有關數學的學習方法
—各科學對數學的看法

賴漢卿

最近翻閱「數學セミナ」(Mathematical seminare), 5-1979, pp68-85, 發現了非數學本科的人，報導他們對數學的看法，以及他們所用到的數學，對數學學習方法等等。我以爲數學這一門爲一般學生所畏懼，爲現實社會所冷淡，也爲一般人所不易理解數學是什麼的今天，似乎可借助於這些非數學專家們，在數學領域中所獲得的經驗與觀點，傳播給讀者參考，或許能收些許助益，並開拓其視野。下面大都是翻譯的資料。

爲物理學而學的數學

(坪井忠二(Tuboe Chuej)，東京大學名譽教授)

做爲手段的數學: 進入自然科學系的人，或想進這些系的人，大概不少。因此這些人，對於數學就各有其目的，其中欲爲數學本身繼續研究，有志爲數學家的人，也必定會有，這些人當然就以數學爲目的直走，但爲數並不多，大部分的人大概都不以數學本身爲目的，可說只把數學當做謀求自己工作之發展的一手段而已。如同學習外國語之目的相似，那些已進入自然科學界的，以及準備想進去的，是爲英語去讀英語，至於英語學或英文學並不是其本身的目的，求取將來以英語寫成的自然科學書籍或論文，能毫無不自由地閱讀，同時自己也可用英語寫些報告或論文，或能與做同方面學問之外國人交談爲目的，他們就不是以學英語本身爲目的，而是當做一種手段而已。

要這麼說，目的與手段似乎無太嚴密的區別。在學習過程中，用手段使用數學的內容，可能也會浮起興趣來，而原以數學本身爲目的的人，也可能對應用方面浮起興趣，以致原欲做爲目的的數學，及做爲手段的數學都變成無法區別，而混爲一體了。舉個可能稍爲誇大之例，如牛頓在思考萬有引力時，看來是位物理學家，而在以微積分之創始者來說，那是位數學家，硬是把他分做數學家或物理學家，實際上並無多大意義。

這些我們暫且忘了它不提，只以多數人使用數學做爲其手段者，來進行我們的話題。

數學表現的物理學意義: 如果說以使用數學當做手段，其道具之長處與優點，就須充分瞭解。因而對此道具要如何使用，就非得熟悚不可。以用數學做爲手段的人，讀數學時是學習如何使用爲其主要目的。所謂吏用法，如以研究物理學的人，他就很會將物理學與數學結合在一起，於是他對於在什麼範圍內，有可能結合；超過了那個範圍，則不可能結合，必須要有充分的瞭解，否則他所得的「數學」也就止於演習而已，與物理學就毫無關連了。爲了要理解物理學現象，必須要能以使用數學做爲手段，同時也得不忘物理學思考之發展。在物理學中，常常會出現種種數學的表現，但對於其物理意義 (physical meaning) 則非時常反省不可。

說「這些結果，是由計算機算出來的，絕不可能有錯誤」的人是有的，計算機的數值計算即使無誤，但計算機程式的想法或設計若有誤，則以此錯誤的程式命令計算機「算算這個」，其結果當然定是錯的。故不管你使用多高級的「數學」，若其用法不當，其結果也就無意義了。與之相反的，一見好像是簡單的

「數學」但與物理學結合得好，則會產生很深奧的結果。例如

$$f=m\frac{d^2x}{dt^2}=ma$$

在數學來說，那只不過是極為簡單之二階微分方程式，但它卻是牛頓的壯大堂皇的學理基礎。公式

$$f=ma$$

可寫成更一般的形式為

$$y=ax$$

這是x與y的一次式。這個式子卻是表示種種物理事象的關係式。比方說；a為物體運動時之定速度，x視為時間，則y就是其移動的距離。若a視為利率，x為期間，則y為此期間所得到的利息。又當a為彈性係數時，x為微小的彎曲，則y為此時所產生的張力（stress）。要是a為鐵絲的線密度，x為其長度，則y為鐵絲全體的重量，……。不管x是代表時間、期間、彎曲或線長度，上式都能成立，也就是說x可表任何東西，說大些，這是數學所與的光榮。但在物理學中就不那樣廣泛，它只是x所表示何物之問題而已。這就是以數學的數學，以手段之數學有所不同之處。

