

Atiyah 爵士訪談錄

訪談者：Oscar García-Prada*

翻譯：編輯室

原文初登載於歐洲數學學會 (EMS) 2016 年十二月號 Newsletter No. 102, EMS 及訪談者 Oscar García-Prada 同意本刊翻譯轉載。

Michael Atiyah (1929~2019) 及其合作者近幾十年來改變了數學的風貌; 舉其具代表性的基礎工作, 有 index 定理 (與 Isadore Singer 合作) 及 Yang-Mills 方程的幾何, 兩者在理論物理中皆有重要的應用。他的貢獻絕妙地闡釋了數學的統一性, 展現了幾何與物理交流互動的重要性。論及科學界在這些課題的工作, 他是箇中關鍵人物, 影響弘遠。他曾獲頒 1966 年的費爾茲獎, 1988 年的 Copley 獎及 2004 年的 Abel 獎。他也是歐洲數學學會的創始人之一。

2014 年 7 月 10 日, 在法國 Brest 市, 訪談者與 Michael Atiyah 爵士一起參加了由 Henri Lebesgue 中心策畫的的實向量叢 (real vector bundle) 會議。這個主題源自 Michael Atiyah 爵士 50 多年前的一篇開創性論文。



Michael Atiyah 教授

*Oscar García-Prada 是西班牙 the Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT) 的 CSIC 研究教授。他於 1991 年獲牛津大學數學博士學位, 曾在巴黎高等科學研究院、加州大學伯克萊分校和巴黎南大學擔任博士後, 之後任職於馬德里的 Autónoma 大學和巴黎的 École Polytechnique。2002 年, 他加入西班牙國家研究委員會 (CSIC)。他的研究興趣主要是微分幾何、代數幾何與理論物理的微分方程之間的互動, 尤其是模空間和幾何結構的研究。他與報紙 EL PAIS, 西班牙電台外景和西班牙電視台 RTVE 合作, 定期參與數學推廣活動, 普及數學與物理、音樂的互動。

Oscar: Michael, 你的工作已成為二十、二十一世紀數學的基本章節, 所以很想和你談談你在數學生涯中遇過的人。

Atiyah: 是的, 當然。我喜歡談論人。

Oscar: 是的, 你對這些人的回憶和回憶。我想從你的導師談起; 當你在大學, 甚或在學校——我的意思是你的導師, 但特別是你的指導教授 Todd 和 Hodge。你能談談他們嗎?

Atiyah: 好的, 我在開羅上過學, 那是一所英語學校。我也上過亞歷山大的學校, 那裡有我的老師; 我有一個很好的數學老師 (但有點古板, 不太世故)。我的意思是, 我受了良好的教育, 但數學方面乏善可陳。我一直是班上最年幼的, 實際上小同學兩歲, 是班上的小男孩。如果你在學校比其他小兩歲, 結果將是, 我幫助年長的男孩做作業, 而後他們保護我, 當作回報。所以, 我有強而有力的朋友; 他們很高大, 但不是那麼聰明; 我幫他們做功課, 而回報是我有了保鏢 (笑); 如果你較年幼, 這是很重要的。在學校, 如果你較小, 每個人都年長些, 你就會被霸凌。所以那是非常好的。

我在埃及的最後一年, 是在亞歷山大上學, 當時有一位老派的數學老師。他很好。事實上, 他曾受化學方面的訓練, 沒受過數學教育, 但他是一位優秀的老師, 非常嚴厲且紀律嚴明。另有一位受過法國教育、風格大不相同的老師; 我對他有模糊的記憶。我想他是希臘人 (名叫 Mouzouris)。我記得他給了我一些他在法國學過的當代分析書籍。那是我第一次經歷這樣的事情, 但對我沒有太大的影響。

之後, 我去英國曼徹斯特上學。在那裡, 我上了一所非常好的學校。我父親去探詢上大學的門路, 打聽最好的數學學校, 每個人都說最好的是曼徹斯特 Grammar School。那是一所為學術精英設置的學校。我們有一位非常敬業的數學老師, 1910年在牛津, 老派但是很能啟發學生。我很用功, 準備參加嚴格的劍橋入學考試, 那是非常激烈的競爭。比起人生的其他任何階段, 我當時最用功。

Oscar: 那時你幾歲?

Atiyah: 16/17歲。我們都受到良好的栽培, 也都獲得劍橋的獎學金。我以非常好的背景上劍橋。當然, 剛上大學時, 我並不知道自己相較於其他人有多好, 因為每個人都是他們的學校裡最優秀的。第一年結束時, 我成績頂尖; 從這個角度, 我意識到自己很不錯。我有很多朋友是非常好的數學家, 其中的許多人後來相當著名, 不僅在數學方面, 也在其他領域。這是一個很好的環境。我進入三一學院, 該學院因牛頓、Ramanujan、Hardy、Littlewood 等人而聞名於世, 因此學院有很強的數學傳統。50年後我回到學院成為院長 (笑)。

我在那裡接受很好的教育。講座相當平凡, 有一兩位非常好的講師, 但沒什麼特色, 還有一兩位很差的講師。但有一兩位非常好的講師; 我上了他們的課, 加速學習。我去聽

