

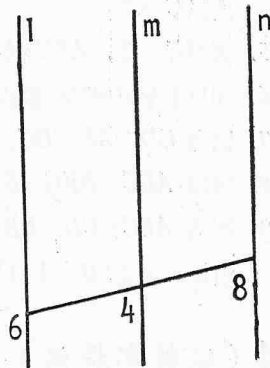
本期演練試題

模擬試題

羅添壽 提供

- <命題構想> ①以增進學生閱讀數學文章為主，打破傳統式的學習（即看到試題即知如何算，不加思考）
 ②增進學生思考能力，加強應用數學的學習，因我們的學生大部分不喜歡應用數學，這就是數學教育無法普遍提倡的阻礙。

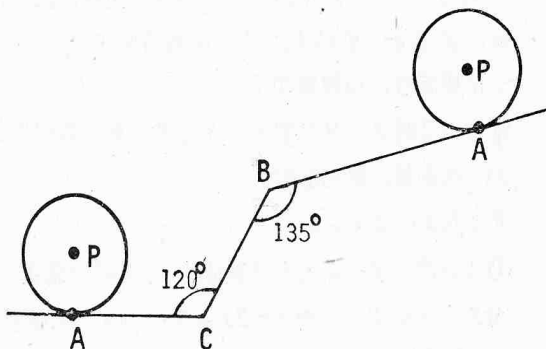
- (多選) 某次考試規定及格分數為 k 分，已知有 $1/4$ 考生不及格，且及格分數比全體考生的平均分數少 2 分較及格考生的平均分數少 11 分，與不及格考生平均分數之兩倍相等，則
 (A) k 為奇數 (B) k 為 2 的倍數 (C) k 為 3 之倍數
 (D) k 為 5 的倍數 (E) k 為 6 的倍數
- (多選) 平面上有一正 $\triangle ABC$ ，其邊長為 P ，若 H 為 $\triangle ABC$ 內部之一點，且 P 為 H 正上方之一點（即 $\overline{PH} \perp$ 平面 ABC 於 H ），由 A, B, C 見 P 之仰角各為 $60^\circ, 30^\circ, 30^\circ$ ，我們可估計 \overline{PH} 之長至小數點後第二位，若小數點後第一位數字為 m ，第二位數字為 n ，則下列何者為真確，
 (A) $m+n=10$ (B) $2m>3n$ (C) $\log_m^n > \log_n^m$
 (D) $mn=20$ (E) m 為奇數
- (多選) 同一平面上等間隔且互相平行之三枝對數尺， l, m, n ， l 尺與 n 尺之單位（以對數為準）相同，而 m 尺的單位為 l 尺單位 $1/4$ 倍，今知 l 尺之標尺為 6 之點， n 尺之標尺為 8 之點，所連之直線交 m 尺於標尺 4 之點如右圖，令 l 尺上標尺為 16 之點與 n 尺上標尺為 18 之點所連直線交 m 尺於標尺 a 點且 l 尺上標尺為 30 之點與 m 尺上標尺為 324 之點所連之直線通過 n 尺於標尺 b 之點則
 (A) $a > 50$ (B) $a < 160$ (C) $b > 10$
 (D) $b > 15$ (E) $a + b > 80$



- (多選) 在地圖上取單位長為 1 公里之正交座標系以表示颱風中心 P 之動態，如清晨六時 P 自 $A(60, -60)$ 向 $B(10, 40)$ 作每小時 $\sqrt{1000}$ 公里的等速直線運動，於上午 t 時 P 到達 x 軸上點 $C(m, n)$ ，此後受二高氣壓氣團 $D(10, 0), E(-30, 0)$ 之影響開始保持 $CD+CE=PD+PE$ 之關係繼續作曲線運動，如 $x+20 \leq 0$ 為陸地， $x+20 > 0$ 為海洋， P 登陸之地點為 $F(r, s)$ ，則
 (A) $m+n=25$ (B) $t > 8$ (C) $8 < t < 9$
 (D) $m-n=30$ (E) $2m-n=45$
- (單選) 於上題中求 $|r|+|s|$ 之值至小數點以下第一位四捨五入得 $|r|+|s|$ 之整數值為
 (A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53 (E) 54
- (單選) 如圖 \overleftrightarrow{CD} 為地面上水平線， $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ 為斜坡，包含 $ABCD$ 之平面垂直地面， $\angle ABC=135^\circ$ ，