另一方面再回到

$$f=m\frac{d^2x}{dt^2}$$

之式子來看。d^2x/dt^2 在$x-t$坐標所畫之曲線中，它不外乎表其彎曲度，即斜率之變化率而已。畫出曲線時，彎度較大的，就具有較大的力量，$d^2x/dt^2>0$ 則其力f為正，此時曲線是向上凹，表示力是向上的意思。這種曲線的曲率是掌握着力的大小與方向。

再舉個簡單的例子，如數式

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

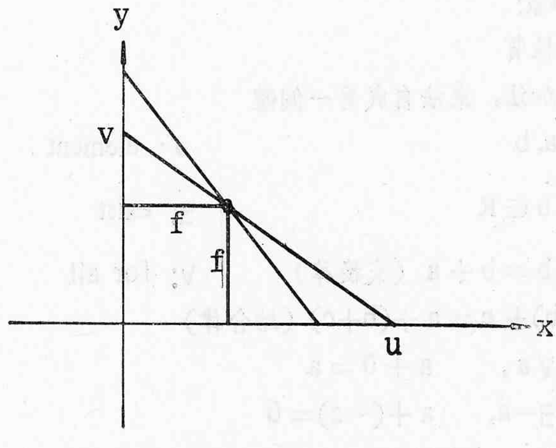
寫成

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}$$

則為並聯電阻的關係式。如果寫成

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$$

則為凸鏡像之位置與焦點距離之式。



如圖，若f與u給定，則v之值馬上可求得，此式不外乎是直線

$$y=ax+b$$

在x軸上取點$(u,0)$，截y軸於點$(0,v)$，此時之直線方程式為

$$\frac{x}{u}+\frac{y}{v}=1$$

且該直線通過$x=f$；$y=f$，因之得

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$$

又如以△之距離，去程與回程的速度分別爲 v_1, v_2，則全部的平均速度爲V時，其間的關係式爲

$$\frac{1}{V}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}\right)$$

總之

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

是一個數式，這個式子可表示電阻之式，鏡像之式，速度之式等等。所以在物理上應用數學做爲手段，是很有趣的情形。要是如在並聯電阻全體中流過電流爲I時，分配到電阻是 r_1, r_2 之電流設爲 i_1, i_2，則全電力W爲最小的條件該如何呢？那就是從電力

$$W=(i_1+i_2)^2R-(i_1^2r_1+i_2^2r_2)$$

對於 i_1, i_2 分別微分令爲0後，求得之式爲

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}$$

這是使W爲最小之條件，所以「條件該如何」是具有其物理意味的。

依目的而爲的數學：前面一直以簡單且容易的話題寫來，如果在物理上，以數學做爲手段，其重要且較高水準之例子還有很多。要是欲以使用數學爲手段，按其目的，非得眞正知道數學不可，這該是做物理的人所必要的「學數學的方法」。

爲工程而學數學

（三浦宏文（Miura Hirofumi），東京大學）

1.回憶：

爲寫本稿，乃找出於進大學當時之興奮心情，在數學課所記的筆記來瀏覽，恰遇有同事井上博允助教授從傍窺視，說「寫得很整齊呀！」，這是大學入學後最初的筆記本之一頁；細心的筆跡，象徵着我青春的開始。自忖井上先生沒看第二頁，可說眞僥倖。

第一頁開始寫着下面事象：

『△實數的性質

1°. 對於加法，乘法自成爲一個體

$R \ni a, b$ $\quad$ | $\ni$: element

$\Downarrow$

$a+b \in R$ $\quad$ | $\exists$: exist

$a+b=b+a$（交換律） | $\forall$: for all

$(a+b)+c=a+(b+c)$（結合律）

$\exists 0, \forall a, \quad a+0=a$

$\forall a, \exists -a, \quad a+(-a)=0$

2°. 順序公理（省略）

3°. 阿基米得公理

$\forall n, an \angle b \Rightarrow a<0$

4°. 連續性公理（Weierstrass 公理）

……』

至今回想當時之情景，不由得浮現出教室內的新納文雄老師，他左手邊將垂髮撥上，笑容可恭地默默在黑板上書寫的情形，記得當天就寫了 10 頁。我要是遇考試，不管題目怎麼出，自信還可如願解出，但

卻不知爲什僅隨着老師抄寫黑板。這個筆記在學生寮（宿舍）之木板床上，以悲悽之心情，翻閱至深夜無法入睡。

第二天，在校園內巧遇高中時的前輩，乃問以「大學的數學，眞夠怪的」，前輩乃說「進了大學，不念「解析概論」——（卽分析導論或稱高等微積分）是不可以的，且要對 ε，δ 能習慣」。於是用媽媽的朋友祝賀我考取大學的千圓，買了一本高木貞治著的「解析概論」（該書有中譯本，由葉能哲、賴漢卿合譯，名爲高等微積分），就開始啃，此乃我修習數學的第一步。