很多課程，進步很快，大二時發表了第一篇論文。我上過 Todd 的一些課；古典幾何中有一個很好的問題，我對這問題做出一點貢獻，他鼓勵我發表它。你知道，只有兩頁紙，但我當時是一個大二學生，發表那篇論文讓我無比自豪！這是一個好的開始。之後，我成為研究生，必須選擇指導教授。我大學時被 Todd 教過，他是一名優秀的數學家，但非常害羞。我去見他時，他不會主動開口；他會討論問題，但不講別的。我要問一大堆額外的問題，談話才能繼續進行。

我決定不和他一起做研究，轉而跟 Hodge 共事。Hodge 因其研究而更為出名，享有國際聲譽。我被他打動。我認為他可能有（也的確有）更廣的視野。他與 Todd 完全不同，非常合群、外向、友善。如果你遇到他，不會當他是數學家；他像雜貨店老闆。事實上，我後來發現，他的老家經營雜貨店！大商店 [笑]！他是家裡唯一進入數學圈的人，其他家人都在自家的店裡做生意。他非常和藹可親，對我有很大的影響，給了我很好的指導。這對我的研究生涯來說，是一個好的起點；我很幸運能夠在對的時間到那裡。我有好同學，而戰後數學界正在起變化，巴黎和普林斯頓持續出現新事物。我每週去圖書館看最新的 Comptes Rendus，讀 Serre、Cartan 的新文章。而 Hodge 在普林斯頓有熟人，我能聽聞諸事。因此我很快接觸到這些新轉變。這幫助我起步，轉赴普林斯頓。

Oscar: 你的博士論文處理了什麼數學問題？這個問題是 Hodge 建議的？

Atiyah: 我在論文中做了兩件完全不同的工作。其中之一，是我自己挑選的，與幾何學家所謂的直紋曲面 (ruled surface) 相關。這些曲面由直線集結而成，出現在古典幾何。我因某個觀點而對它們感興趣，將它們與向量叢 (vector bundle) 及層上同調 (sheaf cohomology) 方法聯繫起來。我用現代的方法著手做分類，但這些是早期的工作，日後它發展成成大工程。我在 1953~1954 年針對這個問題寫了第一篇論文，大半是自己寫的。第二年，Hodge 看出：如何用現代方法，解決他在代數幾何積分中感興趣的問題。他給我一些想法來起步，我發展它們，之後我們合寫一篇文章，該文章日後非常著名。所以，我在論文中做了兩件完全不同的事情。一件完全是我自己的工作，另一件是和我的指導教授一起做的。第二年結束時，論文已大致完成。

Oscar: Hodge 在數學上是何出身？

Atiyah: Hodge 是蘇格蘭人。蘇格蘭有很優秀的傳統。他畢業於愛丁堡大學（我現在實際所在），而後赴劍橋完成學位，因此他在數學和物理方面有很好的背景，而這與他的工作 (Hodge 理論) 有實際的關聯。在劍橋時，他隸屬一個非常強大的幾何學派 (老式的幾何學)，但他與學派的想法保持距離，用自己的方式鑄造自己的想法。他受 Lefschetz 影響極深；Lefschetz 用拓撲方法改革了代數幾何。起初他並未面見 Lefschetz，而是

遠距離受教：閱讀 Lefschetz 的書和著作，最後他終於見到 Lefschetz。所以，那完全出於 Hodge 自己的抉擇，Lefschetz 未曾想博名氣；Hodge 還年輕，逕自前去普林斯頓。有趣的是，他第一次見到 Lefschetz 時，Lefschetz 拒絕相信 Hodge 已經證明了任何東西。Lefschetz 一直爭辯說 Hodge 錯了，Hodge 花了很長時間才說服他。最後，Hodge 以更複雜的方式運用 Lefschetz 的想法。Lefschetz 個性非常強烈，但他終於被說服時，承認 Hodge 是對的，扭轉立場，成為強大的支持者。從強大的對手，轉為一個強大的支持者；Hodge 成為座上賓，而他是 Hodge 強而有力的後盾。起初當一切是垃圾，過了一陣子改口：「啊！了不起！」他的個性豐富而精彩。我第一次去普林斯頓時，見到了 Lefschetz，因為我是 Hodge 的學生。他很有攻擊性。當時他一面做別的事，一面讀我和 Hodge 合寫的文章，說道：「但是理論在哪裡呢？來吧，告訴我。」他有點攻擊性，試圖貶抑那篇重要的論文，說它毫無內容。無論如何，我認為這是風格上的問題。後來我們成了好朋友，但他的性格很強。

Oscar: 你在劍橋完成博士論文後，去了普林斯頓，那裡是否有你想談一下的人物？

Atiyah: 是的，我去了高級研究所。那裡有許多傑出的常任教授，但我晚了一步，沒能見到 Hermann Weyl、馮·諾依曼 (von Neumann) 及愛因斯坦，他們都在我到達前後辭世。除了常任教授之外，他們還有大量出色的年輕博士後。因為戰爭甫結束，累積了大量被戰爭影響學業的人；幾代人聚集在一起。因此我遇到了 Hirzebruch、Serre、Singer、Kodaira、Spencer、Bott 等人。我在普林斯頓待了一年半，是我遇到最多數學俊彥的一段時間。我學到了前所未聞的東西，譬如李群和拓樸。

