

民國 57 年國中暫行課程標準 數學教科書之初探 (1968~1971)(下)

陳玟樺

肆、57年國中暫行課程標準數學教科書修訂版內容之分析 (含變動分析)

一、57年國中暫行課程標準教科書修訂版章節概覽和主要特色之分析

修訂版數學教科書共分為六冊，每學期一冊，供國中六個學期教學之用。關於其取材、每周教學節數等，均同於初版說明。修訂版數學教科書共 28 個單元，除較初版少兩個單元外，章節亦稍有變動，茲將初版和修訂版兩版各單元名稱及其變動軌跡 (如箭頭) 做一整理如表 4。

從表 4 看來，修訂版中刪去了「變數法」和「實數系大意」兩節，也將初版「整數」單元予以重新「正名」，改為與內容較為相符的名稱「自然數」(事實上，初版「整數」單元並未處理「負整數」，而是將其留待「有理數」單元做處理)。

在單元移動上，原「點、線、平面、空間的認識」從第一冊移至第二冊，原「小數」從第二冊移至第一冊，小學生升上國中後的第一學期改為單純地只談「數」範疇內容，「幾何」則移至第二學期教授。在單元內容上，原「測度和度量」、「誤差」、「數列」單元，其內容在修訂版中則大幅減少，如「測度和度量」單元名稱改為「度量」，更刪除「角是點集合，由兩集合相等的意義，可知兩角相等時，亦指這兩角是同一角」(頁 32)、「一簡單封閉曲線的內部和這曲線的聯集，叫做一封閉區域，這曲線叫做封閉區域的界線和界」(頁 39-40) 等一類從「集合論」發展的概念，而直接寫為「(在三角形中) A, B, C 叫做頂點， $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 叫做三角形 ABC 的三內角(???)」(頁 41) 一類講述，而「封閉曲線」、「封閉區域」等則全數刪除。此外，原「誤差」單元改為「近似值」，同時捨去「精密度」、「有效數字」、「相對誤差」等內容；原「數列」單元則改「等差數列與等比數列」，放棄「對於任意正整數 k ， $N_k = \{1, 2, 3, \dots, K\}$ ，若對於每一個 $n \in N_k$ 都有唯一數 a_n 與之對應，則 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$ 叫做數列」，而直接從一數列「2, 5, 8, 11, 14」(頁 44) 來介紹等差數列意義。

表 4：57年國中暫行課程標準數學教科書初版和修訂版各單元名稱及其變動軌跡

	初版 單元名稱		修訂版 單元名稱
第一冊	<ul style="list-style-type: none"> • 數的記法 • 集合的概念 • 點、線、平面、空間的認識 • 整數 • 分數 • 有理數 	<ul style="list-style-type: none"> • • • • • • 	<ul style="list-style-type: none"> • 數的記法 • 集合的概念 • 自然數 • 分數 • 有理數 • 小數
第二冊	<ul style="list-style-type: none"> • 小數 • 測度和度量 • 比和比例、百分率 • 簡單直線形 	<ul style="list-style-type: none"> • • • • 	<ul style="list-style-type: none"> • 比和比例、百分率 • 點、線、平面、空間的認識 • 度量 • 簡單直線形
第三冊	<ul style="list-style-type: none"> • 基本作圖 • 直角坐標系 • 方程式簡介 • 誤差 • 統計圖表 	<ul style="list-style-type: none"> • • • • • 	<ul style="list-style-type: none"> • 基本作圖 • 直角坐標系 • 方程式簡介 • 近似值 • 統計圖表
第四冊	<ul style="list-style-type: none"> • 變數法 • 相似三角形 • 三角形的心 • 圓 	<ul style="list-style-type: none"> • • • • 	<ul style="list-style-type: none"> • (刪) • 相似三角形 • 三角形的心 • 圓
第五冊	<ul style="list-style-type: none"> • 實數系大意 • 指數、根數 • 多項式 • 分解因式 • 最高公因式與最低公倍式 • 分式、有理式 	<ul style="list-style-type: none"> • • • • • • 	<ul style="list-style-type: none"> • (刪) • 指數、根數 • 多項式 • 分解因式 • 最高公因式與最低公倍式 • 分式、有理式
第六冊	<ul style="list-style-type: none"> • 二次方程式 • 分式方程式和無理方程式 • 二元方程組 • 數列 • 函數及其圖形 	<ul style="list-style-type: none"> • • • • • 	<ul style="list-style-type: none"> • 二次方程式 • 分式方程式和無理方程式 • 二元方程組 • 等差數列與等比數列 • 函數及其圖形
	30個單元	•	• 28個單元