在高中時對於「數列的收斂」所授之「無限接近之事」乃改用「任意給定之正數 ε，與之對應的一正整數 n_0 而於

$$n > n_0 \text{ 時 } \quad |\alpha-\alpha_n| < \varepsilon$$

來決定」。在這種非常嚴密的敍述下，才算是數學，是當時所以領會到的記憶。

於是前輩所說的 ε，δ，到「連續的均勻性」之概念來想像時，也就能習慣了。ε，δ 是讀函數解析（卽泛函分析）的基本事項，在感覺裏，這是與高中所讀的數學最不同之點，且此對自己也很有助益，這些都要謝謝我那位前輩先給與我的忠告。

2. 有許多記憶的事象:

當 ε，δ 已習慣後，才再記起大學入試前所讀的數學與大學中之數學，有很大不同；高中數學，在給與的題目中都以能「漂亮地」解出爲主，所以入試前的數學，都想漂亮能解出的問題，是爲數學問題之運用而生。這種淺見，認爲數學所表現的問題，都要能漂亮解出來。因此對 ε，δ 也以爲會出現這類問題。

回顧入試數學領域中，乘法公式只要記得幾個，則因式問題必能克服；二次方程式之根與係數的關係，要是能十分理解，一定能解決許多問題，心裏想只要利用很少的道具，就有許多收穫，乃是數學。所以在高中時之數學表現，都能享受數學說明的樂趣，說實在的，在問題集裏，分組取用就有此現象。比如討論二次方程式時，祇要記得根的公式，則不論什麼方程式，都能容易解出，就像導入虛數 i 來說，只要以一公式，便能擴展到複數的整個世界去，覺得自己學到了萬能的方法，這是一很深刻的記憶。

但來到大學的數學時，這種萬能的公式卻不復存在，於是開始注意到非記憶不可的事項太多了，就是最單純的一階常微分方程式（當開始學習時的想法），其形式就有 Bernoulli 形，Riccati 形等之稱呼，而其解法則完全不同，同時非將此解法記到某程度不可，蓋因它無法導到簡易之解法。因有此情形，讀者諸君，在開始學習微分方程式論初期，大概會體會到「結果只取能解的方程式，而能解之方程式大概都很受限制吧！」這不過是我自己的經驗，隨意下的結論，但爲加強工程方面之有用數學，則非記憶很多公式不可。工程學家是數學的使用者，數學家所開發出來的多彩多姿的道具，緊握在手中卽可。

3. 數學的奇妙

本稿開始，是介紹自己的筆記，這是屬解析（卽分析）的講義。另有一種所謂「幾何」，是由谷山豐先生（年青早逝）講授，這是一門難以理解的課。他常以「n 維空間」爲對象，如全班同學，最初是合成班，二年後要進到各自專門的院別，班裏同學得解散分發，而其系別名稱很多，乃由「n 維」所決定。但此時所學，到現在卻非常有用，這也可以說是擴展到很廣泛範圍的一門學問。其他如線性規劃，彈性矩陣分析，有限數學等，在工程學上也是極有用的應用技法，當時的筆記本甚有見效，乃是最高興的一件事。

學工程的人，決定自己專門方向後，在學數學的使用時，必須要認識數學的奇妙所在。雖然前述之微分方程，想到能解的畢竟有限，然而這些能解的微分方程式，卻說明了自然現象上，最適切而取用的情形。當然這也可能是在研究進展下，將解法形成定式化而已。在高中時，埋首於「漂亮」解，所能期待的也就是這種時期，卽能具體的被應用於自然現象的事項。具有「圓對稱性」領域上之偏微分方程式，如波動方程式，熱傳導方程式等，幾乎全部之應用都適用於 Bessel 微分方程式。同樣的 Laplace 方程式（表示着許多的自然現象）用空間之極坐標表現，如欲解此方程式（可用變數分離法），則其出現之一常微分方程式爲 Legendre 方程式。球形物之熱傳導或流動的分析，就是爲這種方程式所約束，當你讀這一帶之

東西時，還是會覺得數學具有萬能。

我的恩師渡邊茂先生，因具有很優秀之數學修養，很幸運地從研究院時代起，使我對數學的各部門有接觸的機會。在上述的情形，我對數學常會有下面三步驟之想法:

① 以爲不易突破。

② 因要記的東西太多，帶着手册（公式、方法）那就大概夠了。

③ 遇到大事情，就感到數學的偉大。

爲計算機科學的數學

（有沢誠（Arizawa Makato），山梨大學）

計算機科學之英文名稱爲 Computer Science，這門科學的數學，也有「計算幾何學」之邀請，實際上這是筆者在大學之一必修科目，其中包含微分幾何。由 Riemann Christoffel 之張量積開始，含有諸多難予瞭解的概念。其次就注意到比此要容易的軟體，這是筆者現在爲什麼走這一方面之一理由，或許以往也曾在那裏敍述過。

關於計算機科學之我的想法，是如下情形：中央有軟體的大柱，而兩側有硬體及數學理論來支持着。因此各種應用，乃置於此整體之上。要是去掉數學之一支柱，軟體便開始崩塌，結果在應用方面之各種，恐怕也都會受到崩落殆盡之累。

學數學本身所得之知識或結果，可能隨時光消逝而成過去，但對數學的思考法，以及數學的方法（技巧），以身歷其境，乃更爲重要。一般化之抽象概念、嚴密的理論思考、系統化嘗試之錯誤經驗、單調之作業能無錯誤地實行的持久力、以及時而有突破之觀念能開拓，等等可說都是學數學所得的本質。這些對計算機科學（因而滲透到其他各方面之應用亦然）想必定很有助益的部分。

事實上與這裏所述，大致具有相同的功用，即爲未來的享樂，並非以利益爲前提者（按：日語的**數學**與**數樂**是同樣的發音，乃以數學爲數樂）。

這裏所說的思考法與數學之名稱並列，也有人喜歡用數理的稱呼。如數理工學或情報數理等名稱，即資訊工學，資訊科學等名稱，也時常並列使用。

有人說計算機是否爲「只爲計算之機械」，此問就如同數學是否爲「數的學問」，以這相似的比喻來理解，當能更適切的體會出來。因此所謂計算科學的數學，也就包含着種種的領域。首先以其最爲基礎的算則（Algorithm）之數學或理論來說，那是解決問題之實效性的一種手段。計算機科學是不是能把問題解決，是須靠有細密的解析與嚴密的推理。於此若有些許欠陷，則計算機之「機械」就不能圓滿地爲你工作。

在高中一直都很有親密感的代數、解析、機率統計等領域，與計算機科學有深切的關連，比較新的領域則有離散數學。現在於計算機所取用之數並非連續量，而是離散量。譬如要直接微分，乃換成差分來處理，而微分方程式就換成差分方程式。一般並不只是求問題之解的封閉數式形式，而是以所給定的邊界值，求此對應的數值解姿勢，在實用上常很有效，因此就開拓了數值分析的領域。

其他如圖論或組合論等與計算機科學也結了很深的緣。又數理符號語言，Automaton 理論，歸納性函數的計算理論，規劃理論，更有在應用方面的作業研究等等，都在數學領域裏打滾，目前雖未整理成形的領域，不久的將來，必能充分成長爲一體系的分科。

爲計算機科學的數學，可說遍歷數學的許多枝，但並不必精讀所有的領域，重要的乃是在某領域有所必要時，有能處理的基礎力之儲備。因此大概少不得有下面二種讀（數學）法。

第一，要以廣而淺的方針，歷遍各領域，而有概觀的認識。在高中時之數學，特別應有認識「大學入試可能出的數學」外的數學，廣收其見識。

第二，不論那一個領域，宜擇其一或二，徹底的學習。例如說所選之領域，不一定在爾後直接用到，但能在一領域學成，以後爲某種需要所迫，學習另一領域時，此經驗經常是相當有效的。這裏所要強調的是宜以選擇自己有興趣的領域爲主。

在準備大學入試時之讀書法是，所有科目都要能平衡發展，方能獲取高分的目標，若有某一科目不得意，乃以大部分時間花費在此科目上，這是求取錄取的特殊策略。故在剛進大學的學生中，有不少人忘了讀書樂。在大學生時代是一生中，能讀自己喜愛之書，最難能可貴之一機會。不少人在大學畢業後，剛步入社會時，常感嘆的說：「學生時代， 要是能多用功一點就好了」。 在四年間學得到的知識， 算不了什麼，但能穩定念書的習慣與方法，其後之發展必有很大的差別。