Oscar: 他們都在普林斯頓？

Atiyah: 他們都在普林斯頓的學院，是的。Kodaira 及 Spencer 是備受尊敬的教授，其他人是博士後。我們在那裡相處一兩年，其中一些人在我之前已在普林斯頓。對年輕人來說，這是聚會的好地方。我們互益良多。我在法國的數學學院學和劍橋時都是自學，但在普林斯頓，我和其他人有聯繫，且受到他們影響。我與每個人都很要好。一年之間我學到了很多東西。好似到達成年期，突然間我成了一名專業的數學家。我們學到新的想法；它是世界上最重要的地方之一，每週都會有各式各樣的事情發生並且有新的進展：新理論、特徵類、上同調。我在理想的時間去了那裡，且做出了自己的貢獻。

我結識了 Hirzebruch。他回歐洲後，我持續和他聚首，也和 Bonn 的其他人會面，非常的好。我在理想時間點去普林斯頓，一段時期後回到歐洲。戰事也發生於歐洲。這場戰爭結束於 1945 年，而我在 1955 年去普林斯頓 (有足夠的時間讓事物安定下來)。我的許多同儕並沒有真的參與戰事，只是被徵召入伍。Singer 在美國海軍服役。Bott 已被訓練好，即將參戰。Hirzebruch 年輕時在德國入伍，被美軍俘虜而成為戰俘，但

僅歷時數月，17 歲時從戰俘營逃脫。我只經歷了戰爭的遺緒。被捲入戰爭的人年紀較長，在普林斯頓已久。我去普林斯頓時，已是戰後十年，人們已經復原，所以那是非常好的時間點。

Oscar: 兩年後你回到歐洲，對吧？

Atiyah: 是的，一年半後我回到歐洲，在劍橋找了份工作。我回到工作崗位，在劍橋待了數年，之後轉赴牛津。

Oscar: 能否談一下你在劍橋和牛津的學生？

Atiyah: 我在劍橋的學生不多，因為我離開劍橋時還很年輕；但是我有幾個學生，是從我的指導教授 Hodge 那裡接收的。他收了學生，但當時他非常忙碌，時間不夠用，研究生涯被戰爭糟蹋了。他在戰前還年輕時就已成名，戰爭期間不得不留在學校做很多行政工作。戰爭結束時，他有點脫了節，所以把他收的學生交給我。所以我的前兩名學生是移交來的，他們都不錯，和我一起完成了博士論文。這為我做好準備，因為我需要學會怎麼帶學生。一些學生自學，一些很獨立，但很多人需要大量的幫助，因為他們能力各不相同，有些很強，有些很弱；這並不很明顯，一段時間之後你才會了解。去牛津之前，這兩位學生跟著我。我在牛津待了很長一段時間，隨著時間的推移，我逐漸有了更多學生。年輕時，你疑惑為什麼他們要來和你一起做研究。你必須更年長、更知名，然後學生才會來。我有大量的學生，共約 50 名。計算學生數量是很困難的，因為學生狀況的定義不是很清楚，有些別人的學生實際上是你的學生。但是某段時期，我總共有 40 到 50 名學生，在其間的各個時間點，我都有五六位學生跟著我攻讀博士，每年兩個，這樣很好。之後，我去普林斯頓大學擔任研究員，在那裡有四名學生。

Oscar: 你的意思是你是在牛津的時候，又去了普林斯頓嗎？

Atiyah: 是的。1961 年我首次到牛津，1969 年赴普林斯頓。我在牛津待了八年，隨後在普林斯頓三年半，之後又回到牛津。普林斯頓有一個優勢：你可以邀請人來和你一起做研究，所以你能做一些選擇。有名學生跟我一起去，他原本在牛津，是來自羅馬尼亞的 George Luzstig，非常年輕，十分優秀。他是我在普林斯頓的學生。我也可以邀請人來當助理，因此我請 Nigel Hitchin 擔任我的助理。

Oscar: 他曾是你在牛津的學生，對吧？

Atiyah: 他曾是我的學生（或實質上的學生）。他已正式跟了其他教授，但他按我的建議作研究，且與我保持聯繫，所以也是我的學生。此前，Graeme Segal 是我學生，他曾當了一年 Hodge 的學生。

Oscar: Hodge 送他到牛津?

Atiyah: 嗯, 他把自己送到牛津 (笑)。他到牛津和我一起做研究。那時候, 我正在招募學生。在普林斯頓, 我有幾個學生, 回到牛津時, 我收了大量的學生, 我想是因為那時我已更為知名。我有很多學生來自劍橋、很多來自國外、其中幾個來自印度。啊! Patodi 是一個非常年輕的印度學生, 他來和我一起作研究, 成為我實質上的學生。稍後, 我有一些非常出色的學生, 譬如 Simon Donaldson 等。這嚇到了我; 曾有一段時期, 我覺得自己不會有很優秀的學生; 我自認研究做得不好, 也許應該停止收學生; 我不再足夠積極。隨後, 事情發生了變化, 突然之間有了六位優秀的學生, 而那是極為偶然的事件。當然, 你向學生學, 向很好的學生學。Donaldson 在那裡, 不久之後開始授課, 我去上他的課, 即便他才剛拿到博士學位。所以, 是的, 你學到了很多東西。有那麼多的學生, 你給他們一些論文去做, 鼓勵他們, 告訴他們往哪個方向走, 給他們不同程度的幫助: 有時他們自己做好所有的事情, 有時你為他們做些工作, 有時候進行合作。這是非常正面的經驗, 我喜歡帶學生。我去普林斯頓學院時, 沒有真正的學生, 那裡沒有正式的大學。牛津大學的學生, 有些是在地的, 有些自外地來拿博士 (有些是特別來跟我), 另外還有一些來自澳洲 (如 Graeme Segal)、美國、印度等國家。

