編者的話

本期訪談 Maria Chudnovsky 教授。她研究結構圖論,探討各種特殊性質所對應的圖形結構。2002年,她與合作者證明強完美圖猜想屬實,之後繼續探討完美圖的一般性結構,並設計演算法以測試圖形是否完美。近年來她也致力爲完美圖的著色提出具體方案。

組合學者與其他領域的數學家有不同的工作方式。在一般數學領域,學者從理論出發,之後或可找到問題來應用理論。組合學者反其道而行;他們從具體的問題起步,而後試圖找到解決問題的方法,有時或可因此而創建出理論。

Timothy Gowers 教授寫過一篇文章討論數學中的兩種文化: 有解決問題者, 有理論建設者。他的論點是: 我們需要兩者。如他所言, 組合學的組織原則不及核心數學的明確。組合學的重要想法出現的形式, 通常不是精確陳述的定理, 而更常是具有廣泛適用性的一般原則。

組合學的一大困擾,在於它難以融入現有的數學理論。組合學者普遍希望獲得主流數學的助力,好讓解題工具不局限於組合方法。儘管助力極少出現,但整體情勢正在改變。一方面,組合學者總盡可能地借用其他數學分支的工具。另一方面,現今電腦當道,組合學的重要性已無庸置疑;要讓程式有效運行,必須事先設計演算法,而其本質正是組合學。如今組合學的地位大幅提升,不時獲其他領域的數學家關注,重大結果的根基也往往是組合學的想法。Gowers 教授所謂的兩種文化,正在交相作用,可望改變全景。

周長相同的平面封閉曲線中, 圓圍出的面積最大。等周界不等式的諸多證明途徑, 提供審視此事實的各種觀點。林琦焜教授回顧等周界不等式的歷史緣起, 藉由變分法、傅氏級數、複分析等工具提出五種證明, 各自精采漂亮。

在二維,等周界問題成爲: 圍出相同體積的封閉曲面中,何者的面積最大? 由變分法得知解曲面的均曲率爲常數。那麼,什麼情況下它會是球? 什麼情況下它不會是球? 解是否唯一?「常均曲率曲面」一文討論了這些問題。

柱面試管內, 液體與空氣以毛細曲面爲界面, 以特定的接觸角與管壁相交。無重力時, 毛細曲面的均曲率爲常數; 有重力時, 其均曲率是曲面高度的仿射函數。視毛細曲面爲底面上函數 f 的圖形; 若管壁爲楔形, 函數 f 在尖角是否有界? 是否連續? 沿各方向趨近尖角時, 函數 f 會取得怎樣的極限? 它們如何取決於接觸角及尖角的大小? Kirk Lancaster 教授講述相關研究成果。

1872 年,Weierstrass 宣告處處連續但處處不可微的函數存在,日後這種函數被用來描述布朗運動。降低正則性來看,是否存在處處有極限但處處不連續的函數? 張海潮教授的文章討論這個問題。

本期封面改版,由王姵鈞小姐構思設計。

數學傳播電子版網址:

http://web.math.sinica.edu.tw/mathmedia/

梁惠禎 2019 年 3 月

数学傳播 169 第四十三卷 第 一 期

目録

有朋自遠方來——	
專訪 Maria Chudnovsky 教授 ······	3
不存在處處有極限,處處不連續的函數 ····· 張海潮	16
等周長不等式 · · · · · · · · · · · · · · · · · · 林琦焜	19
有稜邊的毛細曲面 ······· Kirk E. Lancaster	38
常均曲率曲面 · · · · · · · · · · · · · · · · · 梁惠禎	48
平面凸六邊形中央兩相鄰交叉對角線長度乘積 一般化方程式 李輝濱	55
「一道面積比公式的另證」的回響: 用三角形的 A.S.A. 面積公式 陳建燁	74
互質畢氏數三元樹 · · · · · · · · · · · · · · · · 賴昱維	80
對一道普特南數學競賽題的省思 鍾文體	89