

介紹臺大現行的微積分先修課程

張海潮·陳宏

臺大從 2015 年 6 月開始推廣「基礎學科先修課程」，由於微積分是臺大近 36 個系的必修，所以數學系全力配合校方開設先修課程「微積分預覽」。此課程為 2 學分，主要目的是提供「準臺大生」深入自主學習之機會，養成主動積極自我探索的態度與學習習慣，成功過渡到自主性高的大學教育。特別是，課程結束時學生需完成一個小專題，在最後一週舉辦一場成果展，讓學生製作海報發表成果內容。數學系能成功順利推動此課程，背後的設計者是張海潮及陳宏教授，因此特別利用這個機會請兩位教授介紹設計此課程的精神及其運作方式。

緣起

由於升學制度的轉變，導致有一部分的同學在四、五月時就能確定進入大專院校就讀，爲了不讓學生中止學習，所以臺大提供這些學生一個學習環境。數學系考量兩個原因，決定開設一門非傳統式的數學教學來帶領學生進入微積分。第一個原因是學生在高中時期就有相當大的動力，特別是有心要進入臺大的這一批同學，我們覺得他們應該要得到適度的啟發，加上學生也有一點空閒的時間，所以在這個狀況下，用一個比較密集的方式來進行課程，將學生的視野提升，這樣學生在學習正式的微積分時就會有一個高度。第二個原因是，希望在這樣的課程中讓他看到微積分的應用，因此設計一些實際的例子來引發他的學習動機，這是開立「微積分預覽」的背景。

選擇教材

確定好課程方向後，我們面臨的一個問題就是，有沒有一個教材是學生自己可以念的，有！就是過去高三同學都可以念的教材，國立編譯館出版的「理科數學上」，可以當作是學生進入英文教科書前的參考。¹

設計 2 學分非正式微積分課程的緣由

考量到學生正要進入與高中全然不同的學習環境，要他在數週內學習 4 學分的正式課程很難有成效，另一方面，我們也很難用一個先修的 2 學分教材去替代他大一進來以後的一個 4 學

¹ 高級中學理科數學上冊，國立編譯館，75 年 8 月初版，76 年 8 月再版。

分教材的一半，除非我們設計一種課程，可以讓學生在大一上一開始就有一個第三學分和第四學分的課程，這樣就可以將先修的2學分變成一個正式課程前面的2學分。但當時我們並沒有這個機制，因此我們想到的一個辦法就是我們設計一個另類的課程。這個另類課程，在精神上來講就是以處理問題為主，而在處理問題前，將所需要的微積分原理以及工具，用非常快速的辦法交代清楚，將學生提升到可以做小組專題，最後辦個成果公開展讓學生有展示自己的機會，後來發現學生普遍都很有興趣完成這件事情，也讓學生有很大的成就感。

P.S. 從 107 學年度開始，臺大數學系已經規畫將 4 學分的課程變成以兩個 2 學分的模式呈現。

「微積分預覽」課程規劃

2 學分 36 小時的課程，我們規劃成一個禮拜上兩次，一次 3 小時，這樣六週 (12次) 就能完成。學生人數約 80 人，學校支援 4 位助教來協助教師，助教在這堂課扮演的角色非常重要，除了跟課和協助每小時約兩次的隨堂演習之外，每周需要額外提供數個時段回答學生的作業及問題，此外學生做專題的小組討論是老師給予建議，而由助教來帶領。同時，我們也會隨堂拍攝教學錄影帶，並編輯講義。整體來說，我們規劃了 12 個下午，前面 4 個下午就是在處理前面所提到的微積分原理及工具，將學生程度拉到一個水平，接下來有 3 個下午來處理一些基本的常微分方程問題，因為我們希望學生從常微分方程裡面看到怎麼利用微積分，再來花 2 個下午處理一些更複雜的問題，這樣就已經花了 9 個下午的時間。剩下 3 個下午，我們在這之前就已經將同學分好組別，大概 4~5 人一組。分好組後，我們建議他們在一些適當的問題裡面選取他們比較喜歡的類型去了解，然後在第 10 和 11 個下午由學生小組上台向他的同儕、老師們和助教們介紹這個專題，學生需要自行補充這個專題所需要的微積分知識。然後在最後一個下午，我們在天文數學館的一樓大廳辦一個成果發表會，在這個發表會上，每一個小組要把他們所處理過的專題做一個相當完整的呈現，並且這個小組的成員要站在他們發表的海報前面，向各方人士及來參觀的來賓做解說。