另一方面，數學或與之相近的方面，得注意「過飽不消化」。每天一點點的積蓄，即積分是很重要的一件事，跟聯考入試的準備一樣，開一整夜車數學，並不很奏效，這該是能想像得到的認識。在計算機科學也具有此性格的一門學問，是幸或不幸不得而知。

筆者在以前有同在一研究室工作的電研所之島田俊夫氏，他意味下面敍述的一段話：「喝酒對於定性之議論力量並不改變，但對於定量之說法，則醉了時的力量會減弱。即討論天下國家大事，酒精並不會使之變成爲負，數學定理的證明或計算機的算則理論，對於酒精而言並不會（影響）變成爲負的意思。

爲計算機科學的數學，是與傳統（純粹）數學不同，並不祇追求藝術的「美」，或科學的「眞理」，而是常把工程學的實用性或經濟性置於腦中。如光說原理性所能解決，而在計算機卻要花上幾年，那就毫無價值了。但反過來說，只要得到結果，其推理稍欠嚴密也無妨，這種想法也不健全，如果對於推理有缺陷，利用計算機所產生的結果，將會有敏銳的影響出現。欲求科學的精密度，工學與工程兩方面的意義，都屬計算機科學的分野，

單在計算機周圍打轉，而忽略了自己在做之工作的局部性部分，以致喪失在整體中所佔的位置。這在計算機社會中，所能影響的成果，恐怕就不易看見。像這種情形，由計算機外側觀望，而爲使全體能保持平衡的感覺，則數學意味想必很有用處。

與長久傳統數學所不同的， 計算機科學可以說是數學的一新分科， 在這個世界裏， 尙未確立的公理系，或絕對性公理，是幾乎不存在，這對富有冒險精神的年青人，說不定是一損失。但十年或廿年後，我想計算機科學將會以不同之容貌出現，筆者以稍感不安的想像而期待着。

經濟學與數學

（飯尾要（Iio, Kaname），和歌山大學）

1. Sancta cosa la masserizia

異於從前，因「對數學有厭惡，才到經濟系來」的學生，一般好像已減少了。經濟學在文科系中，是「最須用數學」的認識＝心感，已經擴展了，具有此心感的可說大略是「正確解」。經濟學是社會科學的一種，以人與人之間的關係，來研究社會關係的一種學問。不過這裏所出現的社會關係，主要的是以財物貨幣結合出現，以勞動、資源、時間及其他種種的組合做比較、分析是佔極重要的部分。不論如何，這種種形式，都以數學來思考。

在經濟學與數學的關係中， 常浮現於腦中的是在一本「家政論」中之一句名言——Sancta cosa la masserizia, Sancta cosa 是「神聖」的意思， masserizia 是十分理性的秤量。 詳言之即爲「施行合理性的經濟分析， 是人間很重要的一件事」。 此精神在今天的經濟學中可以說是不能缺少的。 當今所謂「合理的經濟人」常備受批評， 相信這並不是「合理性」本身的不是， 而是在狹窄的個人利益上着想的「合理性」，才會受到批判。如果在自然中之人類，站在人性、社會的立場，爲大衆利益的「合理性」，絕不可能被否定或批判。故要緊的是到底爲誰的「合理性」。也許我們可以說「由小理到大理」的思想，就是當今我們要建造的「合理性」。爲求這種合理性，則非借助於數學的基礎及思考的方法不可。