$\angle BCD=120^\circ$ ，半徑 1 之圓 S 自 A 開始沿折線 $ABCD$ 滾下斜坡至 D 停止，則 S 中心 P 經過之路線長為 $AB+BC+CD$ 下列何值

- (A) $\pi/3+3\sqrt{3}/2$ (B) $\pi/4+2\sqrt{3}/3$ (C) $\pi/4-2/\sqrt{3}$
 (D) $\pi/3-2\sqrt{3}/3$ (E) 0

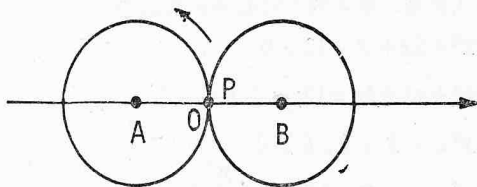


7. (單選) 承上題，若 $AB=3\pi$ ， $CD=4\pi+\sqrt{3}/3$ ， $0 < BC \leq \pi$ ， S 在 A 上時 S 上點 Q 與 A 重合， S 在 D 上時 S 上 Q 點又恰好與 D 重合，則 $BC=$

- (A) $\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$
 (D) $\pi + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (E) $\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}$

8. (單選) 如下圖，在極平面上，半徑均為 a 之二圓相切於極 O ，今固定圓 A ，將圓 B 在圓 A 上逆時針方向作不滑之滾動一周，令圓 B 上一點 P 之軌跡為 S ，但點 P 之最初位置與極 O 重合， OB 為極軸，則 S 之極方程式為

- (A) $r=2a\cos\theta$ (B) $r=2a\sin\theta$ (C) $r=2a(1+\cos\theta)$
 (D) $r=2a(1-\cos\theta)$ (E) $r=2a\tan\theta$



9. (多選) 電子計算機內部的演算用二進法，例如 $15=1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1$ 所以 15 之二進法可記為 1111 (即 $15=1111_2$)，而 15 用二進法表示時為一個四位數，設以十進法表示五位數的二自然數 a, b ，其和 $a+b$ 用二進法表示時，其位數之最大值為 M ，最小值為 m ，且 $\log 2=0.3010$ ，則

- (A) M 為偶數 (B) $M+m$ 為 3 的倍數

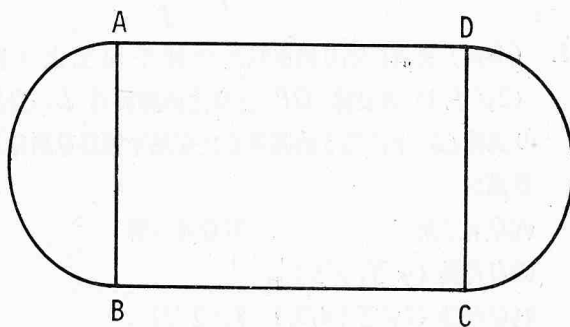
- (C) $M-m$ 為 3 的倍數 (D) $M+m$ 為偶數
 (E) m 為 3 的倍數

10. (多選) 某人經營 A, B, C 三工廠，已知本月之總收入為 13800 元，與前月比較則各工廠之增加收入恰相等，又已知各工廠之增加率為前月收入之 20%，15%，12%，則 A, B, C 三工廠本月份之收入

