

有朋自遠方來——專訪

Tommaso Ruggeri 教授



策 劃：劉太平

訪 問：劉太平、河承烈 (Seung Yeal Ha)

時 間：民國 108 年 12 月 18 日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：編輯室

Tommaso Ruggeri 教授 1947 年 7 月 31 日 出生於義大利西西里島 Messina 市, 1969 年於 Messina 大學得碩士, 即於該校任助理教授。1973 年起任教 Bologna 大學, 現為 Bologna 大學榮譽退休教授。Ruggeri 教授在理性力學和雙曲型偏微分方程有傑出貢獻, 為 Accademia Nazionale dei Lincei 院士。Ruggeri 教授為人熱誠, 本訪談對其獨特研究歷程和見解, 以及義大利學術發展有生動描述。

劉太平 (以下簡稱「劉」): 我想請教一個腦海裡盤旋的問題: 在義大利, 我們知道你們有伽利略¹、費米 (Fermi)² 以及其他許多物理界巨擘。三次多項式³也是義大利解出來的。義大利在物理和數學上有著輝煌的傳統, 而你的專業涉及理論物理、數學物理; 這有著源遠流長的傳統, 對吧?

Tommaso Ruggeri (以下簡稱「R」): 某種意義下, 義大利或許頗為特別, 因為我們有所謂的

¹Galileo Galilei (1564~1642), 出生於比薩, 改進望遠鏡, 支持哥白尼地動說, 發表慣性原理, 做實驗證明引力作用下的物體做等加速運動。有現代科學之父的美稱。

²Enrico Fermi (1901~1954), 出生於羅馬的美籍物理學家。因研究中子轟擊產生的放射現象及發現超鈾元素, 1938 年獲諾貝爾物理獎, 並於曼哈頓計畫期間領導做出舉世首個核子反應爐。

³十六世紀早期, 義大利數學家 Scipione del Ferro 發現一元三次方程的解法。

理性力學⁴ (Rational Mechanics)。理性力學是數學、物理和工程科系學生的必修科目，有著悠久的傳統。早在 17 世紀末，義大利就出現相關書籍。國際間最廣為人知的義大利理性力學文本，或許是 Levi-Civita⁵及 Amaldi⁶的著作⁷，初版於 1923 年問世。理性力學採用數學上的數學演繹法。我們認為伽利略是義大利理性力學的鼻祖。有了 Lagrange⁸ 的分析力學 (Analytical Mechanics) 及 Hamilton⁹ 的 Hamiltonian 力學之後，該領域於近代登峰造極。起初理論物理和數學物理之間的差異非常...

劉：微妙。

R：微妙，因為對我而言，Landau¹⁰ 是物理學家的典範。Landau 是個天才，但如果你檢視他的書，沒有一個證明是嚴謹的，且時有疏漏。他寫的是物理直覺。他們會說，喔！這一項沒有重要功用，所以我們可以刪除它。但數學物理全然不同，它像所有的數學一樣嚴謹，且定理就是要證明。義大利目前有一群數學物理學家，隸屬於國家高等數學研究所 (Istituto Nazionale di Alta Matematica¹¹ (INdAM)) 的國家數學物理團隊¹² (Gruppo Nazionale per la Fisica Matematica, GNFM)。他們分為四組：分析、數值分析 (成立較晚)、幾何與代數，以及數學物理。而我曾擔任 GNFM 所長二十餘年。

但數學物理在美國的涵義與我們有些不同。在美國，數學物理指的是數學上有適切面向的場論 (field theory)。而義大利的數學物理，是理性力學的方法學在其他領域的擴展；在這些領域中，由一般公理出發的數學模型的建構也極為重要。這種由理性力學衍伸來的數學物理傳統也見諸法國；請記得 1921 年 Paul Appell¹³的著作《*Traité de Mécanique Rationnelle*》。而美國的理性力學是 Clifford Truesdell¹⁴所引進。

理性力學的重要性也見諸義大利猓猓之眼國家科學院¹⁵ (Accademia dei Lincei)；它是世界上最古老的學院，有兩個數學部門：其一為純數；另一個則為力學及其應用。

劉：你方才提到 Truesdell。他創辦《*Archive for Rational Mechanics and Analysis*》，選

⁴以數學基本概念和嚴格邏輯推理來研究力學問題。強調概念的確切性和數學證明的嚴格性，並力圖用公理體系來演繹力學理論。

⁵Tullio Levi-Civita (1873~1941)，義大利數學家，與 Gregorio Ricci Curbastro 合作發展張量分析，對三體問題、Hamilton-Jacobi 方程，及流體動力學有重大貢獻。

⁶Ugo Amaldi (1875~1957)，義大利數學家，對作用在三維空間的無限維李群的分類有重大貢獻。

⁷Tullio Levi-Civita and Ugo Amaldi *Lezioni di meccanica razionale*, Bologna: N. Zanichelli, 1923.

⁸Joseph-Louis Lagrange (1736~1813)，法國籍義大利裔，變分法的奠基者，創立 Lagrange 力學。

⁹William Rowan Hamilton (1805~1865)，愛爾蘭數學家，創立 Hamiltonian 力學，發明四元數。

¹⁰Lev Davidovich Landau (1908~1968)，蘇聯物理學家。因發展超流動性 (superfluidity) 的數學理論，獲 1962 年諾貝爾物理學獎。

¹¹National Institute of Higher Mathematics of Italy，由義大利政府建立的非營利研究機構。主要目的為促進數學及其應用領域的研究和高等數學教育的普及。

¹²National Groups of Mathematical Physics，在數學物理的各個領域推廣和協調科學和應用活動。

¹³Paul Appell (1855~1930)，法國數學家和巴黎大學校長，研究領域涵蓋代數函數、微分方程、力學、最佳運輸及 Fourier 係數。

¹⁴Clifford Ambrose Truesdell III (1919~2000)，出生於洛杉磯，創辦《*Rational Mechanic and Analysis*》。

¹⁵1603 年設立於義大利羅馬的科技研究機構，現在是義大利國家級科技研究機構。該學院參與早期歐洲科學革命，學院以「猓猓之眼」冠名，其敏銳的洞察力象徵人們對科技不懈探索的精神。

用的語言之一是拉丁文。

R: 沒錯, 拉丁文。

劉: Truesdell 一定感覺義大利在某種程度上是他的心靈歸宿, 爲什麼呢?

