

※ 心得討論 ※

談舊盼新

——我看高中數學新課程綱要草案

葉東進

一、前 言

在過去的十五年，國內高中數學經歷了兩次大變動，首先是 54 年 SMSG「新數學」的取代傳統數學教材，其次是 61 年以實驗本為首的教材實驗的改革。去年，教育部又公佈了高中數學新課程綱要草案，為第三次的課程改革揭開了序幕。

課程的改革，緣於文明的進展或實際的需要。歷次改革的精神不容否定，但改革之後的課程內容以及沿課程標準編定的教材品質卻容存疑，必須從實際的施行中不斷的發現缺失進而作不斷的補救與改進，教材才可望達於理想，而教學的目標才可望獲致成功。於第三次改革前夕，對以往兩次改革的成敗得失作一番回顧，無疑將提供往後的改革某種意義的參考。

另外，要強調的是：課程綱要大底是標示了改革的理想、精神、方向與綱要內容，但改革成敗的一個重要關鍵即是以課程綱要為骨架搭建而成的教材內容。教材的好壞直接影響教師的教學運用與學生的學習效果，雖有說是「課本是死的，教師才是活的」，但衡諸國內目前的教育環境，顯然是教材的品質影響教與學兩者至深且巨。文章千古事，我們相信編寫教材的專家學者在下筆為文之際，必皆時時以教師的教學為念，亦必處處以學生的學習為慮。

從來，編者與教者之間常都隔了一層，互有埋怨。我以為雙方須有持平的考慮：編者寫出來的書是否適於一般教師作為其發揮教學理想的教本？教師是否完全清楚教材處理的原意與方向？不僅出書後，雙方的溝通相當重要，既便在出書前，徵詢一些有心教師的意見也是至為必要。以往我們看到某些閉門造車的情形，使得改革的美意落空，徒增教與學上的困擾。

我們清楚的看出，兩次改革的主要呼聲均來自專家學者，而在改革的實際施行中，站在第一線的高中教師所遇及的諸多困擾與困難，當發為呼聲時，則普遍未受應有的重視。一件為一般人所忽略的事實是：原來國中數學的較難題材已塞往高中，而大學的部分題材則擠往高中，使得高中數學不僅是量的增多，且是質的加深。由於上下兩頭的擠塞，高中教師顯然是吃力不討好，但上課的時數有無因此相對增加？沒有！現在的情形成爲：高中教師必須把比以往程度更差的國中畢業生，經三年的調教，使之成爲比以往程度更佳的高中畢業生，以滿足上下兩方的要求。

本來高中數學沒有一定說要限定在某個範圍或某種程度。前已提及，由於文明的進展或實際的需要等客觀因素，不斷的作適度改革不僅是合理，也是合情的，問題是改革欲臻成功有賴多方的配合：師資的滿足、教材的合理的、學生良好學習態度以及學習程度的適當評量等均須作相當的考慮，尤其後者——評量，更是作為教學成敗的評估依據；而最為嚴重的，毋寧說是每年一度的大學聯考的成績高低，被普遍地視爲教師能力高低的表現。

目前的命題方式，使得高中的教學碍手碍腳，所謂啓發云云，在現實的環境裏多成空談。無可否認的，課程的編排不當，教材的編寫不良都將導致數學教育的偏差；但切莫忘記，過去的十五年，課程、教

材經歷了兩次變革，而同期間，聯考命題的形式也有了重大的變異。有心改革的人士曾否也考慮到：

「命題方式的如此變異可能是使數學教育走偏的主兇之一?!如果這樣的考慮是事實，那麼徒有教材的興革而無命題形式的改革跟進，則要達成數學教育的目標不是癡人夢話，也是事倍功半。」

二、兩次數學改革的回顧

針對傳統高中教材所偏重的機械化求值計算，式子的變換關係(公式)而忽略某些概念的澄清，SMSG「新數學」揭起了「概念數學」的旗幟，強調任何推理都須有根有據，任何觀念均要正本清源。當然，就數學的專業觀點來看，無可厚非，要是對剛接觸中等數學的初學者來說，過份的如此強調，學到後來真有「不知所云」的滋味。數學的發展顯示：一個結論的建立，一個概念的成熟，往往歷經了劈荆斬棘的艱苦過程方始達成。數學教育要讓初學者瞭解有這樣的過程，知道觀念不是憑空捏造，知道問題的根源所在，知道結論的來龍去脈，知道問題來自問題，知道問題源於需要。這才是啓發的精神。就像一幅已完成的油畫，在一位成熟的行家看來，使的是何種技法，用的是何種器材顏料，一目了然；但對於初學者看來，作品與他之間總是隔了一層，不易受到感動共鳴（感動來自創作的過程，共鳴來自創作的成果，感動是共鳴的必要條件），由於對過程的茫然無知，他所能欣賞的只是成品的形式層面，至於真實地表現作者情感與精神的一筆一畫，其痕跡則已被五彩繽紛的顏料層層所封飾（我們曾否瞭解，梵谷作品的感人所在？）