本研究整理

整體來說，相較於初版，修訂版主要特色至少有五：一、減少集合內容和術語使用；二、簡化名詞及符號；三、在正數系四則運算擴張到有理數系四則運算之處理上，放棄「以正數系四則運算為出發點，僅有唯一的一種方式擴張到有理數系」之方法（容後於「有理數」單元之分析時說明）；四、放棄「利用數系運算性質，意圖『證明』多項式運算性質」的做法（概念和技術上均欠妥適性）；五、引入更多生活實例為說明。此修訂版之「樣貌」與初版已大有不同，也為 61 年新的國中數學課程標準教材奠定了基礎。

二、以「有理數」單元內容為例分析

修訂版數學教科書第一冊第五章「有理數」單元共有四節，茲將各節名稱列於表 5。

表 5：57 年國中暫行課程標準數學教科書修訂版第一冊第五章「有理數」各節名稱和其篇幅

節次	名稱	篇幅(頁)
5-1	正負整數和正負分數的認識	3.5
5-2	有理數的絕對值和次序	4
5-3	有理數的加減法	5
5-4	有理數的乘除法	5.5
		共 18 頁

本研究整理

在修訂版「5-1 正負整數和正負分數的認識」一節中，將初版「6-1 正負整數和正負分數的認識」和「6-2 有理數的意義」二節內容做出了整併，內容大致上不變，惟基於簡化處理原則，修訂本刪除初版中原要求學生能詮釋「 $-3 = -3/1$ 」一類內容（見本研究圖 2）。在「5-2 有理數的絕對值和次序」一節中，篇幅一共四頁，內容幾乎同於初版。整體來說，修訂版在進入「5-3 有理數的加減法」之前，其內容與初版是相近的，惟內容稍有縮減，也不再處處勉強使用集合語言。

然修訂版在進入「5-3 有理數的加減法」一節後，講述「有理數的四則運算」的方法則大幅轉變。初版本採「以正數系四則運算為出發點，僅有唯一的一種方式擴張到有理數系，使得有理數系構成一數體」為說明，但修訂版中放棄此方法，而改以「生活實例」為切入。其「破題」時，以「石門水庫水位的變化」為引起動機，如圖 9。

由圖 9 知，修訂版以「生活實例（石門水庫水位的變化，以正數表示水位上升，以負數表示水位的下降）」（如圖 9 方框）來說明有理數的加減運算，題材較為貼近生活。此外，修訂版刪除了初版中對有理數四則運算「性質」的「詳細說明」，轉以透過「生活實例（水位變化）」，提出幾項「一般計算規則」為替代。茲將修訂版「5-3 有理數的加減法」所提出的三項「規則」整理如下（國立編譯館，1971：71-73）：