- (A) A 為 3500 元 (B) A 為 3800 元 (C) B 為 4600 元
 (D) B 為 4800 元 (E) C 為 5600 元

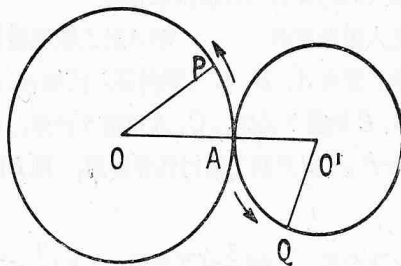
11. (單選) 如下圖，欲在長方形 $ABCD$ 之外側，接兩個半圓形跑道，使其周圍 $AMBC$ 剛好 400 公尺，內部面積為 7000 平方公尺，試問 AB 之長應為若干，設圓周率為 $\frac{22}{7}$ ，則 AB 之長最接近下列何整數

- (A) 39 (B) 40 (C) 41 (D) 42 (E) 43



12. (單選) 半徑 $2a$ 之圓 O 與半徑 a 之圓 O' ，外切於點 A ，設動徑 OP 自 OA 之位置向正方向旋轉而得之角 AOP 為 θ ，動徑 $O'Q$ 自 $O'A$ 之位置向正方向旋轉而得角 $AO'Q$ 為 2θ (如圖)，則試以 θ 表示線段 PQ 之長

- (A) $a\sqrt{5-2\cos\theta}$ (B) $2a\sqrt{5-2\cos\theta-3\cos^2\theta}$
 (C) $a\sqrt{5+2\cos\theta-3\cos^2\theta}$ (D) $2a\sqrt{5+2\cos\theta-3\cos^2\theta}$
 (E) $a\sqrt{5+3\cos\theta+2\cos^2\theta}$



13. (多選) 設 $\sqrt{2}=1.414$ ， $\sqrt{3}=1.732$ ， $\sqrt{5}=2.236$ ，(承上題) 求 PQ 之最大值設為 $PQ=(\alpha+p \times 10^{-1}+q \times 10^{-2})a$ 其中 α, p, q 皆為 0, 1, 2, ..., 9 之整數

72 數學傳播 [資料類]

(計算至小數點第三位後四捨五入)

- (A) $p \in \{2, 4, 6, 8\}$ (B) $q \in \{2, 4, 6, 8\}$
 (C) $p + q \in \{2, 4, 6, 8\}$ (D) $\alpha \in \{2, 4, 6, 8\}$
 (E) $p - q \in \{2, 4, 6, 8\}$

14. (多選) 某正數 N 若以 5 進法表示, 則整數部分為 2 位數的循環小數 $xy.\bar{z}$, 又若 $N-1$ 以 7 進法表示, 則整數部分為 2 位數的循環小數 $zy.\bar{x}$, 試求 x, y, z 之值
 (A) $x = 2$ (B) $0 \leq y \leq 4$, 之整數
 (C) $x + z = 4$ (D) $z - 2x = 1$ (E) $z = 2$
 <提示> p 進法以 $a_1 a_2 \dots a_n$ 表示之數等於 $a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n$ 且 $1 \leq a_1 \leq p-1, 0 \leq a_2, a_3, \dots, a_n \leq p-1$. 又循環小數 (以 p 為底數)

$$0.\bar{b} = \frac{b}{p} + \frac{b}{p^2} + \dots = \frac{\frac{b}{p}}{1 - \frac{1}{p}} = \frac{b}{p-1}$$

15. (多選) 通過以點 O 為原點之坐標平面上之一點 $P(2\sqrt{2}, 1)$ 與直線 OP 正交之直線設為 L , 以原點 O 為圓心, 半徑為 5 的圓與 L 之交點坐標為 Q 則 Q 之坐標滿足
 (A) Q 有二解 (B) Q 有一解
 (C) Q 可為 $(\sqrt{5}, \sqrt{5})$
 (D) Q 可為 $(2\sqrt{2} + 4/3, 1 - 8\sqrt{2}/3)$
 (E) Q 可為 $(5/2, -5\sqrt{3}/2)$