Oscar: 你和一些學生合作, 譬如 Nigel Hitchin。

Atiyah: 是的, 通常在他們拿到博士學位後, 成為淺資歷的同事, 我才與他們合作。但是, 因為 Nigel Hitchin 和 Graeme Segal 已與我一起做過研究, 領域相同, 所以, 很自然地, 我繼續與他們聯名發表論文。通常, 我喜歡讓學生的研究領域互有些許差異: 有些做微分幾何, 有些做代數幾何, 有些做拓撲, 並不都在同一領域。我會與他們合作, 他們也會有自己的個性和數學品味; 他們會互不相同, 走在稍微不同的方向, 這是非常好的。你需要開拓自己: 更多分析, 一些幾何學, 還有一些拓撲學, 這樣你才可以和這些 20 歲的學生一起學習, 因為他們更為專精。Segal 鑽研同倫理論, Hitchin 精通微分幾何。這是一種學習方式。你剛起步時時, 學會一些東西, 但當你執教時, 沒有太多的時間回頭學, 所以必須以不同的方式學習, 而一種學習途徑是經由你的學生、與你的學生合作。

Oscar: 可否談談你在研究生涯中的主要合作者?

Atiyah: 好, 我的主要合作者 (年紀較長或和我同年紀的資深合作者) 中, Hirzebruch 大我兩歲, 看起來比我年長。我從軍兩年, 但他短暫入伍。他非常年輕就升等了; 我剛拿到博士學位時, 他已是教授。但我們的年齡相當接近, 合作了很長一段時間, 因為我經常去 Bonn, 在那裡開展工作, 很自然地我們一起寫論文。另外兩位和我一起做研究的是 Bott 和 Singer。他們分別在美國哈佛和麻省理工學院, 我經常到普林斯頓和他們

會面，有時我去麻省理工學院，有時他們來牛津。我們共度很多時光，一起寫論文。我們有共同的興趣和不同的強項。Hirzebruch 在很多方面與我非常接近，但我向他學到東西；他是特徵類和代數拓撲的專家。Bott 較我精通微分幾何及李群之類的事，而 Singer 有較多分析的背景，通曉泛函分析及 Hilbert 空間的理論。他們各有專精的領域，但這些領域互相重疊，所以我們有很多共同的興趣，這很好。我因而能寫很多論文。他們是專家；不僅是專家，而且他們認識真正的專家。Singer 有很多好朋友是微分方程方面的頂尖人物，而 Bott 認識很多拓撲方面的人，他也認識了很多與 Bonn 有聯結的人，他們都有非常廣泛的學術界人脈網，擴及朋友及學生。Smale 及 Quillen 是 Bott 的學生，這給了你很好的人脈。

我愛社交，很喜歡說話，你知道的（笑），我喜歡討論數學。我們去黑板交換想法，我喜歡這樣。這很能激發靈感。我們交談，隨後進行思考，然後再回去討論。所以，這是一個高度社交化的過程，你也因而結交了好朋友。在這個意義下，工作上的連結是極其親密的。他們是我的主要合作者。我也有年輕的合作者，譬如 Graeme Segal 及 Nigel Hitchin，之後還有更年輕的 Frances Kirwan。我和 Hitchin、Kirwan 合寫了不少論文。這些是相似的連結，只是剛好師生易位，因為我是老師，他們是學生。我們有共同的興趣，而他們的興趣再次與某位年長者的興趣方向一致。他們是懷有新想法的新世代，因此構成了非常好的人脈網。

Oscar: 你在物理界也有非常好的朋友，尤其是 Witten，對嗎？

Atiyah: 是的，那是後來的事。我還記得，1970年代初，我去美國時遇見 Witten。那時我們才意識到：物理學家正在做的事，和 Singer 與我正在做的事，有些重疊。於是，我去和麻省理工學院的四位物理學家會面，我們這些年長者和一位年輕人坐在椅子上交談；討論後，我意識到他是一個非常聰明的人。他對我想要解釋的數學有更多的了解——就是這樣。

當時 Ed Witten 是助研究員。之後，我邀請他到牛津數星期，得而深入了解他。打從他是哈佛大學的助研究員，我就認識他，而他總是令人欽佩。我從他身上學到了大量的東西，我讀過他寫的幾乎所有文章。他寫的文章數量令人難以置信。我認為，我的一項主要貢獻，是藉由 Witten 和他的合作者，把物理想法引入數學界。在早期，很多數學家對物理學家抱持懷疑；他們說物理與數學無關：「他們不證明定理」，「那是不可靠的行業。」所以，我因為和壞夥伴混在一起而壞了名聲，你知道（笑）！我認為，即使是身為數學家的 Witten 的也被視為可疑；但他們明白：他可以做到他們做不到的事情；他打開許多門戶，獲頒費爾茲獎。跟上他的發展是我的功課，最後我成了他的研究生（這是多年之後的事）。我在加州理工學院和他共處一學期，我似乎再次當研究生。我早上去看他，花一個小時討論每個問題，然後離開，思考 23 個小時。這段時間他做其它的