SMSG 的數學由於表現了太多的形式，以至它的實質反而不易顯現而致被忽略、被誤會。這是它失敗之處。記得在提到「角」時，它是如此說的：兩條有共同頂點的射線，其聯集謂之一「角」。就形式上看，角確是兩條這樣的射線，但是角最重要的內涵——它的大小，並沒有在上述的定義中表達出來。角的大小用以作為度量的一個重要觀念，是大家都已理解的。為了滿足所謂「觀念的美」，「邏輯的美」，「公理化的美」竟犧牲了更為重要的實質內涵，用「本末倒置」，「走火入魔」八字來形容實不為過。

SMSG 數學施行的一些結果是，許多家長懷疑自己以往所學過的數學；學生對問題的處理能力普遍低落。也就從這時候起，市面上的參考書才普遍熱鬧起來，由於品質的參差不齊，間接地歪曲了數學的本質，助長了形式掩蓋實質的惡風。極壞的影響使許多符號遊戲、邏輯遊戲等形式數學在今天的許多課堂上迄仍陰魂不散，而數學能力中最重要的直覺則因此難能在一般的學生之中生根。

61 年的改革，實驗本為主，以 SMSG 的缺失為鑑，不走「形式數學」的路線，也避開傳統數學之偏重機械計算與公式套換等弊病。觀念的建立與問題的處理兩者並重，尤其內容頗能表現出數學的基本精神——以簡御繁；題材的處理不僅力求縱的連繫，也兼顧橫的拓延。部分題材出現的次序則呈螺旋式展開，是為可喜現象。尤其令人讚賞的是教材本身儘力在表達：「數學是一部重要的方法論」這個觀點。教材注入了新生命，使得以往沉悶的課堂，顯得較前生動有力，目標也顯示得更清晰明白。

最為可貴的是為了做到編與教、學之間的溝通而進行的試教活動，由黃武雄先生在省立彰化高中實地施行，不僅普遍地引起了高中教師討論的興趣，也激起了大眾對數學改革的關注。尤其試教期間發行的試教心得報告——數學教室，在如何指出方向、如何引起學習動機、如何施行多迴路教學、如何適當評量學習成效等教師最迫切需要提示或解答的問題處理上，可以說扮演了相當成功的角色。作為教學手冊的模式，它實在是極為理想的典型。如今它的精神與理想，正由中央研究院數學研究所發行的數學傳播季刊所繼承發揚，並傳佈全省各地。

但是實驗教材也有不少的缺點：

1. 某些題材的過於艱深：

例如為了建立指數函數 $a^x, x \in \mathbf{R}$ ，它先提及了實數的完備性；為了實數的完備性，又先提及了數列的極限，雖說是一脈相承，脈絡可尋，但對高一生來說，題材出現的過於急燥迅速，不要說消化不良，便是咀嚼都來不及，學習的效果因而打斷甚大。雖說這些觀念均可訴諸直觀方便教學，但實際的效果，教師最為清楚。許多資質不錯的學生到了高三，問他什麼是實數的完備性？何以需要？作何用處？不是回答不

出，便是印象模糊，不知所云。作為瞭解自然，描述人文現象近似之用的諸如指數函數等基本模型，若是缺乏具體的運用，觀念要在學生心中生根多半是緣木求魚。

2. 部分題材的引入，引起相當的爭議：

例如線性映射、線性變換、固有值、極圖映射等。有些題材的引入，自有其引入的相當價值，如果教師的授課方法，學生的接納態度不能配合，尤其牽引着高中教育的聯考命題，在有意無意之中剔除某些題材，那麼價值便要相形減低甚或為零。另外，陳義過高的題材，不要說學者不易吸收，便是教者都難接受。削足適履降低水準來適應教學的需要固然有違文明進展的原則，但為求學習效果而使編與教、學相互配合確有必要。如果我們冀望高中數學不再是行家的專利。那麼普遍地被接受應是編者所須努力達成的目標。當然，我們也盼望教師能人人有心，為科學基礎教育打下穩固根基，而不作隨波逐流之人。

3. 某些敘述的意義不清：

例如第三冊的自由度及第五冊的機率空間。由於陳述的不清所造成的教與學上的困擾程度，有時是編者所難於理解的。雖說是「實驗」教材，也當在行文之前作周詳的考慮。我們並不懷疑編者的表達能力，但是某些敘述的陳義不清確實犯了數學語言之忌。

