會 (7 月 15 日) 幾個反 Luzin 的大將都缺席, 氣氛轉成同情 Luzin 聲浪占優勢, Bernstein 與 Krylov (註 8) 都替他辯護。主席做結論說, Luzin 的諸多行為不符合院士的崇高地位, 但是他已經受到譴責。這個結論登在「真理報」(1936年8月6日)。

Luzin 案件就此結束, 他留在科學院, 仍然擁有院士資格, 但是失去提名新院士的資格。

為何會出現這種戲劇性的轉折? 大部分人相信是史大林的指示。委員會主席 G. M. Krzhizhanovskii (1872~1959) 是個老布爾雪維克, 他是審查委員會成員中唯一能直通史大林的人。至於史大林為何會法外施恩, 則無人能猜測其中奧妙。有人相信, Luzin 審判之後的一個月, 就是史大林精心製作的三次莫斯科大審: 1936 年 8 月、1937 年 1 月、1938 年 3 月, 史大林徹底清除了他的衆多政敵 (包括昔日的政治盟友)。史大林可能不想讓小小的 Luzin 案件干擾莫斯科公審的大戲。

如果 Luzin 輸了這一場審判, 結果會如何? 他可能像 Egorov 被捕, 可能有許多人被株連。

Luzin 案件的策劃人 Kolman 在二戰結束後回捷克工作, 1949 年被捷克政府遞解到莫斯科, 關了三年, 未經任何審判。幾經周折他終於在瑞典申請政治庇護 (1976), 1979 年去世 [2, p.355]。

Luzin 案件是俄羅斯數學史很不光彩的一頁。可喜的是, 俄羅斯學者勇敢的面對這一段歷史, 公諸於世。

經過幾十年之後, Aleksandrov, Kolmogorov, Lyusternik 等人對於 1936 年迫害 Luzin

一事有任何反思嗎？有人說 [2, p.42], 他們對於 Luzin 充滿懷念與感激。也有人說 [9, p.263-264], 他們沒有絲毫的悔意。舉例來說, 在 Luzin 誕生 90 週年, Russian Math. Society 登了一篇紀念文章 (29(1974), 177-182), 只有 M. A. Lavrentev (註9) 具名, 其他那些大名鼎鼎的院士的名字通通沒有看到; 這個現象在俄羅斯慶祝 70 歲、80 歲生日的紀念文章是非常不尋常的。

現在已經找不到多少人能把 Luzin 案件的審判細節說清楚, 大家以為審判會的紀錄早已遺失或以被銷毀。前蘇聯改革重建時期 (1980 年代後期), 許多塵封多年的政府檔案對外開放。Luzin 案件的開會紀錄居然重見天日, Demidov 與 Lévshin 把它們整理註釋, 這就是 [2] 這本書。

後記: 爲了行文方便, 本文把「數學與物理學會」簡稱為「數學學會」, 把莫斯科大學的力學數學系簡稱為數學系。本文把布爾雪維克黨人與蘇聯共產黨混用, 因爲蘇聯共產黨的名稱是 1952 年才正式確定的。

註釋:

註1: 當時俄羅斯各地還有其他數學會, 除了莫斯科數學會之外, 還有卡爾可夫 (Kharkov) 數學會, 喀山數學會, 聖彼得堡數學會 (成立較晚)。卡爾可夫在烏克蘭東北, 是烏克蘭的歷史文化古城, 出了不少數學名人, 如: 1990 年 Fields 獎得主 V. G. Drinfeld。

俄羅斯科學院有院士、通訊院士、教授、研究生, 類似於中國的科學院, 其中有數學研究所 (Steklov Institute) 與應用數學研究所 (Keldysh Institute), 見 [14, p.10]。

莫斯科數學會成立於 1964 年, 出版數學期刊 Sbornik Math. (1866)。另一個有名的俄國期刊 Izvestia Math. 則是由俄羅斯科學院出版 (1937 年開始發行)。Uspekhi Math. Nauk (其英文版叫做“Russian Math. Survey”) 由科學院與莫斯科數學會共同發行 (1936 年創刊), Doklady Math. 由科學院單獨創辦 (1933), 性質與法國科學院出版的 Comptes Rendus Math. 相近。

