

# 少年吉拉 計算面積之旅

張鎮華

如果答案不漂亮, 我知道一定是錯的。

— Buckminster Fuller (1895~1983), 建築師與發明家

## 國語老師的挑戰

吉拉小時候是在鄉下長大的, 那時候臺灣剛剛光復不久, 大家都過著節儉的生活。上小學時, 最早是光著腳走路上學, 後來校長規定, 大家都要穿鞋子, 媽媽才同意幫他買了一雙球鞋。但是一開始穿得很不習慣, 每天都是提著鞋子到校門口再穿上, 放學一出校門就脫了鞋提回家, 感覺十分涼快。

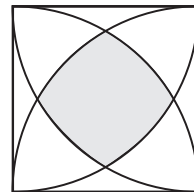
小學的日子很輕鬆, 一二年級的老師是一位老先生, 連注音符號都念不清楚, 大家也就意思意思學一學。吉拉最感痛苦的是國語的家庭作業, 感覺每次用鉛筆寫字時, 食指都很痛, 特別討厭一個生字寫一行的作業。

對於數學作業, 倒是感覺很容易, 好像不費心就完成了。這可能遺傳自母親。吉拉的父親開了一家小型彈珠汽水工廠, 每天工人用鐵馬載汽水出門, 收回一些空瓶, 情況有點雜亂。但是父親常常出門不在, 母親又不會寫字, 所以工人就把進出的數量告訴她, 等到父親回來, 她一條不漏地口訴, 讓父親記帳, 而且都算好了總結。吉拉覺得, 他對數字的一點感覺, 應該來自母親。

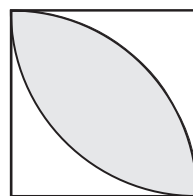
那時小學畢業還要考初中 (初級中等學校, 不是現在流行的國民中學), 鄉下沒有補習班, 吉拉的五六年級導師是一位熱心負責的老師, 自己花錢買燈具佈置教室, 利用放學後加一堂免費複習課。有一次他請來一位在師大中文系上博士班的朋友幫忙上國語。有一天, 這位老師拿他的一題期末數學考題挑戰大家, 並且宣稱, 會的人得

東南亞戲院電影票一張、外加牛肉麵一碗, 誘惑真的很大。題目是這樣的「以單位正方形中四個頂點為圓心, 各畫一個四分之一的單位圓, 交出來中間那一塊如右圖所示的面積為何?」

大部分人聽一聽就算了, 只有吉拉和阿德一定想要贏得那誘人的獎品, 兩個人經常在校園內大榕樹下的泥土地上, 用樹枝畫圖計算, 他們認為機會很大, 因為他們有另外一道類似問題的解法, 那問題是: 「以單位正方形中相對兩個頂點為圓心, 各畫一個四分之一的單位圓, 交出來中間那一塊如右圖所示的面積為何?」



這個問題相對容易，因為他們都會算四分之一圓的面積，把右上和左下兩個四分之一圓加起來，就是半個圓，這兩個四分之一圓同時也蓋滿了正方形，只是中間那個眼睛形的部分被蓋了兩次，所以它的面積就是半圓面積減去正方形面積，也就是  $3.14/2 - 1 = 0.57$ 。對於國語老師的問題，他們始終得不出答案，算了各種能想到的形狀的面積：正方形、四分之一圓、眼睛形圖形、眼睛形右上方圖形……，他們日以繼夜的算，但是都無濟於事。而且常常算出各種不同的答案。



## 美來自新概念幫忙解題那一剎那

畢業後，在導師對父母遊說下，吉拉放棄鄉下初中保送名額，那是全校唯一的一個名額，還是導師推薦出來的。他到城裡考上初中，過著通車求學的日子。他的一口台灣國語被同學取笑了一年才漸有改善，而數學學習還是一樣得心應手。

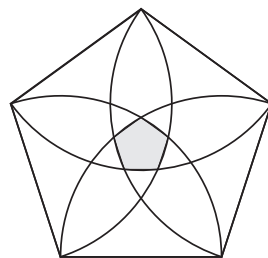
他始終沒有忘記小時候國文老師之約，不時就會把問題拿出來再想一想。一直等到學正三角形之後，他終於恍然大悟，把整個問題串起來。用後來他對數學的了解，那是因為，問題中有三個不同形狀，把它們的面積當作三個變數，正方形可以寫下一個等式，四分之一圓有第二個等式，正三角形、60度角的扇形、配合得到的相鄰兩個四分之一圓相交的部分得到第三個式子，這三個互相獨立的式子就解出答案來了。他們之前所以解不出來，是因為寫出來的式子只有兩組是獨立的。

在解出來的那一剎那間，他體會出數學的美，他真的興奮到了極點。

高興之餘，第一個想到的是要告訴阿德這個好消息，可是打聽之下才知道，阿德決定和父親學修機車，他們家的機車行是鎮上最大最賺錢的一家。他也想和隔壁的同學分享快樂，但是同學卻無心聽講，只是說，問過補習班老師，說是將來就會教到，而且「很簡單」，現在不必煩惱。還好，這些都沒有澆熄他熱愛數學的初衷，他一直都記得「不會的事就要記起來，有一天一定會弄懂的。」

## 後記

故事到此本該告一段落，不過後來吉拉給了朋友一個新的挑戰：「以單位邊長正五形中五個頂點為圓心，各畫一個跨過旁邊兩頂點的扇型，請問交出來中間那一塊如右圖所示的面積為何？」



獎品則是：「數學之美。」

—本文作者為台灣大學數學系 名譽教授—