R: 是的, 對於義大利在連續體力學¹⁶(Continuum Mechanics) 的研究的傳播, Truesdell 始終是位重要人物。他初抵達義大利時, 對義大利及其文化充滿著熱情, 並開始學習義大利文, 因而能夠閱讀許多文章, 特別是 Antonio Signorini¹⁷及其學派的文章。1909 年, Signorini 在 Gian Antonio Maggi¹⁸、Luigi Bianchi¹⁹ 及 Tullio Levi-Civita 的指導下, 自比薩高等師範學校²⁰ (Scuola Normale Superiore) 數學所畢業。他和他的門生對非線性彈性理論做出重要貢獻。Truesdell 發現, 許多他認爲是原創的結果, 之前已由 Signorini 建構。Truesdell 對此予以肯定。

劉: 是這樣。

R: 因此, 如果你查閱 Handbook of Physics 系列叢書, 會發現裡頭充斥著義大利名字。他非常喜歡義大利, 特別是 Bologna²¹, 因爲 Bologna 這個城市很均衡。Bologna 所以會最爲均衡, 或許是因爲最古老的大學在那裡。所以他決定在那兒買房子。

劉: 他可真是很投入。

R: 我很榮幸能在 Bologna 與他初識。記得當時我給了他一篇很重要的文章, 是用義大利文寫的, 當時我還不會寫半句英文。他很喜歡那篇文章, 讓它發表在《*Annali di Mathematica Pura ed Applicata*》, 這是義大利非常重要的數學期刊。

劉: 你提到了 Levi-Civita。他也是位傑出的幾何學家, 對吧?

R: Levi-Civita 曾是 Ricci-Curbastro²²的學生。Ricci-Curbastro 建立了所謂的絕對微分學 (absolute differential calculus)²³。如你所知, 愛因斯坦對廣義相對論有些直覺時, 數學工具付諸闕如。於是愛因斯坦求助於好友 Marcel Grossmann²⁴; 這位蘇黎世聯邦理工學院 (Zurich Polytechnic) 的同儕, 引他注意到 Ricci-Curbastro 的工作, 廣義相對論

¹⁶力學中的一個分支, 處理包括固體和流體在內的「連續介質」宏觀性質的力學。

¹⁷Antonio Signorini (1888~1963), 義大利數學物理學家, 以彈性力學及熱彈性力學的研究而著稱。

¹⁸Gian Antonio Maggi (1856~1937), 義大利數學物理學家, 研究分析力學, 涉及彈性理論。

¹⁹Luigi Bianchi (1856~1928), 義大利數學家。義大利幾何學派的領導者, 推導出黎曼張量的 Bianchi 恆等式, 並對黎曼流形的三維等距李群進行分類。

²⁰在義大利比薩的公立高等教育及研究機構, 爲比薩大學系統的一部分, 由拿破崙於 1810 年仿照巴黎高等師範學校創建。

²¹一座義大利城市, 位於北部波河與亞平寧山脈之間, 是 Emilia-Romagna 的首府。Bologna 也是義大利最發達的城市之一, 擁有世界最古老的大學 — Bologna 大學, 設立於 1088 年。

²²Gregorio Ricci Curbastro(1853~1925), 義大利數學家, 與 Levi-Civita 合作發展張量分析。Ricci 曲率張量以他的名字命名。

²³又稱張量分析。

²⁴Marcell Grossmann (1878~1936), 瑞士數學家, 愛因斯坦的大學同窗好友, 與愛因斯坦合作完成 1913 年的開創性論文。

從而誕生。在描述重力的著名方程式中，出現一個名為 Ricci 張量的數學量，致使 Ricci-Curbastro 和他傑出的學生 Tullio Levi-Civita 廣為人知，獲得應得的肯定。

在義大利的數學物理界，有兩個重要的團隊，其一受到分析的強力影響，另一則深受幾何影響。這些人本質上與微分幾何更有淵源，因為義大利有優秀的幾何傳統。

劉：在代數幾何尚未被形式化地表述之前，我曾聽到該領域的人提到「偉大的義大利幾何學家們」。義大利學派比較直觀。

R：沒錯，在代數幾何，我們有堅強的義大利學派，有諸如 Castelnuovo²⁵、Enriques²⁶ 和 Severi²⁷ 等；至於微分幾何領域，也有 Bianchi 等。

劉：你提到了數學物理的分析面向。

R：是混雜著的，因為分析和幾何當然是不一樣的。Levi-Civita 最著名的成果是黎曼幾何的平移 (parallel transport) 概念。

劉：De Giorgi²⁸等人所謂的幾何測度論 (geometric measure theory) 結合了幾何和分析。

R：沒錯。

劉：你何以進入理性力學這領域呢？

R：喔，這可有趣了！如同許多人，我的人生是一系列分岔點。每個人的人生都可以類比為一個混沌動力系統，隨處都是分岔點。有一部著名的電影叫「雙面情人²⁹ (Sliding Doors)」，你知道它嗎？

劉：人生像是個「滑動門」嗎？

R：這部電影的情節非常有趣，是在兩個故事情節中切換。主角的人生有兩條路徑可循，取決於她是否趕上火車。她匆忙地趕往地下的火車，卻在車門關上之際錯過了。但隨即電影倒帶，場景重播，但這回她剛好趕上車。影片繼續進行，在兩個情節中交替，其中發生了截然不同的後續事件。

劉：嗯。

R：我的人生充滿著滑動門。高中和國中時期的我，是個非常糟糕的學生，對念書沒什麼興趣。然而，不知何故，數學對我來說總是很簡單。我記得國中時，老師們在教室討論著學生的成