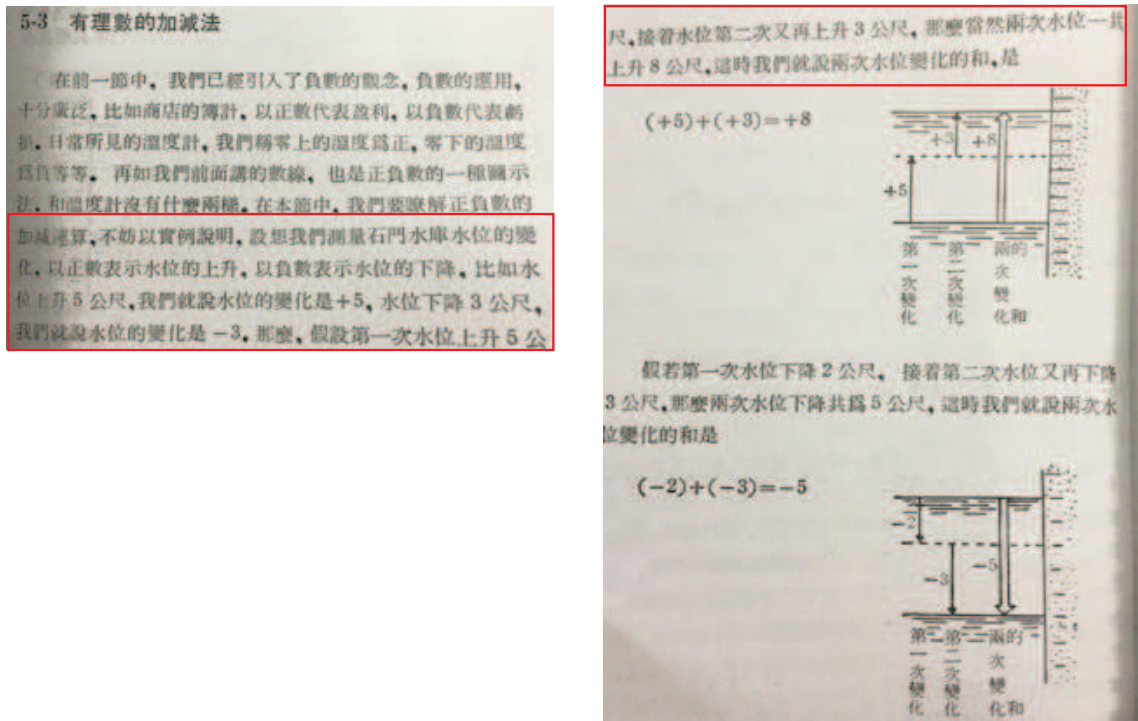


圖 9：60 年修訂版國中數學教科書第一冊「5-3 有理數的加減法」
資料來源：國立編譯館 (1971 初版：69-70)

1. 同號兩數相加，以兩數的絕對值相加，以原來的數的符號為符號。
2. 兩數異號相加，以兩數的絕對值相減，以絕對值較大的一數的符號為符號，若兩異號數絕對值相等，則其和為零。
3. 兩數相減，是將減數變號，再與被減數相加。換句話說， $a - b = a + (-b)$ 。

在上述「規則」中，其中第一、二項乃從「生活實例（水位變化）」來啟蒙、發展，誠如圖 9 右圖的水位圖形所示；至於第三項，則試圖以「加法的意義」及「減法的意義」來解釋⁹。整體來說，在修訂版「5-3 有理數的加減法」五頁篇幅中，多以「生活實例」來鋪陳概念並歸結有「一般計算規則」，取消了初版中以字母和符號為主要運用來說明有理數的加減法性質的意圖，篇幅也少了一半。

至於「5-4 有理數的乘除法」也同一處理方式。在「5-4 有理數的乘除法」一節中，除了也提及幾項「一般計算規則」外，也有一「符號定則」表（如圖 10 方框），包括書中提及的「以 (-1) 乘一數，等於把此一數變號」、「正數的倒數仍為正數，負數的倒數仍為負數」等在內，此等

⁹書中以 $4 + 2 = 6$ 為例，提出從減法的意義知 $6 - 2 = 4$ ，故從 $(-5) + (+2) = -3$ 可得 $(-3) - (+2) = -5$ ，但另一方面由加法的計算知 $(-3) + (-2) = -5$ ，故 $(-3) - (+2) = (-3) + (-2)$ （國立編譯館，1971：頁 73）。