事。第二天我回去，和他繼續討論。我必須努力跟上他。

Oscar: 你們合寫了論文。

Atiyah: 是的，一篇100頁的論文，我寫了一部分。他決定合寫那篇論文，可能是因為它和我以前做過的研究有一些關係。但他對它有些想法。他推動它；他是那麼優秀；我們偶爾會在數學方面有爭執，通常是他對 [笑]，錯的是我，是的！這是很難得的經驗。這時我年紀已不小，但好像是個學生，真是令人興奮。目前在愛丁堡，與我合作的人很多是物理學家，數學物理學家，他們是新一代的物理學家。我做了越來越多和物理相關的數學。

Oscar: 回顧過去，你和 Roger Penrose 也有過很多交流。

Atiyah: 是的，Roger Penrose 是我的同學。他來自倫敦，和我同時進入博士班，曾同時是 Hodge 的學生。但他與 Hodge 相處不很融洽，他們的興趣不同，翌年他的指導教授換為 Todd。

Oscar: 與你做的事情正好相反。

Atiyah: 是的，我曾受教於 Todd。諷刺的是，Todd 研究更多代數和幾何。Penrose 拿到劍橋的學位後，去了其他地方，我們也失去聯繫。後來他對物理產生濃厚的興趣。我從普林斯頓回來後，他到牛津擔任數學物理學教授，於是我們再次相遇。我們設法重建聯繫。我們在代數幾何有共同的根源，他能夠向我解釋他在做什麼。過了一段時間，我意識到當代的 sheaf theory 觀念正是他所需要的。我介紹物理學方面的新想法給他的群組，並取得很好的成果。我和他的學生 Richard Ward 寫了一篇文章，進展順利。有意思的是，我要回牛津之前，在普林斯頓與弗里曼·戴森 (Freeman Dyson) 交談時，談到 Roger Penrose，他說：「哦！Roger Penrose 對黑洞做了一些非常好的研究，我一直很欽佩，但關於扭子 (twistor)，他做了一些非常有趣的研究。我不太了解，也許你去牛津時，會明白什麼是扭子。」他說得對，完全正確 (笑)。那是連接的環結。

Oscar: 它與你們在代數幾何的共同背景相關，對吧？

Atiyah: 當然，我們了解直線及 Grassmannians 的 Klein 表現。我們也很了解古典幾何，所以我們有極為優質的關係，相處融洽。他有很多學生；他和一群學生一起做研究，年輕時即結識霍金 (Hawking)，所以我和這群物理學家都有很好的聯繫 (也經由 Singer)，學到了很多東西。Singer 和 Bott 拿的學位都不是數學的。Bott 曾被培養為電機工程師，Singer 學的是物理，他們後來才改做數學。Singer 曾研究物理，斷定物理不夠嚴謹。Bott 被栽培成電機工程師，因 Hermann Weyl 之故而研究數學。是的，他們來自不同的背景，因為在那個時代，做數學不算真正的職業。你父親不認為你應該那樣做；你應該在職場中受訓，像是做工程，錢才會進帳 (笑)。數學家不被認為是可以找到

工作的職業。當然，現在已經起了一些變化，但是在那個時代，情況就是如此。

Singer 和 Bott 熟識陳省身，而陳省身和楊振寧是很好的朋友，因為陳省身在芝加哥教過他們。他們都是中國人，所以有個連結——楊振寧、李政道、Jim Simons 和陳省身、Singer。每當現代物理發生事件，這人脈讓我們得以即時窺其堂奧。但這是巧合。事情很有趣。普林斯頓有很大的數學學院和自然科學學院，原本合併在一起，後來拆散。普林斯頓最初延聘的都是大人物：Hermann Weyl、馮·諾依曼、Gödel；諸如 Pauli 之類的人物也在那裡。啊，但後來呢，數學變成了另一種數學，相當具 Bourbaki 風格、相當純粹的數學，偏離了物理。我到那裡時，它們已完全拆夥了，彼此不交談。戴森本來可以成爲一個連結點，因為他原本是數學家，後來成爲物理學家；但是物理學家和數學家那時已步上殊途，追求不同的東西。可以這樣說，數學家對物理並不十分有好感；他們認爲物理是一門雜亂的學科，不是很嚴謹，物理學家們對數學也有類似的看法。當代數學非常抽象，所以它們確實沒有聯繫。事情發生變化時，Witten 出現了，於是情況變得完全不同，有了更多互動，有一些合辦的研討會，但彼此仍然保持一定的距離。

Oscar: 回到 1950 年代，物理學家發展了 Yang-Mills 理論，在此同時，數學家發展了叢理論 (bundle theory)、陳氏類、connections 等；這些真的是意外事件嗎？是什麼連結了它們？

Atiyah: 這是個非常有趣的故事。我的意思是，關鍵詞本來應該是 Hermann Weyl。他是把規範理論 (gauge theory) 引入物理的學者。他寫了第一篇探討規範理論用途的論文。他是數學界的前輩，很早就在普林斯頓研究所。他於 1955 年辭世，那年我剛抵達那裡。Yang-Mills 的理論大半在那時發展起來。我遇到過 Mills，他在那裡訪問。有人會認爲，既然 Weyl 仍對物理感興趣，楊振寧和他應有對話。