2. 在經濟學意識下之問題中學數學

要爲經濟學來學數學，到底該讀什麼樣的數學？事實上，在同學們或研究者同仁最感遺憾的是，對經濟學與數學的交集不易尋找得到，因而似乎無法說那些數學是必要的，那些數學爲不需要的。不過數學家銀林浩先生對於學經濟的學生有下面的看法，似乎對學經濟的人有些幫助。「像數學家去熟習數學定理的證明技巧，並無必要，也不必要求解難題，只要把握數學的思考方法就夠了」（參照「經濟學與數學」經濟セミナ——1974年6月號），但得先提第一必要的是微分，積分，微分方程式，線性數學，差分方程式，機率統計，這些在傳統性都列爲必要的數學。除此而外，最近更加上符號邏輯、集合、位相、代數結構等正確之知識也多列在要求之領域。或許有人以爲「眞不得了，這麼一來，讀經濟的時間就沒了」，但具此想法的人，他的讀書法就不對了。也就是說上述方式，並不是說讀數學就離開學習經濟，要不是一面學經濟，一面就其中所需再學數學，則不能達身歷其境的優點。這裏我就以學經濟的朋友，從他以往的體驗來敍述——我是昭和21年（1946年）進入舊制的高等學校，當時之舊制的高等學校，那時之數學老師是秋月康夫先生，他說「你們文科的學生，數學那裏能懂」，因而一年之間，只聽他講授 Poincaré 的「科學價值」（那也得相當的努力），後來進到大學時，東大恰爲「馬克斯經濟」全盛期，我們的統計學是由有澤廣已先生講授，一年間接連聽到「唯物辯證法」，最後乃說明「大量現象是偶然與必然的關係」，因而在當時，我們的數學修養，——一般的說，並不很豐富，其詳情從略。大學畢業後，在友人當中，對「數理經濟重新學習」的就逐漸地出現，當時有人說「只要關在山中，接受一個月之特訓，則數學就會有些概念，然後下山來接觸數理經濟」的無心提案，但並沒實現。大略持有此思想的人，大多因自己無法接近也無從接近數學的思考法，而暗中勸人學些必要的數理經濟學，計量經濟學。聽說當時有人在必要時，參照數學的教科書，慢慢地自修，直到大概能瞭解時，再回到經濟學的論文中來（卽使未必全部如此），以這樣形式來學習的人，在某程度也多能稍有成就。其原因雖不很淸楚，但總有些理由，其一就是出現在經濟學中之數學思考法，有幾個流動，爲熟習此情況，後者的學習法可能較佳。有句口頭語說「必要是學習之母」，在經濟學學習的實踐當中，爲經濟學的意義、內容以及問題意識而導出的數學學習法，是最能近身，以它再逐漸推展。今與昔不同，目前學經濟的學生在「教養部的數學」大概追得相當緊。但願就此用功多學些數學，以期能持有如上述學數學的想法。

3. 學概念或思考法的發展:

在今天經濟關係的概念，愈形複雜，要想把握其構造或運動法則，則必須要有數學的思想及概念。這個意思暗示着學經濟的人，不單是要學會數學的計算方法及技巧，就是數學的根基「思考法」或概念的意會也甚爲重要。特別在今天的現代數學，被稱爲「量與構造的科學」。這裏所說構造概念，當然不是社會構造概念，而是包含有益於社會的諸多事象。特別是常受指摘的以微分、積分爲中心之數學，有趨向自然科學開發之傾向，其應用有

數學⟶物理學—→化學—→生物學—→……等之連鎖性。但在社會科學上之應用，也多介紹物理學、工程學。在被稱爲構造科學（Structurewise Science）的現代數學中，其「形構」(configulation) 的基本概念，也會直接影響社會科學的一面。其意義並不是由物理學或工程學「導入」或「模仿」，而是爲社會科學本身的數學正處於被開發的時代。學經濟的諸君，如能多讀數學雜誌，以不亞於理學院的學生，大膽地運用數學的新概念，從而能思考出新的發展。

這種思想，在數年前有一、二位數學家說「在初等教育要教集合論，不如教以傳統的計算技巧做中心爲上策」時，定有相當不安的情緒。以數學家的眼光來說，雖不知如何，但以數學使用者的社會科學家之立場來說反而希望多教些符號邏輯或位相數學（拓撲學）等新數學。這在傳統性之理論經濟學；大聲呼籲再檢討時，是甚具其重要的意味。另一方面對文科系學生，能學一些「數學史」也是非常重要的一點，說來還是秋月先生有此卓見；在可能範圍內，對根基的書或古今數學家、科學家等成功史，能多讀些，以增廣見識是有需要的。

最後來提與學數學有關的問題。在日本學經濟的學生，都有一共有的疑問。即「該取馬克斯經濟或取近代經濟」的問題。對這一點，我的答覆是，如果在「昔時」或許不甚清楚，但從現在起的學生，若僅知此兩者之一，則大概會有些苦惱，當然主修的話，可能取其一，或依個人的社會觀及「嗜好」來決定。不過近年來雖然近代經濟學也有種種形態，而馬克斯經濟學中最近也很有數學傾向。因此不論選馬克斯經濟或選近代經濟，都極需學數學。以具備適當的數學修養及心得，方能對所選取的方向有發展，

註：馬克斯經濟與近代經濟：按馬克斯經濟派指專家以哲理觀點討論經濟學，所用數式較少。
近代經濟派系指以數理觀點討論經濟學，所用數式較多，如數理經濟，計量經濟等。

——本文作者現任教於清大數學系