

Joseph B. Keller (1923~2016)

Alice S. Whittemore, George Papanicolaou,
Donald S. Cohen, L. Mahadevan
and Bernard J. Matkowsky

翻譯：編輯室

本文彙集五篇追思文，原載 Notices of the AMS, Vol. 64 (2017), June/July, 606-615, 取得作者及 AMS 同意翻譯及轉載，謹此致謝。

— 編輯室

*Alice S. Whittemore*¹



Joe Keller (右) 與
Herbert Keller, 1930

Joseph Bishop Keller 是世界知名的應用數學家，其研究領域涵蓋了廣博的議題，包括波傳播、半古典力學、地球物理流體動力學、作業研究、金融、生物力學、流行病學、生物統計學和體育運動的數學。他的工作結合了他對物理、數學和自然現象的熱愛與不可阻擋的好奇心，試圖解讀實際存在且又不時戲弄人的謎團。

1923 年, Keller 出生於新澤西州的 Paterson。他的父親為走避俄羅斯反猶太大屠殺而移民美國，在禁酒期間從事白酒批發，後來開了一間酒吧。他的母親娘家由俄羅斯逃至英國後移民美國，她婚後在酒吧管帳。Joe 的父親在晚餐時用數學難題挑戰兩個兒子 (Joe 和 Herbert)，兩個男孩日後都成了數學家。

Joe 於 1943 年獲得紐約大學學士學位，1943~1944 年在普林斯頓擔任物理講師，1944~1945 年在哥倫比亞大學戰爭研究部擔任研究助理。他於 1948 年從紐約大學獲得博士學位，之後任教於紐約大學，參與創設 Courant 數學科學研究所。1979 年，他至史丹佛大學任教，成為數學系和機械工程系的活躍成員。

¹ Alice S. Whittemore 為史丹佛大學醫學院流行病學及生物統計學教授。



NYU 畢業 (1943)

1974 年, Joe 在 Courant 研究所任教, 受 SIMS (SIAM Institute for Mathematics and Society) 創始人 Donald Thomsen 請託, 負責監督紐約大學醫學中心的 SIMS「移植獎助計畫」。SIMS 的使命是暫時「移植」從事研究的數學家, 將其由理論學術環境「移植」到與應用問題相關的環境中, 藉此將數學專業應用於社會問題。Joe 答應 Thomsen, 並立即與準備被移植的我安排了一次初步的會面。我的研究目標是探索涉及流行病學和生物統計學的生物醫學問題, 而不是我一直在拚搏的群論問題。在這個為期兩年的獎助計畫中, Joe 每週主持黑板會議, 提供深具特色的支援和啟迪人心的指導。

形成癌症的未知生物學機制, 以及環境暴露 (如香煙煙霧) 的致癌作用, 引起我們興趣。幾位研究人員提出了量化的致癌作用理論, 試圖解釋暴露於致癌物質的人類和 (實驗室) 嚙齒動物的癌症發生時程。這些理論涉及正常細胞如何轉為惡性、繼而如何增殖形成可偵測的腫瘤。

一個主要的難題是: 為什麼許多癌症的發病率以年齡的五或六次方增長。例如, 如果我的年齡是你的兩倍, 我的罹癌風險就是你的 32 或 64 倍。為了解開這個難題, 研究人員宣稱, 在經歷多次接續的突變後, 正常細胞轉為惡性, 之後比正常細胞更快地增殖, 直到形成可偵測的腫瘤。

暴露於致癌物質導致突變的發生率增加, 進而增加癌症發病率。這一理論解釋了發病率何以隨年齡增長而急劇上升。但發生率是致癌物量的線性或二次函數, 與這理論相衝突。為了避開這衝突, Armitage 和 Doll 猜測突變的各階段以不同的速率發生, 只有一些階段受到特定之致癌物質影響。雖然這個多階段理論解釋了一些癌症數據, 但是它有一些生物學上的瑕疵。主要的瑕疵, 在於沒有任何直接的實驗證據, 可據以佐證癌症生成有兩個以上的階段。因此 Armitage 和 Doll 修改理論, 宣稱只需要兩個階段, 但中間階段的細胞可以比正常細胞更快地繁殖, 加速供應已部分轉化了的細胞, 而這些細胞終將惡化。