Oscar: 他們曾同時在普林斯頓，但我相信他們未曾有機會討論。

Atiyah: 當時 Weyl 年事已高，他對物理的興趣已是 20 年前的事。當代物理學已朝不同的方向發展，和他的工作非常不同。新的粒子被發現，而他對那些事了解不多。但他是老前輩，如果他們和他談過話，他會告訴他們有關 connections 和李群的事情。那是年齡和時代造成的意外；我真的覺得很難理解，他和楊振寧竟沒有來往。機會錯過了。同時，順便提一下，和我同年代的 Ronald Shaw 在劍橋寫了篇論文，獨立地發現了這個理論，但是他的指導教授說文章「不值得出版」；可憐的傢伙，他從來沒有發表過它。但當時物理界對這個理論有一些反對意見，使得它不那麼受歡迎，以致被揚棄。幾年後，這個理論重新被審視；物理學家仍須使用它，它有正當的物理用途，於是它流行起來。但約十五年後，1970 年代，它又被席捲而走；這些年間，物理學家追求不同的東西：對稱、粒子表示法 (particle representation) 和分類，從事非常不同的研究，Yang-Mills

理論被拋諸腦後。當它再度復出江湖時，正值我和 Singer 參與其中且深感興趣，因為我們正在研究相關的數學。但 Hermann Weyl 知道一切，物理和數學，他走在物理學家前面。但物理學家從不強調幾何的面向。



Michael Atiyah 教授 (右) 與訪談者

Oscar: 但感覺上，有一個缺失的環節，使得它更加神秘：他們正在發展類似的東西，且他們花了很長時間才意識到這一點。

Atiyah: 故事是這樣的：Hermann Weyl 用規範理論把磁學與愛因斯坦的相對論統一起來。他寫這篇論文時，愛因斯坦指出：這在物理上毫無意義，因為 Weyl 研究的是實線叢 (real line bundle)，在其上尺度發生變化。規範理論與尺度有關；他的想法是：如果你在磁場中循一條路徑走，你將會改變事物的長度與尺度。愛因斯坦說：這是無稽之談；如果是這樣的話，氫原子將不會都有相同的質量，因為它們有不同的歷史。儘管如此，這篇論文還是出版了。這讓我覺得有趣。這篇文章會發表，是因為 Weyl 仍堅持自己是對的，而愛因斯坦的反對意見被放在附錄。Weyl 明白這些，但要等幾年後，量子力學出現，相位長度 (length of a phase) 被重新解釋，物理界的異議方才消失，理論於是成為準則、當代的準則。那時 Weyl 已撇開該議題，不再研究它了。但是他當然知道，這完全是他的理論，儘管 non-abelian 的版本在他過世後才開始發展。如果他在世久一些，他可能就是主要的缺失環節。

Oscar: 但有趣的是，在數學界，non-abelian 理論當時正在發展。

Atiyah: 是的，但這幾乎是不可避免的。重點是：叢理論是黎曼幾何的一個分支，涉及微分幾何、

平移，是黎曼與義大利幾何學家發展出的。它關乎切線叢 (tangent bundle)，關乎度量，但與叢的超結構無關；超結構實際上較易處理，涉及度量的情況比較困難。

愛因斯坦提出相對論時，引起微分幾何學家很大的興趣。它給了微分幾何很大的衝擊。平移是廣義相對論的一部分，所以這是非常自然的。新的做法是把向量叢放在空間之上。這非常好。而平移的概念對幾何學家來說十分熟悉；不久之後，陳省身和 Weyl 就把這個概念引入叢理論及特徵類 (characteristic class)。在數學裡這行之已久；始自黎曼和 Betti，微分幾何學家一直這麼做。愛因斯坦的相對論被併入微分幾何，Yang-Mills 則因叢理論而進入微分幾何。

這些都是數學的一部分。當時發生的事是，我和 Singer 正與 Dirac 方程建立連結，那是物理學家熟悉的一類微分方程，關乎自旋、旋轉等。這是一個以前未曾被認真研究的新的數學。誰知道呢？我認為數學始終在那裡。物理學家當時剛觸及它，後來對它非常感興趣。那時 Hermann Weyl 過世了。這是一個有趣的故事，但和生活中的大多數事情一樣，事實的發展並不符合你的預期，也不是你回顧時想收成的。你可以在當時有不同的做法。這有點意外，取決於時代的風尚、人物及他們的個性。這很有趣，是不可預測的。這不是自發的，而是碰巧如此。

Oscar: 歷經這些激盪人心的歲月，由於你的貢獻以及你的合作者、你的學派的貢獻，理論物理的全景產生了巨大的變化。舉例來說，目前模空間在物理學無處不在。

Atiyah: 是的，我們從那裡起步，當然是在代數幾何脈絡下發展，而我熟知這些東西。隨後物理學家對弦論產生濃厚的興趣，變得更加數學化，且承接了其他人所做的大量數學。我的學生致力於 Donaldson 理論；在 1970 年代之後，這種互動大為增加，並且產生巨大的影響（現在仍是如此）。物理和數學仍相互滋養。