²⁵Guido Castelnuovo (1865~1952)，義大利數學家，研究代數曲線的幾何、代數曲面，並從雙有理不變量的角度來看平面曲線的線性系統。

²⁶Federigo Enriques (1871~1946)，義大利數學家，被認為是第一個在雙有理幾何中對代數曲面進行分類的人。

²⁷Francesco Severi (1879~1961)，義大利數學家，以對雙有理幾何、模空間理論及多複變函數理論有重大貢獻。

²⁸Ennio De Giorgi (1928~1996)，義大利偉大數學家，1990年獲頒 Wolf 獎。他於1950年代解出 Hilbert 第19問題，1960年代建構出極小曲面正則理論，1969年與 Bombieri 及 Giusti 提出極小曲面 Bernstein 問題在八維空間之反例，1970年代後致力推展 Γ -收斂的理論。

²⁹1998年首映的浪漫愛情電影，以平行時空 (Parallel universe) 講述一個女人不一樣的命運。

績，所有老師都認為我是最差的學生，然而數學教授帶著幾分尷尬聲稱我是最好的學生。所以我那當軍醫的父親非常擔心。在我高中畢業時，他說：「Tommaso，你很聰明，但不喜歡念書。」接著，他建議我從軍。這個建議讓我很焦急，對父親說：「我想試著上大學。如果第一年沒成功，我就聽從你的建議，去軍中做一名軍官。現在我打算念工程，電子工程。」當時 Messina³⁰ 只有一般工程學系前兩年的課程，與數學及物理的學生相同。

劉：修同樣的課。

R：頭兩年，我毫不費力地以最高分通過考試，讓我父親大為震驚！但若要繼續上後三年的工程學課程，我必須轉到北方的大學。原先我計畫去 Padua³¹，因為有位叔叔在那裡，但我的父母開始試圖說服我待在 Messina：「你要去哪裡？北方很冷，Padua 離西西里 (Sicily) 很遠，為什麼你不改念數學或物理呢？」我的物理滑動門就此出現！故事變得滑稽許多。我母親不情願地給了我 1 萬里拉，是讓我從 Messina 大學³²轉到 Padua 所需的費用。但當我在辦公室準備付款時，發現從工程科系轉到物理系只需要 5000 里拉。那扇滑動門值 5000 里拉！

於是我開始學物理，也喜歡上這個學科。理論物理學著重於量子力學，儘管成果斐然，但從公理層面來看，卻不很清晰，所以我不怎麼喜歡量子力學。我反倒對古典物理非常感興趣，譬如連續體力學或數學物理學家教授的相對論。因此我選修了這個學門的課。有位教授閱卷時十分賞識我；他告訴我：如果我可以在第四年第一學期的六月畢業，他就可以提供我理性力學的助理職位。當時我還很年輕，因為我小學只念五年，通常需要六年。於是我非常努力用功，21 歲就取得碩士學位。1969 年，我年僅 22 歲，十分年輕，還沒有博士學位，就擔任助理一職。這是終身職。

但我面臨的問題是如何開始做研究。這位數學物理教授人很好，但他並非一位傑出的學者。他在當地勢力龐大，周遭的助理都被迫去聽他上課。我與他首次發生衝突，是我想發表第一篇論文時。事實上，這篇文章是我獨立完成的學位論文。我將手稿交給他之後的幾個月，他僅關心過導論部份。當時的做法是，所有助理都須獲得教授的批准；獲准的話，文章會被發表在當地科學院的某期刊，而後在 Messina 之外將乏人問津。然而，我在圖書館發現各式各樣的國際期刊，因此請人幫我將這篇文章翻譯成英文後，決定將它投寄到《*Mathematical Physics*》。很幸運地，這篇文章被接受了！

劉：太好了！

R：那位教授很生氣。此外，因為我違反規定，團隊掀起一場革命，因此我被孤立了。這讓我吃了許多苦。接著我的第二扇滑動門出現了！1970 年，我決定參加在 Bressanone 的暑期學

³⁰義大利西西里島上第三大的城市，也是 Messina 省的首府。

³¹位於義大利北部，為 Messina 省的首府以及經濟和交通要衝。

³²一所位於義大利 Messina 省 Messina 市的公立大學，1678 年學校因為抵抗西班牙人而關閉，1838 年重新開放。

校; Bressanone 位於義大利和奧地利接壤的 South Tyrol 省, 是 Bolzano 附近的一個小鎮。暑期學校由 Carlo Cattaneo³³ 主辦, 主題是「相對流體力學」, 講師群包括法國著名數學家 A. Lichnerowicz³⁴, 他用分佈論 (distribution theory) 講解震波 (shock waves), 另有 A.H. Taub³⁵ 提出變分問題及 J. Ehlers³⁶ 講授相對動力學理論。我懂的不多, 但意識到了做研究是怎麼一回事。而我也對這些議題深感興趣。隨後對這些議題做了些貢獻。

抵達 Bressanone 車站時, 只有一輛計程車。我從一側坐上那輛車, 一位年輕的法國男子從另一側上車。我倆異口同聲說要前往同一地方。這是我研究生涯一個很重要的時刻, 因為他是 Lichnerowicz 在巴黎指導的學生 Guy Boillat³⁷, 非常有獨創性。他撰寫博士論文時, 首先造訪了北方許多國家, 包括挪威和丹麥, 同時也 and 一位日本應用數學家 Tosiya Taniuti³⁸ 保持聯繫。Taniuti 曾就讀 Courant 數學研究所, 將 Boillat 介紹給 Peter Lax³⁹。Boillat 是首位以一致方式研究一般一階雙曲系統不連續波的演化的人, 這些關於博士論文的研究工作都被收錄在名為《*La Propagation des ondes* (1965)》的小書中。我開始研讀這本小書, 很快就和他成了好朋友, 發表了許多關於非線性波傳播的著作。我體會到參加研討會的重要。