部分習題未能配合章節及例題的內容：

第二冊的情況較為嚴重。有些習題的證明不要說學生看了毫無頭緒，就是對初次接觸的教師都是很大的考驗，如果不作適當的提示，這種習題的安排，除了減低學習興趣之外，沒有好處。聽說第一、二冊的習題並非原作者（項武義先生）所列，而是由其他人代增。果真如此，習題的精神恐怕就無法與原書精神完全配合，實在不是一套理想教材所容有的現象。

三、肯定新課程的精神

底下先介紹新課程綱要草案：（見數學傳播第三卷第二期，頁八四）

評議：

1. 目前大專院校的科系被區分成自然、社會兩組，這樣的二分法，就稱呼來說確是方便，但自然與社會的實際界限並非相當明顯，因此連帶將聯考的數學試題也區分為自然組與社會組兩種，便是粗略而不實際，由此而使得一位將來學商的學生其所需接受之數學基礎教育竟同於一位將來學文、史、法者；而一位將來學醫者，其所需接受之數學基礎教育又得與一位將來學理、工者一致，這是多麼可笑而不合理！

如今，新課程草案設想以選修代替分組，固是使得分組的彈性較大，更重要的是着眼於因材施教，方向至為正確。可預見的，是未來的聯考試題亦將因材命題，不僅前述的不合理現象將從而獲致改善，間接地也解決了目前引起爭議的志願填寫問題。

2. 根據課程草案的內容，一部分的大學課程將移往高中提前施行。科學教育的紮根工作將較前做的更深更廣，相對的，高中教師將受到更大更艱的考驗。

3. 統合數學是新課程的一大特色。可以想見它對於學習者的知識整理將提供莫大的啟發。從來，教與學的最大通病便在，僅注重知識的堆砌，只考慮縱的連繫，而忽略橫的拓延。所學的知識不經整理，徒然顯的片斷閉鎖，見樹而不見林。基礎數學的統合，將有助於提高學生對數學的整體觀，使其立足於一個更高的觀點來看清「基礎數學」的內容與背景。

擔心的是未來的教材可能過於強調解題技巧，而參考書更可能推波助瀾，使得技巧淹蓋了方法，而學生則盡鑽牛角尖。

4. 新課程所標示的目標便是數學教育的理想。合理的改革帶來進步，也帶來鼓舞。因此，改革的精神，必須予以肯定；改革的步調與施着更須有心人士多方配合，通力合作。熱忱將使錯誤減至最低程度。

四、教師需要怎樣的教材？

容我先如許說：當一些大學院校的專家學者懷疑高中教師的教學能力之際，我們也相當懷疑某些專家學者對於教材的編寫能力。

這不是情緒上的反應，而是證之十幾年來教材的表現所感之言。

合理的教材，至少應包含下列兩部分：

一是教科書本身。它應能顯示數學的本質，闡明數學的基本精神，表達明晰的數學理念，提供問題的處理方法。教師能藉它發揮教學的理想，學生能藉它獲得數學的基本素養。

其次是教學手冊。它應能補助教本所不能暢其所言者，它應能說明單元的背景，提出教材的方向，並提供可能的參考資料。它應當是活的，隨時接受教師的疑問予以解答；它應當是動的，以備隨處補救教材的缺失。它在教學上所居的後援地位應予以重視並肯定。數學教室是一個極佳的典型。

五、學生需要怎樣的課本？

在正常的學習下，課本的好壞跟學生翻閱次數的多寡成一種因果循環。

高中的數學教育不是專業化，而是普遍化；不是貴族式，而是平民式。這一點必須為改革的各方所肯定，數學教育的目標才不致成為空談。

因此一本對學生有益的好課本至少應達到下列四點：

1. 中等以上程度的學生可以作為自習之用而不覺太多的困難。
2. 例題應能充分說明定理或結論的涵義及其應用價值。
3. 習題應能配合單元，並達成思考的啟發。
4. 書末應附有習題的答案（非解答）以作為校正參考；較難的習題應附帶部分提示或全部提示。

六、結 語

數學本無新舊之分，教材也不是後浪便可推動前浪。

改革之中，數學並未失其一貫的精神，教學也不改其既有的目標。

文明的進步，擴展了數學的內容，也更讓我們有幸能站在更高的觀點來回顧前人經營的成果。墊着前人的肩膀，今人得以踏上更高的一步，而且也須踏上這樣的一步，因為後人將藉今人之步而踏上更高之步。

邁向了第二步，才足以顯示第一步的重要意義。文明的真諦在此。

目標指引了我們的方向，方向的走偏，須賴理性予以修正。因應實際需要所作的必要改革，使我們更接近目標。這是數學精神另一形式的展現。

新舊不是絕然的對立，如果說舊的是第一步，新的便是第二步，兩者之間是一種理性的延續。

——本文作者現任教於臺中曉明女中