一類似於計算技巧或口訣之提示，也隱喻修訂版中不僅在於簡化初版內容，也反思了對基礎計算能力養成重要性的看待，注意到技術層面的精熟。

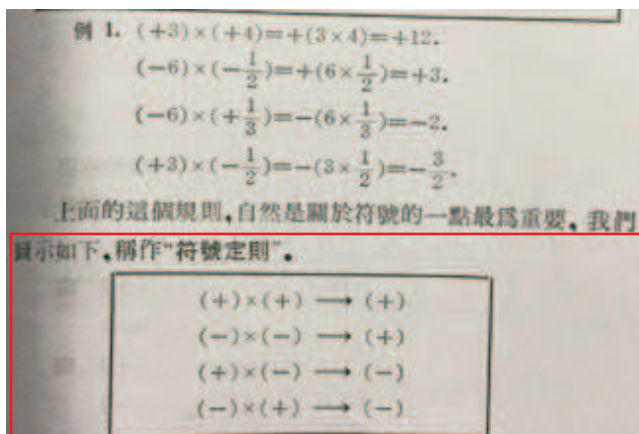


圖 10：60 年修訂版國中數學教科書第一冊「5-4 有理數的乘除法」

資料來源：國立編譯館（1971 初版：75）

在初版「6-6 有理數的重要性質」一節內容，修訂版中予以刪除，原提之「結合律」、「交換律」、「乘法對加法的分配律」等性質，修訂版改在 5-3 和 5-4 兩節中採融入式說明，惟「加法單位元素」、「乘法單位元素」、「加法反元素」、「乘法反元素」等名詞，以及為解方程式做準備而提出「假設 $rs = 0$, $r, s \in Q$, 就有 $r = 0$ 或 $s = 0$ 」性質等，均完全刪除，初版教材在「有理數」單元中「隱約地」帶出近代數學中的一些代數結構，如群、環、體等概念，在修訂版同單元中已削弱不少。綜觀修訂版「有理數」之各章節內容安排與鋪陳，已較初版減少許多「厚重」內容，不再處處用集合術語，並簡化名詞及符號使用。

伍、結論

依據 57 年國民中學數學暫行課程標準所編之初版和修訂版數學教科書，兩版出版時間相近，卻有著顯然不同樣貌：57 年初版教科書，主要為追隨美國 S.M.S.G. 新數學的腳步，從高觀點的「集合論」語言及嚴密的邏輯推理方式所發展出的一套數學教材；至於修訂版教科書，則醞釀於對「直接移植」國外新數學課程後的反思性行動，意圖弱化「集合論」語言、減少大量名詞（如：半線、射線、線段、內部、外部等）使用，及刪除無必要枝節（如：全等與集合的相等應加以區分、線段和線段的度量應加以區分等），放棄某些於國中階段無須特別強調之嚴密性，以期更符合學習者的心理和興趣。從本文所提出的 57 年國中暫行課程標準數學教科書修訂版單元內容「有理數」與初版同單元內容的對應與分析可知，從邏輯來看，集合論雖為精微謹嚴數學

教法的基礎，但在理解和學習初等數學的作用上是否真有此需求（即透過集合論來學習有理數）值得商榷。不過，就「有理數」單元內容而言，從初版到修訂版的調整軌跡觀之，恐也間接證實了集合論用於初等數學方面僅徒具形式、未有實質意涵，難能久續。

事實上，有理數具備「體」(field) 的性質，任何兩個有理數的和、積、差、商亦是有理數，但試想：有理數的四則運算對中學生來說，是重要的、具體且必須熟練的，也可練習到熟練的基本運算，若過於強調以抽象方式來教導，對學習恐增困擾。易言之，將集合論「置入」於有理數單元的想法，不僅可能使原本易於直接理解的觀念變得累贅、負擔又令人生惑，此教材相應下的數學教學也可能同樣顯得彘手、矯作，可想而知，學生在此學習歷程中恐也感受不安與氣餒，或如 Morris Kline (1973) 所指 只能欣賞瑣屑的演繹細節，以及故意炫耀無關重要而枯燥乏味的區別，用誇大堂皇的術語和符號使無足輕重的瑣事顯得重大 令人憂心是，教導青少年超過他們心智成熟程度的高度抽象概念，恐也將造成其迷惑、激動而非增進智識。

再者，57 年初版教科書意圖以集合論的符號及嚴密邏輯推理方式為捷徑策略來發展數學概念，也同步限制和困擾了主政者、教科書編寫（修）者，以及教育工作者等，終難為一套適合較長期使用的中學數學教材。不過，根據初版後首次修訂教科書「有理數」單元內容可知，已有適當情境和啟蒙例為運用、編修，在此原則下所編寫的教科書，似乎較被學生所接受（例如，此版本「有理數」單元以「水位變化」來說明正負數的四則運算等例，後也為九年一貫課程時期某版本數學教科書沿用），隨之而後的幾次修訂，集合論也慢慢淡出國中數學教科書（陳玟樺，2017），集合論並未被證明是數學教法的萬靈丹。