New Jersey (1975)

這些及其他一些理論已在具不同數學嚴謹度的各種醫學期刊中提出, 其預測已與流行病學或實驗數據中觀察到的癌症發病率模式進行比較。Joe 很快看出, 評論、融合許多不同的理論, 深具效益。我們以一個隨機方程的常用框架來描述細胞轉化和腫瘤生長的速率, 於 1978 年在 SIAM Review 聯名發表文章「Quantitative Theories of Carcinogenesis」。

關於遺傳和非遺傳因素如何導致人類罹癌, 修改後的兩階段理論及其後續延伸, 形成了我

們目前大部分理解的基礎。它們解釋了一些謎團，包括吸煙在肺癌中的作用、乳腺癌中乳腺密度的作用，以及遺傳在結腸直腸癌和視網膜母細胞瘤（眼睛的惡性腫瘤）中的作用。舉例來說，它們解釋了為什麼肺癌的發病率與吸煙時間的四次方成比例，但只和吸煙率（每天抽幾包）的平方成比例，也解釋了為什麼「曾吸煙者」的肺癌發病率不會下降到「終身不吸煙者」的發病率。



與夫人在法國長距離徒步健行 (1995)

Joe 對所有自然現象的好奇心涵蓋廣泛的生物、生物力學和生物數學謎團。除了吸煙者的肺癌和老鼠的皮膚腫瘤之外，他的著作涵蓋了哮喘發作的基礎機制、小貓的視力、運動員的跑步、蠕蟲的爬行、家庭的遺傳學、人類的聽覺和白血病兒童。這些工作，以及他在數學物理學和應用力學方面的重要貢獻，使他獲得了世界上最高的科學榮譽，包括國家科學獎章和成為倫敦皇家學會的外籍院士。

當被問及他如何選擇問題時，Joe 回答說，他需要了解問題背後的現象，也需要看出問題有一個數學的面向；此外，他需要預見解決方案可能具有的啟發性和重要性。而且，如同 Goldilock 的椅子，它既不太難，在數學上也不是微不足道。Joe 喜歡和學生和同事一起工作，他們尋求他的幫助以解決工作中遇到的問題，而這些合作帶來了豐碩的成果。

在紐約大學移植獎助計畫開始之後不久，有一天 Joe 和我在黑板會議結束時都餓了，就去附近的一家中國餐館用餐。晚餐時我繼續接受數學教育，但現在的課題是 inverse problem。Joe 解釋說，在典型的數學問題，你會得到一個你必須提供答案的問題。然而，在一個 inverse problem，答案給了你，而你的工作是提供相應的問題。例如，你被要求提供一個問題，其答案為「1 和 -1」，那麼您的問題可能是「方程式 $x^2 - 1 = 0$ 的根是什麼？」。為了進一步澄清概念，他又給了我幾個要找相應問題的答案。他接著要我提出一個問題，其答案是「Dr. Livingston, I presume」，我提出了一個問題，理由是 Stanley 曾在尼羅河附近找尋 Livingston。他立即告訴我，雖然這個問題是可以接受的，但最優的問題是「你的全名是什麼，Dr. Presume？」

那晚，我倆都不知道，我倆即將展開一起工作、同喜共樂的生活，直到 42 年後他辭世。

George Papanicolaou²

我第一次見到了 Joe Keller, 是在 1965 年 9 月, 當時我剛進 Courant 研究所, 是個對應用數學感興趣的研究生。Joe 開了一學期關於理論物理方法的課, 我選修了那門課及其他為第一年研究生開的數學課。Joe 的教學不比尋常; 即使在這個基礎課程, 數學也被表達地威風八面, 而不是像一棟為了自身需求而等待維修、補強的建築物。他有外向型的數學觀, 對於數學有著深富感染力的信心, 相信更深入了解問題的陳述和方法之後, 可以有所作為。他考慮的問題通常來自於數學以外的領域。他的觀點介於數學、物理和工程學之間, 因為他關心方法及其分析、適用範圍, 也關心新出現的結果、詮釋, 及其可能產生的衝擊。

