

# 〔解 答〕

4301 (明道中學夏忠良同學解)

設  $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \cdots (a_{2n+1} - b_{2n+1})$  不為偶數。且令

$$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_{2n+1}\}, B = \{b_1, b_2, \cdots, b_{2n+1}\}$$

則由假設知，任一  $a_i - b_i$  必不為偶數(否則將使乘積為偶數)，而  $a_i - b_i$  不為偶數的情形只有：(奇一偶)或(偶一奇)〔奇表奇數，偶表偶數〕。如此，則

$A$ 中所有奇數必與 $B$ 中所有偶數成1-1對應。

$A$ 中所有偶數必與 $B$ 中所有奇數成1-1對應。

故

$$A \text{中奇數個數} = B \text{中偶數個數}, \quad A \text{中偶數個數} = B \text{中奇數個數}$$

但由題知  $A = B$ ，故

$$A \text{中奇數個數} (= B \text{中偶數個數}) = A \text{中偶數個數}$$

則 $A$ 的元素個數為偶數，此為矛盾。(∵ $A$ 的元素個數為 $2n+1$ 個)。故

$$(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \cdots (a_{2n+1} - a_{2n-1}) \text{ 為偶數。}$$