(註) 此題用向量處理之較好。

16. (單選) 承上題求 $\triangle OPQ$ 之面積為
 (A) 6 (B) 12 (C) 18 (D) 24 (E) 36
17. (多選) 100 個學生參加測驗, 學生分成 A, B 兩組, 成績的平均數從小數第二位以下四捨五入, 測驗結果, 全體的平均成績是 73.2, A 組學生的平均數是 70.5, B 組的平均數是 75.6, 根據以上資料可知
 (A) A 組人數較 B 組人數多 (B) 兩組人數相差偶數個
 (C) A 組人數的 2 倍與 B 組人數相等
 (D) B 組人數奇數個 (E) A 組人數偶數個
18. (單選) 設有 A, B, C 三個村莊, 已知 A, B 相距 3 公里, B, C 相距 7 公里, C, A 相距 5 公里, 今要設一所連絡站 P , 使 P 到三個村莊等距離, 則 P 距 A 多少公里?
 (A) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ 公里 (B) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$ 公里 (C) $\frac{7}{3}\sqrt{3}$ 公里
 (D) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ 公里 (E) 以上皆非
19. (多選) 在一個邊長為 4 的正方形 $ABCD$ 的二邊 AB 與 CD 上分別取點 P 與 Q 使 $AP=AQ$, 試計算 a 與 b

使得當 $AP=a$ 時, 四邊形 $QPCD$ 有最大面積 b ,

- (A) a 為整數 (B) b 為無理數 (C) $a + b > 10$
 (D) a 為 b 之因數 (E) $2a + b = 10$

20. (題組) (教育部成就測驗題)

設有某廠商出售衣服, 單件價格記為 x , 其一星期銷售量記為 y , 由一般常識知: y 隨著 x 而變, 即價格 x 越低, 銷售量 y 就越大, 表成函數符號 $y=f(x)$, 今作一市場調查, 得數據如下:

當 $x=2$ 時 $y=9$ 又當 $x=5$ 時 $y=6$, 若假定 y 為 x 的一次函數, 換句話說:

$$y = f(x) = a_1 x + a_0$$

- ① (單選) 求一滿足上述數據的 x, y 間的關係
 (A) $y = x + 7$ (B) $y = 2x + 5$ (C) $y = 3x + 4$
 (D) $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ (E) $y = -x + 11$

請畫出此函數圖形 (呈一直線), 以便繼續討論:

- ② (多選) 根據上述結果來做一推測, 欲使銷售量 y 小於 9.5 則

- (A) 價格 x 可訂為 3 而最高不能超過 3
 (B) 價格 x 可訂為 1.5 而最高不能超過 1.5
 (C) 價格 x 可訂為 0.5 而最高不能超過 0.5
 (D) 價格 x 低於 1.1 皆可 (E) 價格 x 須在 2 到 4 之間

如再做調查增一新數據為: $x=4$ 時 $y=8$, 這時一次函數已不能滿足 $(x, y) = (2, 9), (5, 6), (4, 8)$ 這三個數據

(有時一次函數仍可滿足其他某些三個數據), 現在我們要改用二次函數來估計 y 與 x 的關係, 即使 $y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ 滿足上述三個數據, (亦即以拋物線代替上述的直線)

- ③ (多選) 這 x 與 y 間的關係應表為

- (A) $x^2 + 5x + y - 12 = 0$
 (B) $x^2 + ax + by = 12; a + b = -3$
 (C) $x^2 = -y + b, b > 0$
 (D) $x^2 + ax + y = c; a + b + c \geq 9$

- (E) $y = -x + 11$

這樣以二次函數來估計 x 與 y 的關係, 理論上應比利用一次函數好, 道理是它皆符合了一個數據。

- ④ (多選) 據所得二次函數估計, 價格 x 為 6 時, 預測銷售量 y

- (A) $4 \leq y \leq 6$ (B) $5 \leq y \leq 7$ (C) $2 \leq y \leq 4$
 (D) $0 \leq y \leq 2$ (E) $y \leq 3$