

閒話數學和社會科學的相關性

戴久永

數學和自然科學諸如物理、化學以及工程科學的關係是眾所週知的事實。幾乎所有考甲組的人都知道他將來要研讀相當多的數學，因為數學概念正是這些領域的基本工具。然而數學在繪畫、經濟學、心理學、社會學以及音樂等各方面的相關性卻不為一般人所熟知。在社會科學與行為科學的領域內、人們爲了要求最適性 (optimality) 而在問題上強附加邏輯，使得數學在這些範疇內扮演了重要的角色。但是社會科學因涉及心理、行為、制度之類的問題，很多無法從事數學的分析，而必須採用其他的方法，這一點值得讀者們特別留意。關於數學和社會學、心理學以及繪畫和音樂等藝術方面的相關性，筆者在數學的成長與應用(1)一書中已有概略的介紹。在本文中，我們以經濟學爲例，說明數學與社會科學的密切關聯。我們就以下三大問題來談談：

- (1) 研究經濟學爲什麼需要用到數學？
- (2) 目前在經濟理論中所普遍使用的數學工具有那些？
- (3) 應用數學於經濟學(通稱爲數理經濟學 mathematical economics) 有什麼優點與缺失？並且順便說明數理經濟學和計量經濟學 (econometrics) 的區別。

大家都知道經濟學是研究經濟行為或經濟現象的科學，它討論人如何運用有限的經濟資源以滿足其各種經濟的目標。所以經濟學必定要牽涉到有關人們從事經濟活動的行為制度之類的問題。經濟學既然是研究人與財貨之間的關係，因此它具有數量的特性。經濟學中所討論的問題，諸如價格、生產量、工資、所得、利息、就業、經濟成長等等，都必須用數量表示。在早期的經濟學著作中，爲了分析這些現象，多採用數字爲例證。例如 D. Ricardo 在他所著經濟學與賦稅原理一書中，就曾採用數學來說明差別地租的產生與大小。然而經濟學並不以分析上述概念爲滿足，它更關切各種經濟現象或經濟變量中所存在的因果關聯的關係。這類因果關聯的關係非常複雜，並不是某一個單一的原因會引起某個單一的結果，而是互相影響，互爲因果。用數學術語來說，若干經濟現象或變量之間存有一種函數關係。一般而言，用文字來敘述這種函數關係，往往非常冗贅而且意義不明，但是假若改用數學符號來表達函數關係，則變得簡單明瞭，尤其對於採用一般均衡分析 (equilibrium analysis) 的方法以研究經濟現象更爲方便，因此人們逐漸在研究經濟問題時採用數學符號與公式，來協助用文字表達的意義與關係的不足。這種趨勢尤其是在十九世紀後葉以來更爲顯著。近代著名的經濟學家諸如法國的 L. Walras, 英國的 W. S. Jevons, F. Y. Edgeworth 和美國的 I. Fisher 等人在他們的著作中，都曾經大量採用數學符號和公式，來輔助文字敘述的不易。

事實上，數學除了具有簡潔清晰的優點外，並且提供經濟學家一套比文字推理更爲強有力的分析和推理的工具。在經濟學的發展史上，最初全是採用文字分析的形式，然而由於數量關係的陳述大量地增多，加以經濟理論的日趨複雜，文字分析窮於應付，鑑於數學方法應用於自然科學曾經獲得輝煌的成就，本世紀以來經濟學家也逐漸採用數學方法分析經濟現象和經濟變量之間的相互關係，並且獲得了一般性的結論。這種應用數學方法的方式，實際上已超越利用數學本身的符號性的範疇，並且進而利用到數學的推理能力。在應用數學符號性的狀況下，如果我們把數學符號剔除，改爲加強文字說明的方式，並不阻礙對經濟理論的瞭解，然而在應用到數學的推理能力的情況下，若干結論是由於數學推理而獲致的，這時如果把有關的數學剔除，就無從瞭解如何由前提和基本假設導致最終的結論。

因此使得經濟學家分成壁壘分明的兩大集團：數理經濟學家與非數理經濟學家。

數理經濟學與論述經濟學 (literary economics) 主要的差異在於前者的假設與結論均以數學符號表示而非文字，用數學式子表示而非文句，並且在推理過程中利用數學定律替代文字邏輯。

論述邏輯與數理邏輯本無重大不同，但是數學有一個好處就是迫使分析者於每一個推理的階段都把他所做的假設明確地表示出來，這是由於數學定理通常都以「若…則…」的形式表示，爲了要利用定理中「則」的部份，分析者必須首先確定「若」的部份的假設是否確已滿足，好在隨着時間的消逝，這種界限逐漸消退，愈來愈多的經濟學家和專攻經濟學的學生多多少少都學習一些數學知識並且試着欣賞應用數學於經濟學的優點，另一方面，偏向於數學的經濟學家也逐漸警覺到數學威力的限制，因此我們可以放心大膽地說，再過些年，應否應用數學於經濟學的問題將成爲僅只程度深淺的區別而已。