兩年後, 我再度參加這個暑期學校, 這次是由 Bologna 知名教授 Dario Graffi⁴⁰ 及他以前的學生 Luigi Caprioli⁴¹ 籌畫的; 後者也是 Bologna 的教授。我給了場簡短的演講, 當時 Caprioli 是 Bologna 的第一位工學院正教授。工學院有些數學教授找到工作後試圖轉到理學院, 讓工學院感到不悅, 因此意圖設立應用數學研究所, 提供穩定的數學家群組。Caprioli 一直在尋找可以組成第一個群組的數學家, 因此問我是否能到 Bologna。我非常開心, 又一次地, 這是扇對我有利的滑動門。

然而, 當我抵達 Bologna, 遇上了個大難題。Caprioli 不再積極做研究, 而與我年紀相仿的年輕助理們, 對泛函分析、微分幾何, 以及其他我不認識的數學工具, 都準備地比我好太多。我再次感到孤單。

接著, 又是一次暑期學校, 我遇到 Yvonne Choquet-Bruhat⁴²; 如你所知, 她是首位法蘭西

³³ Carlo Cattaneo (1911~1979), 義大利學者, 為廣義相對論理論數學物理學家, 對廣義相對論、流體力學和彈性理論貢獻卓著。

³⁴ André Lichnerowicz (1915~1998), 法國微分幾何學家, 研究廣義相對論、動態系統、無限維李代數。

³⁵ Abraham Haskel Taub (1911~1999), 美國數學家, 對廣義相對論、相對震波理論有重要貢獻。

³⁶ Jürgen Ehlers (1929~2008), 德國物理學家, 對愛因斯坦方程的精確解做分類, 且將廣義相對論應用於宇宙學。

³⁷ Guy Boillat, Bologna 大學數學系教授, 研究涵蓋相對氣體、雙曲守恆律、震波、波傳導。

³⁸ 谷內俊彌 (Tosiya Taniuti, 1924~), 日本中部大學物理系教授, 研究非線性波、震波。

³⁹ Peter Lax (1926~), 匈牙利裔美國數學家, 任教於紐約大學 Courant 學院, 1987 年及 2015 年獲頒 Wolf 獎及 Abel 獎。他對可積系統、雙曲守恆律、流體動力學、震波及孤立子等領域有重大貢獻。參見本刊 2002 年第 26 卷第 4 期「有朋自遠方來」專訪。

⁴⁰ Dario Graffi (1905~1990), 義大利數學物理學家, 對盧森堡效應提出數學解釋, 為包括 Navier-Stokes 方程在內的流體動力學方程的解證明一個重要的唯一性定理, 對連續力學的研究及對振動理論也有重要貢獻。

⁴¹ Luigi Caprioli, 任教於 Bologna 大學數學系。

⁴² Yvonne Choquet-Bruhat (1923~), 法國數學家 and 物理學家。1952 年率先證明愛因斯坦方程的適定性, 1981 年證明 3 + 1 維中的 Yang-Mills, Higgs 及 Spinor 場方程的整體解的存在, 1984 年率先研究超重力的數學理論。

學術院⁴³(Academy of France) 的女性院士，也是首位證明愛因斯坦方程的存在性定理的人。這次我發表了雙曲系統對稱化的演講，該對稱性符合我最近告訴你的熵原理。Choquet-Bruhat 很欣賞這份研究，將它發表在《*Ann. Inst. H. Poincaré*》。隨後我們開始合作，先是在 Bologna，接著到巴黎。對於廣義相對論的愛因斯坦方程，我們的合作獲致很好的結果。如你所知，在愛因斯坦方程組中，一些是演化方程，另一些用以限制初始參數。如果初始參數相容，則在後續的時間都會滿足這些約束。但仍存在自由量；一個是 g_{00} ，稱為時移 (lapse)，為時間的度量，而 g_{0i} ($i = 1, 2, 3$) 是所謂的偏移 (shift)。通常物理學家和數值分析學者會設 $g_{0i} = 0$ 及 $g_{00} = 1$ ，但這樣會造成柯西問題的不適定性 (not well-posed)。所以我們的想法是：不先固定時移，而是先將演化方程與限制方程結合起來，於是對適當選取的時移，系統是對稱的，且柯西問題有適定性。我們將這篇文章發表於《*Communications in Mathematical Physics*》。這是我研究生涯中很重要的一篇論文，被廣泛地引用。

滑動門第三次現身，是我在偶發狀況下認識 Ingo Müller⁴⁴時。有位來自 Ferrara⁴⁵的同儕邀請 Müller 擔任客座教授，就熱力學給一系列講座，同時也邀請我到 Ferrara 聽演講。第一場會議中，Ingo Müller 介紹藉由 Lagrange 乘子的技巧得到的熵原理，而我立刻明確表示：該技巧與我發現的對稱化雙曲系統的技巧全然相似，而乘子與我用來對稱化系統的所謂的「main field」相符。會議結束後，我馬上與他討論，他對這樣的相似很感興奮。因此之故，Ingo 幾乎每天都從 Ferrara 到 Bologna 和我討論。某種意義下，這是我人生第三個重要時刻，因為我們實際上是從這些討論開始，引介現代的擴展熱力學 (Extended Thermodynamics)。而由於我們共同撰寫的書⁴⁶廣受歡迎，我得到了最大的認可。

我試圖找出最好的情況。但我在某種程度上很幸運，因為總是碰上能幫助我的重要人物；另一方面，我也樂於付出，所以我們相互受益。我的研究生涯非常美好。我很高興能在 32 歲時成為正教授，52 歲時被提名為猗猗之眼國家科學院的院士。

劉：這真是有趣又不尋常，因為基本上你是自力推進的。沒有人保護你、指引你，你就只是一往直前。

R：我很樂觀，所以喜歡享受生活。我盡量不讓自己停滯，試著成長、好奇。長久以來，我喜歡傾聽來自不同領域的人講話。

另一方面，我不知道我到底是怎麼樣的研究員，因為某種意義下，我的研究處於三個不同主題的前沿：連續體力學、雙曲守恆定律及動力學。我認識這三種領域的許多人，他們經常邀請我參加研討會，但我卻不屬於這三個群體中的任何一個。對純數學家而言，我或許是物理

⁴³法國學術機構，為法蘭西學會下的五個學術院之一，是五個學術院中歷史最悠久、名氣最大的學術權威機構，當選法蘭西學院院士是極高的榮譽。

⁴⁴Ingo Müller, (1936~)，德國物理學家，建立了先進的理性熱力學，從而提供了一種流體的數學描述，其中的流體（與 Navier-Stokes 不同）不會以無限的速度傳播。

⁴⁵義大利東北部的城市。

⁴⁶Ingo Müller and Tommaso Ruggeri, *Extended thermodynamics*, Springer, New York, 1993.