前蘇聯時代有兩份報紙: 消息報 (the Izvestia) 與真理報 (the Pravda), 與 Izvestia Math. 無關。

註2: 第一次世界大戰爆發時 (1914), Sierpiński 住在俄國。由於他是奧屬波蘭的公民, 因此被沙皇政府列爲敵國公民, 關進集中營。Egorov 多方奔走, 使 Sierpiński 得以離開集中營, 甚至可以參加莫斯科大學的學術活動。後來 Sierpiński 成爲重組波蘭數學的重要人物之一, 培育新一代的波蘭數學家, 如: A. Zygmund (1900 ~1992, 調和分析)、S. Eilenberg (1913~1998, 代數拓撲), 他們都來自華沙大學 (Warsaw University); S. Banach (1892~1945, 泛函分析) 在 Kazimierz University (Lvov) 任教, 是另一個波蘭數學中心。W. Hurewicz (1904~1956,

同倫群) 戰前在俄屬波蘭長大, 1921 年中學畢業後就到維也納念書, 是 Hans Hahn 的學生 (1926), 之後他到荷蘭做 Brouwer 的博士後研究人員。日後 Zygmund、Eilenberg、Hurewicz 分別成爲美國芝加哥大學、哥倫比亞大學, 與 MIT 的教授。

註3: 若 X 是 \mathbb{R}^n 的子集, 我們以 $|X|$ 表示集合 X 的基數 (cardinal number)。連續統假說: 對於 \mathbb{R}^n 上的任意無窮集 X , 必有 $|X| = |Z|$ 或 $|X| = |R|$ 。Paul Cohen 證明 (1963, 1964): (i) 連續統假說與 ZFC 公理體系是共容的, (ii) 連續統假說的否定敘述也與 ZFC 公理體系共容。詳見[18]。Cohen 是 1966 年 Fields Medal 得主。

註4: L. E. J. Brouwer (1881~1966) 是荷蘭 Amsterdam 大學的教授 (1912), 他證明 Brouwer 固定點定理 [3, p.340], 域不變定理 [3, p.350], 是嚴格處理拓樸學問題的先驅人物。在 1920 年前後, Göttingen 大學與 Berlin 大學都邀請他擔任教授, 他最後還是留在荷蘭。他在數學哲學的立場與 Hilbert 針鋒相對。

註5: 除了 Otto Yu. Schmidt 之外, Grave 在 Kiev 大學還有兩個學生: B. N. Delone (1890~1986) 與 N. G. Chebotarev (1894~1947)。

Delone 任教於聖彼得堡大學與莫斯科大学。D. L. Faddeev (1907~1989) 與 I. R. Shafarevich (1923~2017) 都是他的學生。Shafarevich 是俄羅斯代數幾何的領導人, Faddeev 在逆 Galois 問題與 Brauer 群的研究有卓越的貢獻。D. L. Faddeev 的兒子 L. D. Faddeev (1934~2017) 是聞名國際的理論物理與數學物理學者, 他是女數學家 Ladyzhenskaya 的學生。Chebotarev 是喀山大學的教授, 類體論 (Class field theory) 上有名的 Chebotarev density theorem 就是他的工作[17]。Egorov 被捕流放到喀山, 1931 年死於 Chebotarev 的家。

註6: 這時 Luzin 是莫斯科數學會的副會長, 但是他拒絕接任會長並且辭去莫斯科大学的教職, 轉到其它學校, 隨即到列寧格勒的俄羅斯科學院工作。因此莫斯科數學會在 Egorov 被捕後的第一次活動依原定計畫, 由 S. P. Finikov (1883~1964) 與 A. G. Kurosh (1908~1971) 做報告。Finikov 因此被逐出莫斯科大学, Kurosh 的共青團團員資格也被取消 (他後來重新申請入團獲准)。

Finikov 的專長是微分幾何。他是 Egorov 的學生和助手。

Kurosh 原來在斯摩棱斯克大學讀書, 他解決 Aleksandrov 提出的一個拓樸學問題。Aleksandrov 帶他到莫斯科大学唸研究所, 他的興趣卻由拓樸學轉向群論 (Otto Yu. Schmidt 的群論研討會)。名義上他仍是 Aleksandrov 的學生, 實際上卻是莫斯科大学群論與抽象代數的靈魂人物。Kurosh subgroup theorem 是基礎群與群論 (free products) 的基本定理。