在 60 年代後半, Joe 的研究已擴展到許多不同的領域, 有些與衍射 (diffraction) 理論大異其趣。衍射理論是他在 50 年代和 60 年代初期的主要研究成果, 最終發展為幾何衍射理論 (geometric theory of diffraction)。這個理論精彩地融合了高頻漸近分析、可用的極少數衍射問題精確解, 以及總波場中波分量的一致性幾何詮釋。他的幾何衍射理論源自優雅的概念簡單性。藉由散射環境的拐角、邊緣和其他特徵的位置和幾何形狀, 原則上可以寫出場中任意地方的高頻形式, 但是除了相當簡單的情況, 這需要數值計算。即使在今天, 高頻階段的散射現象仍很難用直接的數值計算進行分析, 因為在三維環境中, 探討的區域可延伸至數千乃至數百萬個波長。

藉由參加每週五下午 Courant 的應用數學研討會, 我學到了衍射理論和均勻漸近 (uniform asymptotic) 方法。這是一個更具一般性的理論, 譬如, 在衍射中可以幾近精確地描述陰影邊界 (shadow boundary) 附近的場。它比 Joe 原先的幾何衍射理論更複雜、更少幾何, 但是也更接近於一個完整的數學理論, 是傅氏積分算子和微局部 (microlocal) 分析在 1970 年代開始發展的理論。Joe 對此深感興趣。他在均勻漸近方法的一些結果至今仍無人能出其右, 但他當時已轉進非線性波、隨機介質及許多其他領域; 他對新視野更感興趣, 可以用改革後的方式套用漸近方法。

Joe Keller 和研討會都極具特色。他是一個非常好的聽眾, 很快就得知演講的要點, 領先房間裡的其他人, 經常包括演講者在內。在與波、漸近相關的任何事情上, 他在研討會上的評論和提問, 對我來說至關緊要, 對其他人而言毫無疑問也是如此, 因為我因之而看到方法和理論的斷層線所在。閱讀論文或在研討會上聆聽精緻的演講, 很難有此收穫, 除非 Joe Keller 也在房間裡。Joe 在七十年代離開 Courant 去史丹佛



史丹佛 (2003)

²George C. Papanicolaou 為史丹佛大學 Robert Grimmett 數學教授。

大學，我們之後在 Courant 努力延續週五的研討會，承接 Joe 所開啟的傳統，我認為我們在幾個領域做得很好。1990 年代初，我到史丹佛大學任教，意識到的第一件事，就是 Joe 的聲譽已然確立，被譽為研討會的特別與會者。不僅在他移植到史丹佛大學的週五數學研討會上如此，也擴及材料科學、應用物理學，特別是流體力學研討會。他每年夏天在 Woods Hole 積極參與地球物理的流體動力學學程，被一代又一代的研究生緬懷，因為他睿智的評論總能突顯出事情的重點。在史丹佛大學的流體研討會上，Joe 的意見和問題總被殷切期待，特別是當演講者含糊其辭或講得太快時。當然，讓研討會常客感到高興的是，Joe 對自命不凡的講者不會有任何耐心，並不總是用外交辭令評論。

我和 Joe 一起研究隨機介質 (random media) 上的波，這是一個受他想法影響極深的領域。不均勻介質 (inhomogeneous media) 中的波傳播在二十世紀早期即已受到關注，甚至更早之前 Maxwell 等人已曾著眼於此，但在二戰後，由於聲納、雷達以及地震勘探，才真正受到重視。在天文學和天文物理學的驅動下，描述光線通過大氣層路徑的工作已發展得相當好，是靠輻射運輸理論 (radiative transport theory) 完成的，屬現象學範疇，而與 Maxwell 理論無關。Joe 明確地闡述了波在隨機介質時的數學面向，譬如：根據幾種長度尺度和其他參數，識別不同類型現象所屬的階段，有點類似無量綱化的流體動力學。在整個 60 年代和 70 年代初期，他經常講述這個課題，而他的研討會極受歡迎。