學家；而對物理學家而言，我又是個數學家。我記得曾和 Costas Dafermos⁴⁷談到這件事，他諷刺地說：「Tommaso，別擔心，你會是最後一位自然哲學家！」雖然他是開玩笑地說，但我很喜歡這個說法，因為對我而言，一個真的數學物理學家確實就是個自然哲學家。

劉：談到哲學，你演講中談到：有人試圖從牛頓粒子系統等等推導出波茲曼方程。這是極為困難的事，至今尚未成功。但你的觀點是：或許我們不應該有一個大一統的理論。對於給定的情況，有個適合的模型；而對另一種情況，用不同尺度，有不同模型，沒有道理將它們連結起來。

R：這是我的看法，因為沒有一個完美的數學模型，每個模型各自在既定的範圍和尺度下具其有效性。所以，宣稱由牛頓粒子力學可推導出連續體力學或波茲曼方程，就如同承認牛頓力學是個完美的模型！當然，研究奇異極限 (singular limit) 來找出不同尺度的理論之間的連繫很有趣，但在我看來，宣稱這樣一個模型是精確的，就是個矛盾。即使正如伽利略所言：數學是自然的語言，這模型也並非物理現實。因此，很奇妙地，我教學生：我們有可能建立一個數學模型來描述自然，並預見尚未發生的未來。我們發射衛星之類的物體，且僅從初始條件就清楚知道它稍後將如何移動。

劉：一種預測能力。

R：沒錯，預測未來。遺憾的是，Lorenz⁴⁸發現的確定性的混沌 (deterministic chaos)，沉重打擊了啟蒙運動的下述信念：人類能夠在初始時刻之後的每一刻，唯一地預測未來事件的發展。現在我們知道：很遺憾地，我們的預測僅在有限時間內有效，然而，正如我們所知，每個模型在特定條件下都有其有效性；例如，在物體不會太小且運動不會太快的情況下，牛頓力學最為適用；但當粒子速度接近光速時，牛頓力學就被愛因斯坦相對論所取代；而若粒子很小，就必須用量子力學模型。而且愛因斯坦關於統一理論的夢想從未實現。

每天都會有某些情況，迫使我們去建立一個比既有的更有效的數學模型。我總銘記著 Paul Dirac⁴⁹給研究人員的指南，遵循他的教誨。Dirac 說：「研究工作者在努力以數學形式表現自然基本定律時，首要的是去追求數學之美。他仍應以從屬的方式考慮簡單性 (simplicity)。經常發生的是，簡單與美的要求是一致的，但一旦兩者衝突，後者必須優先。」

對我來說，承烈是另一個滑動門的例子！

劉：哇。

R：這就要怪你了。因為有次劉教授邀請河教授、我，以及其他科學家到史丹佛大學。當我抵達

⁴⁷Constantine Dafermos (1941~)，生於希臘雅典，任教於布朗大學應用數學系，在雙曲型守恆律、震波理論及其與力學之關連有卓越貢獻。參見本刊 2018 年第 42 卷第 1 期「有朋自遠方來」專訪。

⁴⁸Edward Norton Lorenz (1917~2008)，美國數學暨氣象學家，1963 年提出 Lorenz 吸子的數學模型，描述混沌系統的不可預測性。

⁴⁹Paul Dirac(1902~1984)，英國理論物理學家，量子力學及量子電動力學的奠基者之一。Dirac 方程描述費米子的行為且預測出反物質的存在。1933 年獲諾貝爾物理獎。

時，馬上明白爲什麼這所大學如此有名。一早當我們齊聚在系館時，有違常理，竟沒有安排我們的演講。劉教授開始說：「誰想給演講呢？黑板在這裡！」但這很奇妙，有些人一說就是三小時，其他人只講了十分鐘，所以每件事對我來說都很奇怪。但造訪史丹佛大學對我來說確實是碩果累累。河承烈講解了 Cucker-Smale 的群集模型 (flocking model)，我立即意識到這個模型與混合流體的等溫模型之間存在類比。與他討論時，我們考慮到這個類比，從而建立了一個新的群集模型，其中還考慮了粒子內能（溫度）。這種合作卓有成效，產生了幾篇論文，發表在很好的國際期刊上。

我在史丹佛大學的另一個收穫是，透過和 Laurent Desvillettes⁵⁰的交談，我學到多原子氣體的動力理論，這讓我解決了一個懸宕二十年的問題，並與 Masaru Sugiyama⁵¹及其他合作者一同理解多原子氣體的擴展熱力學，因此爲非平衡熱力學帶來嶄新且重要的貢獻。所以，史丹佛大學和劉太平可說是我的滑動門的另一個例子。雖然我現在退休了，但仍勤奮用功且仍進行很多合作。有些人想爲我申請名譽教授，但這在 Bologna 是非常困難的。

劉：了解。

R：每年經過複雜的程序，自學校所有學科中，僅篩選幾位教授（7~8位）。這程序包含四個步驟：第一步，你需要三封來自仍在職的教授的推薦信，其中至少一位必須是外國人。第二步，你所在的部門須至少有五十位教授簽名連署提出你的任命案。第三步，人事部門需一致投票贊同該提案。最後，第四步也就是最後一步，校長和名譽教授組成的委員會必須選出名譽教授。部長必須簽署任命。

