

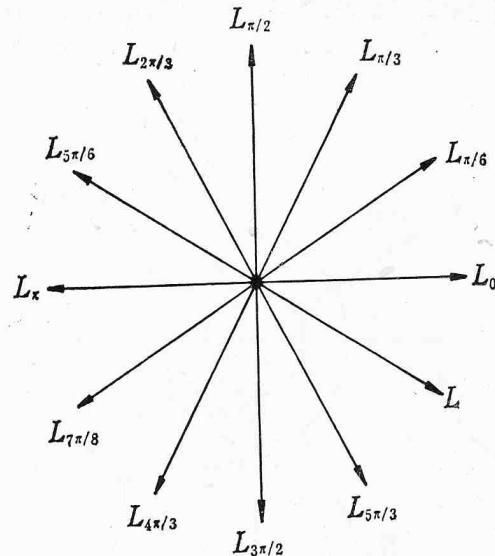
4204 (廖賀田先生提供)

複數  $z$  若表為  $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ,  $r \geq 0$  的形式，就把  $r$  叫做  $z$  的絕對值，而將  $\theta$  稱為  $z$  的幅角。記為

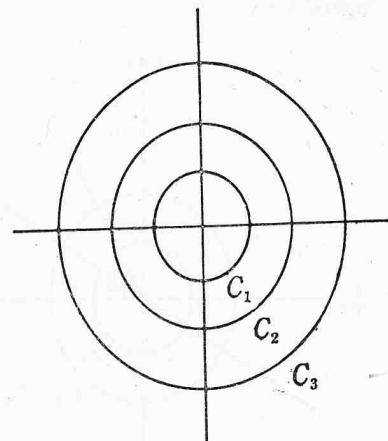
$r=|z|$ ,  $\theta=\arg z$ 。在複數平面上，定義“ $\theta$ -射線” $L_\theta$ 及“ $r$ -圓” $C_r$ 如下：

$$L_\theta = \{z | \arg z = \theta\}$$

$$C_r = \{z | |z| = r\}$$



圖一： $L_\theta$



圖二： $C_r$

若有一映射

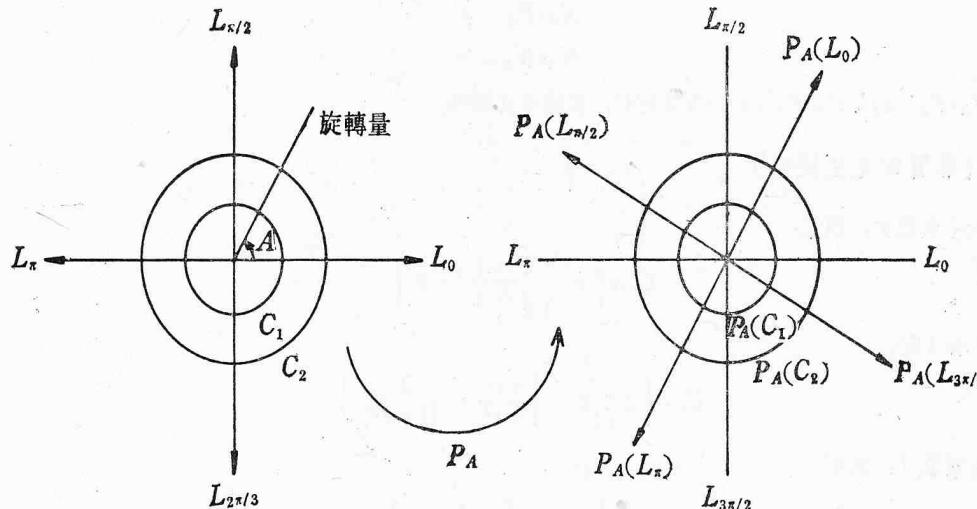
$$T: C \rightarrow C$$

滿足

$$(i) \quad T(L_\theta) = L_{\theta+A}, \quad \forall \theta$$

$$(ii) \quad T(C_r) = C_r, \quad \forall r$$

就稱 $T$ 為“ $A$ -旋轉”，記為 $T=P_A$ ，換句話說， $T$ 的作用是把整個平面以 $O$ 為圓心，作一個角度為 $A$ 的轉動，如圖三所示。



圖三： $P_A$ -旋轉

若有一映射

$$T: C \rightarrow C$$

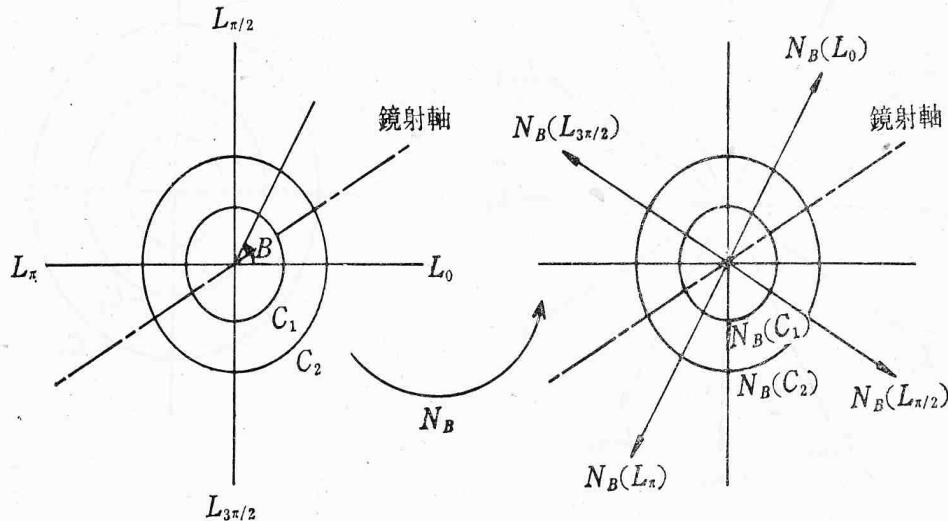
## 66 數學傳播〔問題類〕

滿足

$$(iii) \quad T(L_{B/2+\theta}) = L_{B/2-\theta}, \quad \forall \theta$$

$$(iv) \quad T(C_r) = C_r, \quad \forall r$$

就稱  $T$  為「 $B$ 一鏡射」，記為  $T = N_B$ ，換句話說， $T$  的作用是整個平面以  $L_{B/2}$  及  $L_{B/2+\pi}$  為軸，作一個翻轉，如圖四所示。



圖四： $B$ 一鏡射

高中數學實驗教材第四冊第一章裏已經指出定性的結果：

旋轉與旋轉的複合仍為旋轉 (正 · 正 = 正)

鏡射與旋轉的複合為鏡射 (負 · 正 = 負)

鏡射與鏡射的複合為旋轉 (負 · 負 = 正)

試導出定量的公式：

$$P_A \circ P_B = ?$$

$$P_A \circ N_B = ?$$

$$N_A \circ P_B = ?$$

$$N_A \circ N_B = ?$$

在此  $(P_A \circ P_B)(z) = P_A(P_B(z))$ ,  $\forall z \in C$ , 其餘各式類推。