他涉獵其他許多研究領域：非線性波動、各種流體力學問題 (包括潤滑理論)、滿足或不滿足變分原理的材料有效性質、材料均勻化理論 (homogenization theory)、數值計算的有效邊界條件、數學生物，甚至金融數學中的美股選擇權。他的貢獻對應用數學產生巨大而持久的影響。

*Donald S. Cohen*³

1959~1962 年，我是紐約大學的研究生，1963~1965 年在紐約大學與哥倫比亞大學兼職當博士後。紐約大學數學所當時不被稱為 Courant 研究所，被安置在紐約市華盛頓廣場附近的兩棟舊建築內。

Richard Courant 成功地將納粹德國的幾名難民帶到紐約，試圖延續偉大的哥廷根傳統。當我在 Courant 研究所時，K. O. Friedrichs, Fritz John, Wilhelm Magnus 和 J. J. Stoker 等資深教授仍在授課。比我稍年長的年輕人，諸如 Cathleen Morawetz, Jürgen Moser, Peter Lax, Louis Nirenberg, Paul Garabedian, Harold Grad 和 Joe Keller，則正在推高聲望，之後獲頒許多聲譽卓著的獎項。我選了其中幾個人的課，也聽了很多其他人的演講。

³Don Cohen 為加州理工學院 Charles Lee Powell 應用數學 (榮譽) 教授。

二十世紀的物理學引導出重要而困難的微分、積分方程組，而哥廷根大學的很多數學都致力於了解它們的解，為此而探討許多分析的理論和技術。同樣的哲學主宰紐約大學。泛函分析、代數、拓撲、幾何和近似方法也因此而被納入考量。那是一個夢幻般的地方。



Joe 相當幽默風趣

Joe Keller 已躋身年輕的明星。他堅持要大家稱他 Joe。聲望和尊敬源自他對數學的掌握和他運作團隊的方式。他調皮逗趣，容許被斥責，也會回嘴，但他顯然大局在握。他的轄區位於 Waverly 廣場 25 號一個小而老的建築物七樓。他位在短走廊中間的門總是敞開，周圍的研究生和博士後也都如此。當時電腦和網路尚未存在，大家都會現身，而令人興奮的數學無處不在。Joe 平易近人，經常在各個辦公室督導各領域的研究。

當時 Joe 生活的重要部分是每週的籃球研討會，其中涉及能力很差以及能力非常強的人。如同他所有努力從事的工作，他非常有競爭力。他只有中等球技，但是攻勢特別凌厲，而且不介意酷待身體，只要求籃球乾淨、合法。這研討會的真正目的是讓大家有一個愉快的時光，之後再一起去紐約市唐人街的 Wal Kee 中餐廳。Joe 總是收集支票，告訴我們每個人要支付多少錢，然後支付總額，並表示他的服務費是要用來補強他的薪水。我毫不懷疑，他當年為我們那些研究生付了很多膳食費。

Joe 半禿，曾經長期留著濃密的鬍鬚。一天早晨，他鬍鬚刮乾淨現身，說有個完全陌生的人告訴他「腦袋上下顛倒了」，因此他刮了鬍鬚。(眾所周知，Courant 有一個告誡：講一個故事，重要的是講法恰當，卻不需符合事實。)

我從來沒有選過他的課，也只讀過他幾篇著作的一些部分。然而，在形塑我早期展望和發展上，Joe 比其他任何人著力更多。他經常在傍晚時分到我的辦公室待上好幾個小時，想找些問題做。他目擊的每樣東西，幾乎都提示他一個數學問題。關鍵是如何陳述容易處理的問題，從中擷取答案，藉以對現象進行合理的解釋。我大學主修物理，在 Brown 和 Cornell 學習了大量的古典物理學，之後在紐約大學找到了我知性的家。當時，無量綱分組 (dimensionless groupings)、基本而一般的電磁學替代方程式，及其他源於流體或固體力學的替代方程式，剛由一位物理學家完成，而量身打造的「laws」(最優化的說法是 conservation laws) 已被接受為答案。我盡己所能接受這些 (就研究生來說不很尋常)，而顯然 Joe 無法接受，他想知道這些是如何經由理性的過程得自嚴格推導出的理論。Joe 的目標是要經由操作而理性地得知「近似」的本質，並且