為什麼最後用海報來結束課程

在整個海報的設計上面，第一個是要讓同學做一個能夠跟別人分享知識的過程。當然在做海報的時候，必須清楚每個部分，要去設想會問你什麼問題，在這個過程之中，每一位同學會很自然地重新檢視他所學過的部分。但是他們或許不是很有經驗，在不是很有經驗的時候，助教的參與和協助就是非常重要的一個部分。然後第二件事情，他們必須要能在公眾前發表，因為在我們正常的教學管道裡面，能夠提供他們這樣的機會其實是比較少，所以我們就提出用海報呈現來做整個課程的總結。至於傳統的微積分教學較注重的紙筆測驗就留待正式課程。我們可以想像到，學生為了做出一份精美的海報，他們需要對電腦、文字處理或方程式編輯都有一個適度的學習。再者，學會怎麼跟同儕一起來做這件事情，產生一個群體的互相幫助，這些都能幫助學生

理解如何分工，對他們之後的學習也很有助益。所以在這個狀況之下，學生對於投入做海報這件事情然後分享他的知識，事實上是非常的熱情，也會設計各種的道具來幫助他們這件事情的進行，對做老師的人來講，其實對學生還滿敬佩的，因為他們爲了要把他們的觀念讓別人能夠理解的更清楚，他們做了非常多的努力。

助教心得及學生學習狀態

從性質來看，本課程的定位偏向通識課程，想透過學習一些微積分的基礎知識，習得深入處理生活應用問題的工具。學會一些數學的計算技巧後，再引入大量的應用問題來讓同學去欣賞微積分是如何在日常生活體現出它的價值所在。課程最後，也希望同學能透過前幾周的所學，自行與組員找出一些生活中的微積分問題，做成海報展覽出來。爲期六周的課程中，老師們從基礎的微積分觀念講起，然後引入了微分方程的解題技巧，並透過許多不同領域的應用問題去激發同學們的學習動機，其應用的領域涵括電學、流體力學、經濟學、社會學等等。一方面是爲了因應修課同學都是來自不同的專業，再者也是爲了增加課程的多樣性與靈活性。

短期且密集的課程，卻需要同學具備如此龐大且艱深的數學觀念。老實說，身爲助教，我們都認爲多半的同學是吃不消的。但時間就是如此的緊湊，因此助教的工作就相當重要了。我們助教必須清楚知道老師目前的教學進度爲何，要掌握學生在某些特定觀念上是否可能出現一些迷思，並在適當的時機爲同學破除迷思。而且，老師無法一次顧及所有同學是否有跟上課程，所以助教得去協助老師關心同學的學習近況，若有必要得要跟老師反應。並且，助教們要加開助教時間給有需要且有意願學習的同學來問問題，讓同學在本課程上能達到任課老師的期許。

令人印象深刻的是，有位來自日本的學生修習此門課程。他相當上進也很有禮貌，有他在的助教時間，聽到最多次的詞就是「謝謝」。但因爲日本在高中數學教育的內容與台灣的稍有差異，所以他無論是在名詞定義上或是在符號操作上都比較需要助教費心的指導。令人欣慰的是，那位同學每次的助教時間都會來問問題，並且會在助教時間結束後，留在教室內自己做老師出的課後練習題，以及整理當天助教時間聽到的重點，讓我們完全感受到他的上進心和不放棄的毅力。其實後來能感覺得出，那位同學在微積分的計算能力上有著實的提升，並且在課程最後與小組組員做出的海報也相當有創意和深度。

本次的課程對我們助教而言，是個相當難能可貴的經驗。很多事情老師都給我們助教相當大的自由度，讓我們自由去帶領小組的同學，活動設計上也都很放心的交給我們助教來規劃，所以這對我們而言也是個很不容易的挑戰。很開心這次能認識這麼多同學，也很珍惜這次能與許多老師和助教一起合作。本門課程有一個好的結業，都是仰賴許多人的幫忙！感謝曾對本門課程有伸出援手的所有人，也謝謝老師與系辦人員願意給我們這個機會磨練自己帶學生的能力！