劉：好。

R：2020年2月5日，學校將舉行一場正式典禮，校長將授予我榮譽教授的證書，真是太好了。

河承烈（以下簡稱「河」）：容我問一個問題。我知道你大學時修過物理，接著，不知怎的就多少學了些數學物理。對物理系學生而言，這是自然的發展嗎？

R：不是的。但義大利的數學物理領域，約50%的學者是來做物理，因爲物理是一種動機；之後他們可能會學些數學工具。數學家要成爲數學物理學家，就不是那麼簡單了，因爲他們不知道物理的動機。根據傳統，一些國家的數學物理隸屬於數學，但對義大利而言，50%在做數學；50%在做物理，我就是個例子。

河：沒錯。

⁵⁰Laurent Desvillettes, 巴黎第七大學數學系教授，主要研究動力學方程及反應擴散方程。

⁵¹Masaru Sugiyama, 日本名古屋工業大學教授，主要研究多原子氣體的擴展熱力學、晶格中的熱力學。

R: 很多這種案例, 你知道的 Gallavotti⁵²、Pulvirenti⁵³、Marchioro⁵⁴、Presutti⁵⁵和其他許多人都有物理背景。

河: 在義大利, 數學物理是傳統的強項之一。

R: 沒錯, 理性力學是義大利所有數學家、物理學家和工程師的必修科目。不幸地, 現在工學院課程已經刪除理性力學, 且最重要的是, 分析學者也都開始著手於應用。因此數學物理的人數大量減少, 即使還保有不錯的品質。

河: 是的。

R: 過去受到 Bourbaki 的影響, 數學家著重於純數。

河: 嗯嗯。

R: 做應用不被認為是好事。

河: 是的, 沒錯。

R: 如今電腦改變了這情況。

河: 沒錯。

R: 今非昔比。現在如果你想獲得獎助, 就得從事應用, 所以很多分析學者已成為應用數學家。因此我們失去了很多力道。

河: 沒錯。

劉: 有個非常聰明的人, 名叫 Parisi⁵⁶。

R: Parisi 目前是義大利猓猓之眼國家科學院院長。他是位理論物理學家, 2002 年諾貝爾物理學獎的候選人, 你知道的, 諾貝爾獎, 如果你不是美國人, 可能性就...

河: 非常低。

R: 屈指可數。根據 Google, 他的 H 指數為 118。他是位非常出色的物理學家, 但對數學很感興趣, 例如他發表了一篇重要的論文, 用統計物理模型處理群集問題。

河: 是的。

R: Parisi 做出重要貢獻的另一個領域是所謂的自旋玻璃 (spin glass)。

⁵²Giovanni Gallavotti (1941~), 義大利數學物理學家。對平衡及非平衡統計力學、量子場論、經典力學和混沌系統貢獻卓著。

⁵³Mario Pulvirenti(1946~), 義大利數學家。羅馬大學榮譽教授, 研究波茲曼方程、統計力學及流體力學。

⁵⁴Carlo Marchioro, 羅馬大學數學系教授, 研究流體力學。

⁵⁵Errico Presutti (1942~), 羅馬第二大學數學系榮譽教授, 研究統計力學、連續體力學。

⁵⁶Giorgio Parisi(1948~), 義大利理論物理學家, 提出自旋玻璃的 Sherrington-Kirkpatrick 模型的精確解, 及描述成長界面動態縮放的 Kardar-Parisi-Zhang 方程, 對鳥群的研究也有重要貢獻。

另一位橫跨理論物理和數學物理的知名學者是 Giovanni Jona-Lasinio⁵⁷。他是自發對稱破缺 (spontaneous symmetry breaking) 理論的研究先驅, 該理論有以他的名字命名的 Nambu-Jona-Lasinio 模型。Nambu⁵⁸ 獲頒 2008 年諾貝爾物理學獎。

數學物理起初只涉及剛體 (rigid body)、連續體力學、相對論及擴散理論。直到最近, 多虧對數學感興趣的理論物理學家, 數學物理得以被其他領域所充實。例如, Giovanni Gallavotti 的涉入, 使統計力學成為數學物理的一部分; 動力學理論受惠於 Carlo Cercignani⁵⁹; 量子力學則多虧了 Sandro Graffi⁶⁰。

劉: 理性力學的現況如何?

R: 現在? 對數學家來說仍是必修, 對物理學家也是如此, 但陳述方式全然不同。比如說 Landau 是從最小作用開始。當然, 學生並無理解變分法的工具, 但從物理的觀點來看, 他們喜歡這樣的陳述方式。數學系的力學往往就只是動態系統。很多大學採用 Arnold 的一本書; 雖然那是本好書, 但並不是我所知道的理性力學。

河: 動態系統, 沒錯。

R: 對我們而言, 理性力學的第一部分涵蓋物體的幾何模型 (點、剛體、有限自由度的系統), 其次是力學公理, 接著是大篇幅的動力學和靜力學, 而後我們會探討分析力學及 Hamilton 的方程, 根據學生狀況而有所差異, 譬如土木工程的學生對靜力學比對動力學更有興趣。我和三位同儕一起寫了一本理性力學的書 (Springer), 主要就是針對工科學生。這本書被許多大學採用, 每年都銷售超過一千冊。

劉: 我在 Maryland 時, 因為 Stuart Antman⁶¹ 而接觸到這些。他曾是《*Archive for Rational Mechanics and Analysis*》的主編。

R: 遺憾的是, 這份期刊改變很大。如你所知, 它是由 Truesdell 創辦的, 過去很多文章也本著理性力學及建模的精神, 但如今, 或許有較多的分析。

劉: 是呀! 說到這個, 我今天剛收到電子郵件; 《*Archive for Rational Mechanics and Analysis*》多年來的主編是 John Ball⁶² 和 Dick James⁶³, 但現在已經更改了。

R: 它改變了!

