4304（編輯部提供）

假設這 17 個球的重量分別爲 $w_1, w_2, \cdots\cdots, w_{17}$ 並令 w 爲其總重量，今取出第一個球 w_1，則其餘16個球可分成重量相等的兩堆，每堆 8 個，任取其中一堆，其重量之和的兩倍爲 $w-w_1$，因此可得下列方程式:

$$a_{12}w_2+a_{13}w_3+\cdots\cdots+a_{1n}w_n=w-w_1$$

其中 $n=17$, 且 $a_{12}, a_{13}, \cdots\cdots, a_{1n}$ 中恰有 8 個數爲 2，其餘 8 個數爲 0。卽得

$$a_{11}w_1+a_{12}w_2+\cdots\cdots+a_{1n}w_n=w$$

其中 $a_{11}=1$; $a_{12}, \cdots\cdots, a_{1n}$ 中恰有 8 個爲 2，另 8 個爲 0。若先取出第二個 w_2，則其餘 16 個球也可分成重量相等的兩堆，每堆 8 個，因此也可得

$$a_{21}w_1+a_{22}w_2+\cdots\cdots+a_{2n}w_n=w$$

其中 $a_{22}=1$; 且 $a_{21}, a_{23}, \cdots\cdots, a_{2n}$ 中恰有 8 個爲 2，另 8 個爲 0。如此類推，可得聯立方程式:

$$\begin{cases} a_{11}w_1+a_{12}w_2+\cdots\cdots+a_{1n}w_n=w \\ a_{21}w_1+a_{22}w_2+\cdots\cdots+a_{2n}w_n=w \\ \vdots \\ a_{n1}w_1+a_{n2}w_2+\cdots\cdots+a_{nn}w_n=w \end{cases}$$

其中 $a_{11}=a_{22}=\cdots\cdots=a_{nn}=1$ 且每一等式的係數中有 8 個爲 2，8 個爲 0。令

$$\triangle=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}\cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \\ a_{n1} & \cdots a_{n2}\cdots\cdots a_{nn} \end{vmatrix}$$

則△的主對角線皆爲1，其餘元素爲0，或2，所以△顯然爲奇數，故△≠0。又

$$\triangle=\begin{vmatrix} a_{11}+a_{12}+\cdots\cdots+a_{1n} & a_{12}\cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21}+a_{22}+\cdots\cdots+a_{2n} & a_{22}\cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \quad \vdots \\ a_{n1}+a_{n2}+\cdots\cdots+a_{nn} & a_{n2}\cdots\cdots a_{nn} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 17 & a_{12}\cdots\cdots a_{1n} \\ 17 & a_{22} \quad a_{2n} \\ \vdots & \vdots \quad \vdots \\ 17 & a_{n2}\cdots\cdots a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=\frac{17}{w}\begin{vmatrix} w & a_{12}\cdots\cdots a_{1n} \\ w & a_{22} \quad a_{2n} \\ \vdots & \vdots \quad \vdots \\ w & a_{n2}\cdots\cdots a_{nn} \end{vmatrix}=\frac{17}{w}\triangle_1,$$

其中

$$\triangle_1=\begin{vmatrix} w & a_{12}\cdots\cdots a_{1n} \\ w & a_{22} \quad a_{2n} \\ \vdots & \\ w & a_{n2} \quad a_{nn} \end{vmatrix}$$

由 Cramer 法則知

$$w_1=\frac{\triangle_1}{\triangle}=\frac{w}{17}。$$

同理，可得

$$w_2=\frac{w}{17}, \cdots\cdots w_{17}=\frac{w}{17}。$$

故知此17個球的重量皆相等。