Oscar: 我想請問：你目前對事物有何感受？是否覺得什麼令人興奮的事情正在發生？

Atiyah: 是的。隨著年齡的增長，你當然會與目前發生的事情有點脫節。我會間接聽到一些內情。我讀一些新的論文，知道 Chern-Simons 理論有一些發展。至於我感興趣的事，譬如：結理論 (knot theory)，我會試著多少跟上它的發展，雖然程度稍小。數學常變得更繁複；有更多抽象的東西，譬如導範疇 (derived categories)，是老一代的人不喜歡的東西；但數學與物理的互動仍然非常密切，目前已有一整代人同時研究數學和物理，很難區分他們是物理學家還是數學家；他們是混合體，這意味著他們有一些麻煩，因為物理學家不把他們看作物理學家，數學家不把他們看作數學家。所以，他們有時候很難找到工作。我的意思是，如果你無法歸類，誰會給你工作。但我認為這是非常健康的事情，並且有一些研究中心鼓勵混合的觀點，譬如弦論。所以，毫無疑問，這仍然是一個非常活躍的領域。這對物理學究竟意味著什麼？物理和數學有著密切的關係，但

存在著差異。物理學在尋找宇宙的獨特解，而數學在探索所有可能的宇宙或可能的理論。我們有很多想法，其中的一些無法在物理存活，因為物理學家喜歡新的想法；但數學家可以用這些想法研究一切種種，數學家與事物的聯繫與物理學家不同，你永遠不能用物理解。

我有我自己的想法。我跟上目前的發展，但試圖獨立些。我認為，試圖恪遵年輕人的做法，是沒有意義的。我喜歡有一些不落俗套的想法，或者可以說，較為創新的想法。我把玩有點不正統的新想法。我正在做的一些事，不同於其他物理學家目前所從事的。我的意思是，沒有人知道物理是否有最終理論，抑或我們是否接近最終理論，抑或事實上，在五年內，它們會形成完全不同的觀點，抑或這系列觀點會演變，而後將會有很徹底的變化。目前的一些想法將會被吸收，一些將會被揚棄，一些將會改變，但無論是好的物理還是壞的物理，數學都將從中受益。它有數學的內涵，數學家已學到了很多，譬如：鏡像對稱和弦論中的對偶性是來自物理的想法。我認為正如 Witten 所宣稱：弦論是二十一世紀數學的一個分支，在二十世紀意外被發現。現在它已自成一體，且還不太清楚它是什麼理論，但它持續帶來改變數學的新思想。我們正處在思想的漩渦中央，像被旋風環繞著。你不知道將會發生什麼。很難預測，你也不想預測，因為我總是說：如果你能預測，它就是無趣的。有趣的是新的發展，如果你能預知它們，它們就不會那麼令人興奮。你必須為驚喜做好準備。你必須尋找驚喜，而時不時地會有驚喜。

Oscar: 我很驚訝於你在這次會議展現的活力。你仍然在思考和生產。告訴我，現在你每天做些什麼？

Atiyah: 遺憾的是，我已老了，我的妻子也在變老。她有很多病痛，我必須花很多時間照顧她。這情況以各種形式出現在我們所有人身上。她佔據了我 75% 的時間。參加這樣的會議，對我而言是罕見事件。我難得有這個假期來此談論科學。在家的時候，我只差堪倖存。我有一位物理界的朋友，每週和我會面一兩次，討論我的想法。過去一兩年，我忙著寫 Hirzebruch 的傳記文章。我還參與撰寫倫敦數學學會和皇家學會的歷史（還沒有完成，但是花了我很多時間）。這顯然是優先事項：當我還健在的時候，我必須這樣做。

除此之外，我有些瘋狂的想法，而我試圖去探詢它們。我和年輕人交談，因為你需要年輕人來推動想法。而其中一些 ... 今年的會議有點意外，因為我很久以前鑽研過這些想法，但我並沒有意識到，有這麼多人在研究實向量叢。我來了，發現我可以跟上某一些，但不是全部。大部分成果源自我在 50 年前的一篇論文。這是很有趣的經歷。我現在有了這個經驗：我參加會議，在這樣的大講堂，坐在頂端，以方便進出。年輕人坐在底下，他們正忙著談論我和我在 50 年前的工作。我感覺自己好像活在天際，俯視著我的過去。我飄浮著，越來越靠近天堂。這是非常奇怪的經歷。那些年輕人從來不知道我

在那裡 (笑)。另外，回顧自己 50 年前的工作，是一個有趣的經歷，因為你已難以了解自己的論文。當你還年輕時，才思敏捷。如今我嘗試閱讀自己的論文，覺得它們很困難 (笑)。即使原則上我了解它們，但我已經忘記一些技術性問題，已無法完成它們了。這是很有趣的經歷，而我很欣慰地發現：自己幾年前完成的結果至今仍生機盎然。往往當事情向前推移，既成的結果會被遺忘，但我在 50 年前做的一些工作至今仍被使用、被重新發現或重新發展，並被推向新的方向。這極其讓人振奮。我不能說我跟上了所有的東西，但我可以看到，它試圖往很好的方向推進。

