

統計學淺釋

黃登源

(一) 數據情報

在科技高度發達時代，熟練數值觀念為現代人必備之條件，諸如計算繳稅、購物等能力均非常重要，同時能聰明解釋數據情報也是當前數學教育之重要課題。

我們常常在各種報告，特別在廣告上看到『十個人中有九個人』喜歡某種特別產品的字眼，這種報告可能是經過適當調查或未調查之結果，愛挑剔的人就會問那十個人是誰，由於人們可能懷疑只問到特定的十個人之故。又如『十個醫生中有九個』說喜歡某種特別處方，這種說法給人的印象是以為每十個醫生中九個有同樣的喜好，因為在最初的敘述中省略了重要的話『每』字，但未提到一個事實即可能僅有十個醫生被問到。一般而言，大部份的人均假定此種敘述提到所有醫生，所以那種發表方式是不誠實的，除非真正提到全部醫生。

雖然在數學上『100 種情況中有 94 種發生』與『94%發生』之表示法是一樣的，但在解釋上卻稍有出入，前者容易導致前述之誤解，後者百分比表示法很自然地想到全體數字。由於前者常將比例化為最簡形式，此種作法很容易引起解釋方面的曲解。若某學生在一次測驗裡，20 個問題答對 18 題，錯了兩題；不過若在同樣條件下的另一次不同測驗中，該學生在 10 題中答對 9 題而答錯 1 題，那麼他在兩次測驗中所得分數的比例是一樣的，但卻有一次答錯更多問題。因此應將 20 題測驗的結果表為『20 題中答對 18 題』，在 10 題測驗的結果應表為『10 題中答對 9 題』或均記為『90%』，因百分比很清楚地表示必須參考總數 20 題或 10 題，解釋時即可顯示 20 題答對 18 題，而 10 題則答對 9 題。應特別注意在解釋意義時，總數多或少與可靠程度有密切關係，雖然 $1/10$ 等於 $10/100$ ，但 10 與 100 的數目仍以 100 個調查對象較僅有 10 個對象來得可信些。

我們再看看使用平均法得數據情報的情形。平均的最簡單形式為算術平均，我們時常使用它。它的計算很簡單且人人都會，但結果的應用必須十分小心。算術平均有時可能不僅缺乏意義，也可能導致誤解。我們看看下面的例子：

在市場上有兩個菜販甲和乙，販賣新鮮甘薯，甲和乙分別每 2 公斤和每 3 公斤賣 10 元。每人賣 60 公斤，甲收入為 300 元，而乙僅收入 200 元。有一天乙把甲的貨全買過來，他決定把這兩種甘薯混合起來，而且他決定必須對顧客公平，以前顧客向每位菜販合買 5 公斤需 20 元（即分別向甲和乙各買 2 公斤和 3 公斤）。因此，他決定要維持這種平均價格，即 2 公斤半售價為 10 元，在這種誘惑價格下他很快地賣完了 120 公斤，因此賣了甲和乙所賣重量的總和。於是他認為總收入必為 500 元（即甲應賣 300 元而乙應賣 200 元）。不過，當他計算一下所賣錢數時發覺僅得 480 元。另外的 20 元到那裏去了呢？他決定算算看。

(1) 買入甲的貨物前：

60 公斤中每 2 公斤賣 10 元	共得 300 元
60 公斤中每 3 公斤賣 10 元	共得 200 元
合計 120 公斤	共賣得 500 元

(2) 買入甲的貨物後：

120 公斤中每 5 公斤賣 20 元，共得 480 元。

乙終於大呼『太大意了』。因為在乙買進甲的貨物前，顧客可用 20 元買 5 公斤（向乙買 3 公斤，向甲買 2 公斤），為何乙不以同樣比例賣給顧客而得相同收入呢？這個錯誤的理由是雖然有些顧客可能以 20 元買 5 公斤，但並非所有顧客都這樣。假設最初每一個顧客向甲買值 10 元的貨物，則甲有 30 個顧客。若乙以同樣比例賣，只有 20 位顧客；即甲的顧客中僅有 20 位可能是乙的顧客。是乙計算錯了嗎？不是的，是乙並未求得真正的平均所致。他計算甘薯價格的方式是把相同金額之甘薯的不同重量加以平均。但是計算新價格應該以全部甘薯的重量除以總金額才對。為了確定他應每 10 元值多少公斤，我們以 120 公斤除以 500 元，即一元值 0.24 公斤，也就是說每 10 元值 2.4 公斤。

上面所提這些簡單的例子，目的僅在說明如何將一大堆有用的數據中整理出一些情報來，而有效加以充分利用，這是不可缺少的訓練，在我們中學數學教學中進入抽象推理之前，甚少在具體問題上作深入探討，非常缺乏綜合與分析能力，而『過分』強調邏輯推理之重要性，學生們或一般社會人士也因而誤解甚至曲解數學即等於邏輯推理，此種觀念非常有害於數學之發展，對我國當前之經建及科技發展均有莫大之阻礙。從第二次世界大戰以後傳統數學之發展已有了巨大之衝激，由於計算機科學之快速發展，在計算或處理實際問題方面有了極大之幫助以來，數學學術發展已有了大幅度的轉變，與相關學科之配合愈趨密切，直接或間接之結合潮流洶湧澎湃，不可遏止。我們不可再囿於傳統，迎頭趕上科技發展前鋒，此其時也。

——本文作者現任職於本所