註7: Bernstein 是 Egorov 的老朋友, 科學院院士, 列寧格勒大學教授, 他解決部分的 Hilbert

第 19 問題。Vinogradov 是有名的數論學者 (Goldbach 問題), 科學院院士, 時任 Steklov 研究所所長。Sobolev 當時在 Steklov 研究所工作, 專長是微分方程 (generalized functions)。Sobolev 是二十世紀俄羅斯最傑出的數學家之一, 他在 1939 年與 Kolmogorov 同時被選為院士 (同年被選為通訊院士的還有 Gelfond, Pontryagin, Khinchin)。

註8: A. N. Krylov(1863~1945) 的專長是造船學、機械工程與數學物理, 沙皇時代即已成名。

Krylov 的女婿 P.L. Kapitsa(1894~1984) 是 1978 年諾貝爾物理學獎得主。他是 1930 年代俄羅斯的尖端科技人才, 被紅色政權以各種方式強行留在俄羅斯, 從事物理學的研究。

在審判 Luzin 的前一天 (1936 年 7 月 6 日), Kapista 寫了一封信給人民委員會主席 (總理) 莫洛托夫, 就迫害 Luzin 一事提出抗議。幾天之後, 這封信被退回 Kapitsa 本人, 莫洛托夫在第一頁寫了幾個字: 無此必要 (Not wanted)。

註9: 反 Luzin 的人控訴 Luzin 剽竊 Novikov 與 Lavrentev 的研究成果。Luzin 在第四次審查會議時與 Lavrentev 對質, Lavrentev 對 Luzin 的聲明沒有任何異議 [2, p.181-182]。至於 Novikov, 他當天不在場, 由他的好朋友 A. A. Lyapunov 代為表示沒有異議 [2, p181]。

參考文獻

1. M. J. Barnay, The Fields Medal should return to its roots, *Nature*, vol. 553, 18 January 2018, 271-273.
2. S. S. Demidov and B. V. Lëvshin (editors), *The case of Academician Nikolai Nikolaevich Luzin*, AMS, 2016.
3. J. Dugundji, *Topology*, Allyn and Bacon, 1966.
4. C. E. Ford, Dmitrii Egorov: Mathematics and religion in Moscow, *The Mathematical Intelligencer*, 13(2), 24-30m, 1992.
5. C. E. Ford, The Influence of P. A. Florensky on N. N. Luzin, *Historia Mathematica*, 25, 332-339, 1998.
6. L. Graham and J.-M. Kantor, Religious Heresy and Mathematical Creativity in Russia, *The Mathematical Intelligencer*, 29(4), 17-22, 2007.
7. L. Graham and J.-M. Kantor, *Naming infinity*, Harvard University Press, 2009.
8. D. A. Gudkov, The topology of real projective algebraic varieties, *Russian Math. Surveys*, 29, 1-79, 1974.
9. S. S. Kutateladze, Roots of Luzin's case, *J. Appl. and Industr. Math*, 1, 261-267, 2007.
10. G. G. Lorentz, Who discovered analytic sets? *The Mathematical Intelligencer*, 23 (4), 28-32, 2001.
11. G. G. Lorentz, Mathematics and Politics in the Soviet Union from 1928 to 1953, *J. of Approximation Theory*, 116(2), 169-223, 2002.
12. MacTutor History of Mathematics Archive, <http://mathshistory.st-andrews.ac.uk/>
13. P. Maritz, Around the graves of Petrovskii and Pontryagin, *The Mathematical Intelligencer*, 25 (2), 55-73, 2003.

14. 專訪 Alexander Bobylev 教授。數學傳播季刊, 43(4), 3-20, 2019。
15. A. Shields, Years Ago, *The Mathematical Intelligencer*, 9(4), 24-27, 1987, *ibid.* 11(2), 5-8, 1989.
16. Y. Sinai, (editor), *Russian Mathematicians in the 20th Century*, World Scientific, 2003.
17. P. Stevenhagen, H. W. Lenstra, Jr., Chebotarev and his density theorem, *The Mathematical Intelligencer*, 18(2), 26-37, 1996.
18. Wikipedia, available via Google.
19. R. L. Wheeden and A. Zygmund, *Measure and Integral*, Marcel Dekker, 1977.
20. S. Zdravkovska and P. L. Duren, (editors), *Golden years of Moscow mathematics*, 2nd edition, AMS, 2017.

—本文作者為台灣大學數學系退休教授—