數學既然在經濟理論中作爲推理和分析的工具，究竟使用那些數學工具，端視經濟學家個人對數學的造詣、所研究的經濟問題的性質以及數學工具本身的特質而定。目前有一種趨勢，就是經濟理論中所使用的數學愈來愈高深，由此可知經濟理論與數學之間的關係日趨密切的事實。

早期經濟學的著作中，僅只應用到簡單的算術和代數，來解說例題，到了新古典學派時期，才逐漸採用幾何和微積分。幾何方法的好處在於其可作圖幫助理解，但是卻受到維度的限制，三度空間就不易作圖，而四度以上更有作圖技術上的困難。尤其新古典學派所重視的邊際分析法 (marginal analysis) 中，微積分是一有力的工具。到了本世紀由於線型分析法 (linear analysis) 逐漸受到重視，於是在經濟理論中逐漸運用線型代數，而隨經濟動態 (economic dynamics) 理論和經濟成長理論的發展，微分方程式和差分方程式的應用也日趨普遍。近十多年來，由於從邏輯觀點重視經濟理論結構的嚴密，也漸採用數學中的集合論和拓撲學，不過一般經濟學家多沒有這方面的訓練，因此用這種方法所獲得的經濟理論體系，還不太爲人所接受。

數學方法雖然是研究經濟理論一個良好而且有效的工具，但是卻不是唯一的工具。因此應用數學方法固然有其不可磨滅的貢獻，但是過於重視數學方法卻也有其流弊。大致說來，數學方法應用於經濟理論，可分成下述四大優點：

1. 「語言」較簡潔精確。
2. 有大量數學定理可供利用。
3. 迫使我们明確地列出假設，做爲應用數學定理的先決條件，使我們免於落在無意間採用不必要的潛在假設。應用數學的推理能力來處理經濟理論，常能獲得用文字推理無法獲致的結論，而且這種結論也往往不易用文字加以敘述，並可以處理一般多變數的情況。
4. 應用數學方法，再加上統計資料的分析，對文字推理所獲得的結論，常能進行實證性的檢定。

讀者請注意，倘若過度重視數學方法，也可能產生下列流弊：

1. 使經濟理論走上煩瑣的傾向而內容空洞。
2. 爲了數學上的便利，而採用並不適當的經濟學假設。過於重視分析的方法，而疏忽經濟原理的本身形成反實爲主的局面，使經濟學變爲數學遊戲。
3. 養成偏見或成見，僅重視用數學方法所獲得的理論，而輕視用其他方法所獲得的理論。
4. 受數學的限制，潛意識地把某些無法用數學方法分析的問題，排除而不予考慮，使經濟理論的範圍愈來愈狹窄，甚至與經濟現實脫節。

以上的結論同時也適用於其他的社會科學。

或許有人會把數理經濟學和計量經濟學混為一談，本文亦順便說明其間的差別。⁽²⁾

經濟學上有許多名詞被不同的作者在不同的時間和不同的上下文，用以表達不同的意義，計量經濟 (econometrics) 就是一個例子。依據 Wassily Leontief 所下的定義：

計量經濟是一種特殊型態的經濟分析，它採一般理論性的趨近法 (approach) 經常明白地用數學式子表示——參合著 (通常經由統計的程序) 經濟現象的經驗測度 (empirical measurement)。

在這定義中，計量經濟是同時包含經濟分析的理論方面以及統計方面的一般性名詞。但是在最近的用法，這個字代表較狹窄的意義，它幾乎僅只用以表示用估計和檢定的統計方法來從事經驗數據 (empirical data) 的研究；另一方面，數學應用於經濟分析的純理論方面則通稱為數理經濟學。如此一來，計量經濟和數理經濟成為兩個平行的名稱 (而不是其中之一附屬另一個名詞之內)，每一個都代表利用數學技巧於研究經濟問題的不同部份。事實上，經驗上的研究和理論上的分析正是相輔相成的。一方面，理論於應用之前必須先用經驗數據來檢定其有效性，另一方面，統計工作必須用經濟理論為前導，方能決定出最相宜和最具成果的研究方向。在某種意義下，數理經濟可視為二者之中較基本的學科，為了要有有意義的統計和計量研究，一個好的理論建構——最好是用數學表示——是常常不可缺少的。

註 釋

- (1) 數學的成長與應用，戴久永編譯，衆文圖書公司發行。
- (2) 對計量經濟學感興趣的讀者請參閱李庸三所寫「計量經濟學之認識」一文，中國統計學報第十一卷第一期。

——本文作者現任教於交大運輸管理系