

編者的話

丘成桐教授日前出版自傳，並於近日演講摘要其中精華。本刊很榮幸能刊登丘教授的講稿。他概述自己的成長背景、求學歷程，回顧證明 Calabi 猜想的曲折過程，解說日後 Calabi-Yau 流形在弦論的重要性。事實上，他提出 Calabi 猜想之後耗時八年，物理學家才終於找到 Calabi-Yau 流形與弦論的關聯，Calabi-Yau 流形隨即躋身弦論核心。其後的鏡對稱 (mirror symmetry) 理論，促發重大物理、數學成果，至今仍蓬勃發展。

丘教授長年在美國及兩岸三地奔波，深切體會東西文化的差異。講稿中不時流露他對故土的眷戀。但如他所言，他對數學的感情尤為深刻。在講稿結尾，他寫下他對數學的感受、對後輩的期許。

本期專訪幾何測度論領域的核心人物 Leon Simon 教授。幾何測度論源自求解高維 Plateau 問題：在具給定之 $(k - 1)$ 維邊界 C 的所有 k 維曲面 S 中，尋找 k 維面積最小者。1930 年代，J. Douglas 和 T. Rado 在 R^3 中解決 C 為簡單曲線的古典 Plateau 問題。Douglas 和 Courant 擴展此結果，允許邊界 C 為有限數量的曲線並限制 S 的 Euler 特徵值。他們的方法本質上為二維，且需事先給定曲面的拓樸類型。1950 年代後期，明顯需要全新的思維和方法來研究 Plateau 問題的高維版本。幾何測度論提供了一個框架，可在 R^n 中的廣義 k 維 ($k < n$) 曲面上進行測量和積分，而廣義曲面的概念涵蓋了具低維奇異點的定向 k 維流形。再者，對高維 Plateau 問題，為證明極小曲面的存在性，需在適當的拓樸中使用緊緻定理。Federer 及 Fleming 的 integral current 滿足所有這些需求。

1960 年代，學者發展出強有力的方法，建立了 Plateau 問題解的部分正則性 (partial regularity)，並將其推廣到其它變分問題，但解的奇異點集合所具結構則仍屬未知。1983 年之後的一系列論文中，Leon Simon 教授開發新方法來分析這種結構；他推廣 Lojasiewicz 梯度不等式至無限維空間，對能量泛函之梯度流非線性演化方程，證明解的大域存在性及收斂性。於今該方法已被應用到其它諸多重大問題。訪談中他陳述了當年研發該方法的艱辛歷程。

在辛拓樸，正則變換 (canonical transform) 通常會改變度量，但總保持體積不變。邱聖夫先生「範疇化」這些體積恆定的形體，從而獲知形體特徵的不變量。他也對「範疇化」的概念做了精采的介紹。

如何測量隨機物件上的距離及面積？藉由菌落成長及盲人探險家路徑的等價性，數學家統合了兩個模型。「隨機性的統一理論」一文解說箇中奧妙。

17 世紀時笛卡兒及費馬開創解析幾何，堪稱函數概念的先河。林琦焜教授引領讀者一覽函數發展的歷史，本刊分兩期登載。

數學傳播電子版網址：

<http://web.math.sinica.edu.tw/mathmedia/>

梁惠禎

2019 年 9 月