數學和數學教材（教科書），乃是眾人智慧結晶，也受其時代背景、社會環境等因素影響而各有樣貌、風情。簡言之，民國 57 年暫行課程標準下所編製之初版國中數學教科用書，在流通後不到三年進行了修訂，究其原因，除了或為與 60 年新頒訂高中課程標準做一配合、以達連貫因素外，思考以各學習階段、各數學單元是否「均」且「須」貫穿以集合論、符合一定嚴謹和公理化的要求，也讓主政者、教科書編寫（修）者，以及教育工作者等，有一重新反芻和調整的機會。回觀已邁入十二國民基本教育階段的今日，政府開放教科書於民間編寫亦行之有年，數學教科書內容和其說明方式顯然更趨多元，根據研究者近年對數學教科書的閱讀、研究，以及相關編寫經驗知悉，這些「多元」包括有：數學史的融入、素養導向的方式編寫、啟蒙例的再優化，以及以無字證明 (Proofs Without Words) 圖示來幫助學生學習等，這些於本文所設定探究的 50 年代至 60 年代初期數學課程中，都是較無特別強調的特色，多少也凸顯數學課程在不同時代背景下必然存在的迥異樣態。

綜言之，本文主要以我國 57 年國中數學暫行課程標準編修教科書為分析文本，期對此時數學課程改革的背景脈絡和教科書內容展演情形有一初步理解，事實上，可再深入探討面向仍多，本研究限於篇幅與能力所致，所考慮面向恐難面面俱到，此也有待數學教育工作者共同探究與

經營，同為國內較為懸缺的數學課程史研究作出補充。最後，本文的另一反思是：凡課程多在改善中前進，然在慎思變革的同時，仍應力守與把握有適當適切的階段教育課程的目的和目標、考量學生學習特徵，以及規劃有務實的配套措施等，以避免新的變革行動又生成更多新的待決難題，一如新數學提供了抽象、嚴謹的數學教科書，卻也相對隱藏了肥沃富饒的數學精義，以形式主義侵略了數學既有的活力，形塑了教學方法上的權威獨斷，殊為可惜。然而，是否有相關標準能夠評斷課程改革是為成功？根據本文可確定是並非在於一名國中生成以艱澀難懂的術語或符號來談論數學相關意涵更珍貴的或是，一位自稱熱愛數學並領會數學意義、誠實面對數學學習困頓，卻也能在試誤中不斷前進的學習者，但於此，凡主政者、教科書編寫（修）者，以及數學教育工作者等，也應能先針對究竟要教給學生什麼、為何而教，以及如何教等有所慎重判斷與考慮，以期能相得益彰。

參考文獻

1. 余文卿。漫談高中數學新課程。數學傳播, 23(1), 52-56, 1999。
2. 呂溪木。民國75年之前我國數學課程演變。論文發表於「吳大猷先生百歲冥誕科學教育學術研討會——我國近五十年之科學教育發展」研討會，臺灣師範大學科學教育所，臺北市，2007。
3. 林碧珍。台灣數學教育研究的回顧與反思。教育研究月刊, 190, 129-143, 2010。
4. 柯啟瑤。科學概念的學習(上)。台北市：幼獅文化，1977。
5. 中學課程標準，1962。
6. 國民中學暫行課程標準，1968。
7. 國立編譯館（主編）。國民中學數學（初版，一至六冊）。臺北市：編者，1968-1971。
8. 國立編譯館（主編）。國民中學數學（修訂版，一至六冊）。臺北市：編者，1971-1972。
9. 教育部。高級中學生物、化學、物理教材編輯大綱高級中學數學教材大綱。臺北：作者，1964。
10. 陳冒海。我國國民中學數學課程之發展。教育資料集刊, 14, 157-194。國立教育資料館，1989。
11. 陳華、吳孟青。徐道寧教授專訪。載於陳國璋（主編），清華大學數學系五十週年紀念文集（頁1-24）。新竹市：國立清華大學數學系，2014。
12. 陳玟樺。民國五十至八十年代（1961-2000年）數學課程改革之探究。教育部高中數學學科中心電子報, 119, 1-21, 2017。
13. 劉太平、張海潮。有朋自遠方來—專訪項武義教授。數學傳播, 32(4), 3-15, 2008。
14. Morris Kline, *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math*, New York: St. Martin's Press, 1973.

—本文作者投稿時為臺灣師範大學課程與教學所博士生—