⁵⁷Giovanni Jona-Lasinio (1932~), 義大利理論物理學家, 羅馬大學物理系教授, 開啟自發對稱破缺的研究, 有以他的名字命名的 Nambu-Jona-Lasinio 模型。

⁵⁸南部陽一郎 (Yoichiro Nambu, 1921~2015), 日裔美國物理學家, 因自發對稱破缺性的理論獲 2008 年諾貝爾物理學獎。

⁵⁹Carlo Cercignani (1939~2010), 義大利數學家, 以氣體動力學方面的研究著稱, 有以他的名字命名的 Cercignani 猜想。

⁶⁰Sandro Graffi (1943~), 義大利數學物理學家, Bologna 大學數學物理教授, 主要研究 Schrödinger 算子。

⁶¹Stuart Sheldon Antman(1939~), 美國數學家, Maryland 大學榮譽退休教授, 研究涉及連體力學、彈性和非線性偏微分方程。

⁶²John Ball (1948~), 在彈性力學、變分法, 以及材料力學的應用有重要的貢獻。參見本刊 2018 年第 42 卷第 1 期「有朋自遠方來」專訪。

⁶³Richard D. James (1952~), 美國 Minnesota 大學航空工程系教授, 以材料科學、相變的研究著稱。

劉: 是的, 改成 Sverak⁶⁴。

R: 他的名字是?

河: Sverak, 做 Navier-Stokes 的那位。

R: 喔, 我知道了。

劉: 沒錯, 所以你說分析較多; 另外一位是 Otto⁶⁵。

R: 對, Felix Otto。我曾在猗猗之眼國家科學院某獎項的委員會; 我們將這個獎項頒給他, 他是做分析的。

劉: 所以現在主編是這兩人。

R: 可惜的是, 某種意義下, 這期刊失去了昔日的部分價值。起初, Truesdell 本人、Noll⁶⁶、Ericksen⁶⁷、Müller、Gurtin⁶⁸、Joseph⁶⁹和其他人發表了一些數學上嚴謹的論文, 主要目的是以理性力學的精神來提出合理的物理模型。對我們許多人來說, 現在很難找到適合的期刊了。《*Continuum Mechanics and Thermodynamics*, (CMT)》是 Ingo Müller 創辦的, 但目前已朝工程學方面發展。我現在都將期刊投到一些相當好的物理期刊上, 像是 *Physical Review*、*Annals of Physics*、*Journal of Statistical Physics* 和 *Physics of Fluids*, 他們也接受數學形式主義的著作。

劉: 嗯, 但我們持續向前走。你做得很好呀!

R: 這種情況致使科學變得貧瘠。一些優秀的數學家對物理模型了解甚少; 很多發表於《*Archive for Rational Mechanics and Analysis*》和《*Communication in Mathematical Physics*》等一流期刊的文章, 從物理的角度來看, 所做的假設都非常薄弱。我知道一些相對論流體的數學問題方面的著作, 使用了不適當的組成方程 (constitutive equation), 把它們視為非相對論的例子。因此之故, 我認為數學物理與分析之間的合作頗具成效, 我與承烈的合作就是個例子。他比我了解分析, 而我比他了解模型。

劉: 但我想, 我們的困境肇因於人的能力有限, 所以你說我們需要一個平衡, 需要與其他專業人士合作。

⁶⁴Vladimer Sverak, 捷克數學家, 美國 Minnisota 大學數學系教授, 研究彈性力學, 提出 rank-one convexity 但不為 quasi-convex 的例子。

⁶⁵Felix Otto (1966~), 德國數學家, 目前擔任萊比錫 Max Planck 研究所的所長, 研究重心是分析來自材料科學及流體力學的模型。

⁶⁶Walter Noll (1925~2017), 德裔美國數學家, 對連續體力學、古典力學及熱力學有傑出貢獻。

⁶⁷Jerald LaVerne Ericksen (1924~), 美國數學家, 在連續體力學、液晶 (liquid crystal) 等領域有根本性的貢獻。

⁶⁸Morton E. Gurtin (1934~), 卡內基美侖大學數學科學榮譽教授, 研究非線性連續體力學及熱力學, 著重於材料科學方面的應用。

⁶⁹Daniel D. Joseph (1929~2011), 美國流體力學專家, 研究流體流動的穩定性, 粘性和粘彈性流體的無旋運動, 以及固液流動的直接數值模擬。

R: 以我的方式做, 能力將會增長許多!

劉: 能與他人交談, 是一種並非每個人都有的素質。

河: 在我的世代, 有極其廣泛的預備課程, 但不夠深入, 不足以做出高品質的研究。我記得畢業時, 對相對論、連續體力學略知一二, 也熟悉古典力學和微分幾何, 但無法得知最新的研究。另一方面, 現在有些年輕人只深入了解一個主題, 就得以立即在好的期刊上發表文章, 然而一旦轉移到其他主題, 他們就一無所知也不感興趣。論文是如此, 書也是。

R: 沒錯。當前的另一個問題是文獻計量指標, 像是 h-index 或期刊的 IF。如果我今天建議我的學生發表在《猗猗之眼國家科學院學報 (*I Rendiconti dell'Accademia dei Lincei*)》, 他會馬上拒絕並選擇另一個更重要的期刊, 因為這對他的研究生涯毫無用處。如我們所知, 現今這些參數困擾著同一審查系統; 例如, 拒絕一篇你所廣泛引用的文章會帶給你諸多不便, 因此你拒絕前要先三思。另一方面, 如果你投了文章, 或許審稿人會要求你多次引用他的作品, 且威脅你: 如果你不這樣做, 文章就會被拒絕。在義大利, 同樣的文獻計量指標也用於資格審核。

劉: 我們日前訪談一位日本老教授, 是位數論學家。他說: 他年輕時, 甚至不需要博士學位, 就可以成為教授。

R: 是啊! 即使在義大利, 也是相當晚近博士學位才存在。即使沒有任何著作, 如果有教授賞識你, 光憑碩士論文就可以擔任助理。

劉: 好的。

R: 在我的年代, 大學只有兩種職位: 助理和正教授。因為戰後的經濟榮景, 職缺很多。

劉: 當時職缺很多。1973年, 爆發第一次石油危機, 所以很難找到工作, 但我在沒有投寄任何論文的情況下找到了工作。在那段時期這不比尋常。當時的心態是: 好吧, 博士論文不錯, 審查之後也無異議, 那麼就給他工作吧。

R: 好吧, 至少在我們這代, 唯一的優勢就是優秀有天賦的人都成為教授。但也許有些不那麼優秀的人也成為教授。

劉: 了解。承烈, 你要提問最後一個問題嗎?

