

編 者 的 話

本期專訪 Graham 教授。他對 Ramsey 理論、計算幾何、準隨機性理論都有基礎性重大貢獻，數學修養豐富多元。他以無窮的好奇心，多方探索，觸類旁通，故而博學多聞，視野寬廣。訪談涵蓋寬廣的議題，他各有獨到的見解，含藏歲月淬煉出的深刻智慧。

訪談的核心議題是電腦與數學的互動。如同徑賽記錄，計算的極限不斷提升。於今電腦輔助證明蔚然成風，但那些證明是否可信賴？是否如黑箱作業？而到了 2099 年，電腦是否真能寫出幾乎所有數學證明？屆時數學家有何存在價值？我們或該思索：在人工智慧的自動化發展過程中，是否有可能迸現出意識、品味、洞察力？若然，其品味是否會與人類殊異？

丘成桐教授講述幾何學的發展：畢達哥拉斯開啟先河，歐幾理得、笛卡兒為牛頓奠基，高斯、黎曼引領出張量分析及愛因斯坦的廣義相對論，其後有規範場論、Yang-Mills 理論、弦論、Calabi-Yau 空間，而今幾何在圖論及電腦科學廣被應用。丘教授觀照全局，精準評析，並概述他與合作者近年來在電腦圖像方面的豐碩成果。

衡諸歷史，幾何與物理相輔相成，密不可分。而今，電腦科學與數學相互滋養，我們不免好奇：資料科學是否會激發出新的數學？人工智慧是否會幫我們解決懸宕至今的數學難題？

本期轉載甫辭世的 Atiyah 教授 2014 年的訪談錄。他善於敘事，言語引人入勝，訪談中大篇幅討論數學與物理的互動，細緻深刻。

Yang-Mills 理論於 1954 年提出。1963 年 Atiyah-Singer 指標定理被提出，可用以計算出自對偶 Yang-Mills 方程解的模空間維數。其後多年 Yang-Mills 理論進展停滯，直到 1977 年 Atiyah-Hitchin-Singer 探討瞬子 (instantons) 的形變，及 1978 年 Atiyah-Drinfeld-Hitchin-Manin 建構瞬子來探討 Yang-Mills 方程的解，才開啟數學家與物理學家之間的對話。藉 Witten 等物理學家之助，Atiyah-Singer 指標理論與量子場論、弦論建立起重要聯繫。其後，物理洞察力不時引導出重大數學定理，諸如：1982 年 Witten 連結了超對稱與無窮維 Morse 理論，1983 年 Donaldson 以 Yang-Mills 探討四維流形的拓樸。訪談錄回顧了這段歷史。

考慮映射 $f_c : z \mapsto z^2 + c$ ，其中變數 z 和參數 c 為複數。固定 c ，經 f_c 迭代而不會跑到複數平面上無限遠處的點 z ，形成 f_c 的填充 (filled) 朱利亞集，其邊界為朱利亞集 J_c 。而那些讓原點 0 經 f_c 迭代而不會跑到無限遠的參數 c ，則形成 Mandelbrot 集 \mathcal{M} 。參數 c 位於 \mathcal{M} 之上，若且唯若 f_c 的朱利亞集為連通。當參數 c 從 \mathcal{M} 的外部移動到 \mathcal{M} 之上時，不連通的朱利亞集 J_c 如何變為連通？陳怡全教授探討此問題，並陳述他的最新研究成果。

數學傳播電子版網址：

<http://web.math.sinica.edu.tw/mathmedia/>

梁惠禎
2019 年 6 月

數學傳播 170 第四十三卷 第十二期

目錄

有朋自遠方來——

專訪 Ronald Graham 教授.....	3
幾何對現代科學的影響	丘成桐 15
漫步科研 —— 康托朱利亞集之退化	陳怡全 24
Muirhead 不等式 (齊次對稱不等式)	
三元之輪換形分割 (上)	吳建生 27
Atiyah 爵士訪談錄	35
抽籤的公平性	周伯欣 49
Buffon 投針問題	黃 越 55
解常係數線性微分方程和遞推關係的新方法 ——	
秦九韶和亥維賽的遺產	林開亮 63
回響：托勒密定理的證明補充	連威翔 80
文學與數學的一場對話	張慈珊 · 李雪甄 84
兩個有趣的幾何不等式鏈	趙忠華 94
圓外切四邊形涉及旁切圓的一個性質	胡 頴 97