很高興來這裡參加這個特殊的活動，我的意思是，小規模的活動。我也去參加其他的會議，但我沒有太多的機會。當然，我去參加講座和研討會。我最近去義大利參與一個節日活動。義大利人喜歡節日活動，有音樂、詩歌和數學，是非常優質的、混合的文化。義大利人喜歡這樣的事情，在這方面做了很多。文藝復興的想法！我去羅馬、米蘭，最後去那不勒斯南方，沿路遇到有趣的人。我想是在羅馬，我遇到 Boris Spassky；他是西洋棋手。我們討論了下棋之類的事。然後我又遇到了曾獲諾貝爾經濟學獎的數學家 Nash。他在那裡接受採訪。我在普林斯頓時對他稍有認識，當時他有點瘋，但現在復原得非常好。但是，當然，他現在是比我更老的人了。[本訪談進行時 Nash 仍在世]

Oscar: 你們有機會交談嗎？

Atiyah: 有，他接受了採訪，談他的生平和取材自他的人生的電影，而我也在那裡。這很有趣，但當然，那是一個令人難過的個案，但至少他從多年的病情中恢復過來。你在這些場合遇到有趣的人。我住在另一家旅館時，遇到巴西作家保羅·科爾賀 (Paolo Coelho)。他非常有名。他碰巧和我出現在同一表演舞台。他不關心數學，是個大人物。你遇到有趣的人物組合：音樂家，詩人 ...

Oscar: 你最近寫了一篇關於數學與美的關係的文章，對嗎？

Atiyah: 有一位和我合作的朋友，是神經生理學家。他是黎巴嫩人，和我一樣。他是黎巴嫩裔，所以我們一起做黎巴嫩食物。這段時間，我們做過些討論。他對藝術很感興趣。寫了一本關於藝術和視覺的書，把畫家試圖藉藝術成就的事物，與大腦中發生的過程相比較。他掃描腦部。我們討論了一個關乎數學的問題。我問他：當人們想數學時，大腦裡發生了些什麼？我們記錄了討論內容。所以我們有一些早先的著作。最近的一篇文章關乎美。當數學家談論美時，他們知道自己的意涵，但是它和藝術和音樂的美相同嗎？它們是相同的生理現象嗎？基本上，他和他的團隊做的實驗顯示：是的，大腦裡有一個共同的部分會活化，不管你是在談論數學、藝術還是其他方面的美。當然，大腦的其他部分會根據情境而活化。所以，有共同的部分；抽象的美是建立在大腦的，無論是談論數學、繪畫或音樂，都是一種共通的體驗。所以，用「美」這個字是正確的。

Oscar: 那麼你有沒有體驗過數學和其他藝術之間的這種聯繫?

Atiyah: 我們都知道自己所意指的美是什麼。我們藉由音樂和藝術欣賞它。我們也知道如何在數學中感受它, 我認爲它們是一樣的, 但是你不知道這是否非常客觀。現在有一個證明、科學證明, 不是主觀的。美的概念在生理上是基於同樣的體驗。這篇論文寫好後旋即聞名於世。紐約時報、倫敦時報都有專文報導, 馬德里也有一篇專文。每個人都能理解它在說什麼。它瞬間馳名。我們原本很難出版它, 因爲這些並非保守人士所能輕易接受。對一般大眾來說, 這些當然非常有趣。

Oscar: 你認爲人們看到或證明一個優美的定理時, 會受到感動, 如同傾聽或演奏美妙的樂曲?

Atiyah: 是的, 一點沒錯。我的意思是, 顯然它們是不同的; 但如果你比較音樂和繪畫, 它們也是不一樣的; 它們之間有很大的區別, 但我認爲藝術欣賞有一個共同的面向。

Oscar: 但數學更難, 不是嗎?

Atiyah: 數學較困難, 是的, 但這是整個問題的關鍵。我們不確定美這個字是否被正確使用, 但作爲數學家, 我們知道自己所意指的美是什麼, 而且我認爲數學的美可媲美於音樂的美。它們不一樣, 但它們不相上下, 這是毫無疑問的。我們知道很美的定理是什麼 (笑)。這是一種主觀的感覺, 但這是真實的。Hermann Weyl 提到:「大半輩子, 我的目標是追尋真理及美, 但每當心意不定時, 我總是選擇美。」人們認爲這很荒謬, 但你爲什麼要爲真理擔心? 容我爲這句話辯解, 你想想: 真理是你永遠不能觸及的; 你在尋找真理的同時找到了其他的東西。你在任何情況下所擁有的, 都只近似於真理 — 部分事實。這甚至可能是個錯覺。但是, 美是一種主觀的當下體驗。我想說, 美是引導你走向真理的火炬。你看得到它。它發出光, 告知你方向。你遵循它的指引, 而經驗顯示, 美的事物導致對的結果。我認爲這是真理與美之間非常有趣的聯繫。我想 Hermann Weyl 會同意這一點。人們說那是玩笑話, 但我確信他是認真的。

Oscar: 談著談著就要吃晚飯了。

Atiyah: 是的 (笑)。

Oscar: 簡單的晚餐。我不想佔用更多的時間。謝謝。

Atiyah: 好的。好。非常感謝你。

Oscar: 我真的非常感謝你。我非常喜歡和你交談。

Atiyah: 是的, 我也喜歡談論這一切。

Oscar: 非常謝謝你, Michael.