河: 你對你的研究領域的未來有什麼期待?

R: 就數學物理而言, 我並不那麼樂觀, 因為就如同熵原理, 所有文化或許都趨向均質化及均衡化。我舉個例子來說明我的意思。從前義大利是由許多地區所組成, 每個地區各有自己的語言, 都是豐富多彩的方言。譬如我學義大利語之前, 就先學了西西里語, 是非常豐富多彩的語言, 因為融合了西西里歷代諸多征服者的語言。如果我用西西里語和 Bologna 人交談, 他

將茫然不解。無法告訴你它們有多麼不同。但我們現在都說義大利語，已經忘了我們的母語。同樣的事情也發生在英語；我們每個人都說通用的英語，但並非莎士比亞的英語。我認為數學也如是。藉由製造一般水準的應用數學家，我們逐漸失去每個人在其領域擁有的技能。此外，數學的語言常無法與外界交流，因而不合適的例子常被援用。例如，Alessio Figalli⁷⁰獲頒菲爾茲獎後，報章雜誌將他描述為研究雲層運動的人（嘆氣）。

劉：沒錯。我告訴你一個故事。Andrew Wiles⁷¹解決了費馬最後定理後，到史丹佛大學進行公開演講，聽眾中有人問了一個問題：「Wiles 先生，既然你已經解決了最困難的數學問題，也許你有時間思考一下大腦是如何運作的。」Andrew 說：「我只知道如何解這個方程式」。如今數學的重要性、中心性已極明顯，且被公眾認可。所以任何嚴肅的議題，如果沒能做為研究課題來延續，就應當成為一般教育科目。

R：另一方面，存在下述的困難：對自然的描述已更為複雜，需要日益繁複的模型。例如，審視我們熟知的議題——黎曼問題，我們僅知空間是一維時的理論，對更高維度幾乎一無所知。但物理實體是三維的。數值分析學家每天都在模擬與黎曼問題類似的東西。建模者與分析者之間，往往隔閡甚遠。有次我和 Ingo Müller 談到劉太平，他告訴我：「我非常敬重他，他無疑是位傑出的數學家，但很遺憾，他只知道如何研究 Burgers 方程。」

另一方面，如果我們給某位分析學家擴展熱力學的複雜方程，他會立刻放棄藉由定性分析提出嚴肅的看法。我們需考慮到：自然界通常是由非線性系統所描述，而我們在數學上對此所知甚少。以 Navier-Stokes 方程為例，在相同函數空間證明存在唯一性的一百萬元問題，至今未解，但工程師和電腦程式設計者，每天都在用這方程式。因此我認為，某種意義下，隔閡仍然存在。一方面是現實模型的描述，另一方面是數學、分析、幾何工具，而它們尚不足以做出嚴謹的研究，這是我的觀點。

另一方面，我同意你的看法，數學之所以受青睞，是因為現在人們知道數學與生活息息相關。你開車用 GPS 為你指路，其中需要數學；你做斷層掃描 (CT scan)，裡頭也是數學；單是輸入個密碼也是數學。於是人們開始了解，數學不僅是一門深奧且抽象的學科。另一方面，哲學家 Giovanbattista Vico⁷²曾說，科學和歷史具有週期性。在某個時代數學是科學的中心，1900 年開始了物理時代，目前生物蔚為風潮，人工智慧可能即將當道。

劉：關於人工智慧和數值計算，讓我引用我在 Maryland 的老同事 Babuška⁷³ 的話。他是有限元素 (finite element) 方面的重要人物。他曾說，工程師不介意只有 20% 的計算是正確的。然而困難的是去明白 20% 在哪。我們需要一些數學才能對此有所了解。

⁷⁰Alessio Figalli(1984~)，義大利數學家，2017 年獲費爾茲獎，研究涵蓋最優運輸理論、Hamilton-Jacobi 方程。

⁷¹Andrew John Wiles(1953~)，英國數學家，證明費馬最後定理，1996 年及 2016 年分別獲 Wolf 獎及 Abel 獎。

⁷²Giovanni Battista Vico (1668~1744)，義大利政治哲學家、歷史學家和法理學家，以巨著《新科學》聞名於世。

⁷³Ivo M. Babuška (1926~)，美籍捷克數學家，在有限元領域有重要貢獻。

R: 是, 是, 的確。

劉: 人工智慧也是如此, AlphaGo 之所以重要, 人工智慧之所以會在 AlphaGo 之後突然發跡, 原因是它們可與圍棋大師對弈, 進行測試。圍棋大師李世乭 (Lee Sedol) 被視為傳奇人物, 因為他贏過如此多場比賽。因此他代表一個基準, 而 AlphaGo 卻打敗了他, 因此人們會說: 好吧, 我們知道這是真實不虛的!

R: 沒錯。看看統計學, 很長一段時間不受重視。如今每個人都需求統計, 尤其是大數據專家; 他們還須具備扎實又堅強的數學知識。這領域目前在每個國家都很熱門。我兒子修碩士時攻讀電腦工程, 現在正在修博士, 做的是人工智慧和機器學習, 同時也學習大量統計。

劉: 很精彩的交談, 從你學到東西。謝謝。

—本文訪問者劉太平任職中央研究院數學研究所, 河承烈 (Seung Yeal Ha) 任教首爾國立大學數學科學系—