能以清楚的「近似」含義給出解釋。更有甚者，在不存在既有理論時，他試圖回答更深層次的問題。在那些日子裡，他的大部分工作是在提供一個漂亮的高頻衍射理論，涵蓋可穿透和不可穿透的物體，且可通過均勻和不均勻的介質。他在黑板上工作，直到看不到什麼更有希望的東西。親眼目睹一個稟賦非凡的學者的這一切作為，是極其美好的教育。

Joe 想知道每個人正在做的每件事。除了我選的研究生課程，他建議我參加 Friedrichs 關於 Hilbert 空間算子頻譜理論的一系列講座。他和我都出席了；聽眾囊括了幾乎所有的教授和幾位研究生、博士後。我們還參加了 Nirenberg 的講座，講述一般邊界條件下的橢圓偏微分方程解及其導函數之 L^p 估計。我們也去聽 Moser (正在訪問) 的演講，其內容日後成為 KAM 理論的一部分，而動力系統中擬週期軌道的小除數，日後也將形成困難。Joe 學習、知道的純數學，多於一般人對他的認識 (他在我去那裡的前一年教過關於拓撲的研究生課程)；他能夠迅速地吸收相關的想法，知道它們對於他所懸念的許多問題有什麼用處。

一個星期一上午，他問我們辦公室裡的幾個人周末做了什麼，接著他被問到他做了什麼。他簡單地回答說：「喔，我結婚了」，這是他與 Evelyn Fox 成婚的逗趣公告；她是博士後，從未參與我們任何物理導向的研究，我們也沒人知道 Joe 在追求她。

之後，Joe 因為明顯的原因待在辦公室裡的時間變少了。我們有了一座新建築，數學系也被重新命名。研究生們稱這個新建築為 Courant Hilton，將它的優雅與兩棟舊建築的破舊相對照。資深教授佔用位居角落的大型辦公室，他們的門生則分散在整個建築物內。我認為 Waverly 廣場 25 號激動人心的氣氛消失了；Joe 經常告訴我，對他來說前後差異極為顯著。

多年來我在加州理工學院多次遇到 Joe (我在這裡已經待了五十多年，Joe 的弟弟 Herb 也是這裡的教授)。我在 Los Alamos 也遇過 Joe (我在那裡當顧問)。我們總是深入地談論數學和物理，他的好奇心和力道從未減弱。舉目所及似乎都建議了他一些課題去研究；而當他呈現結果時，非凡深度和原創性一如既往。

我對他持久的記憶都是年輕時的 Joe Keller，精神上和身體上都非常活躍，經常愛玩耍，愛講述涉及 (他所謂的) inverse problem 的可怕笑話，對於學習新事物和解決極其困難的問題深感興趣，真正願意為學生講演研究成果，從而諄諄教育後代有興趣的人。一部分會有幸與他互動的人形成了所謂的 Keller school。

*L. Mahadevan*⁴

二十世紀中葉的應用數學傳承自十九世紀的自然哲學，範圍涵蓋力學、熱力學、光學、流體力學和電磁學。二戰後，特別是在太空時代誕生之際，研究主題蓬勃開展，包括：創建數學工

⁴L. Mahadevan 為哈佛大學 de Valpine 應用數學、物理、有機體和進化生物學教授。

具來近似地解決分析上棘手的問題，及將數學想法應用於工程、物理、生物學等。

雖然很難想像任何人能在這兩個場域都表現出色，但 Joseph Keller 是這樣的。在漸近分析、擾動方法和混合數值-分析法 (hybrid numerical-analytical method) 等領域，他的基礎性數學貢獻已獲公認，而他又將這些部署在非常寬廣的領域，包括波傳播、量子、統計、連續力學、具確定性或隨機性的傳輸現象。

1948 年自紐約大學獲得博士學位後，Keller 在 Courant 研究所上世紀中期的知性激盪下成就斐然。此研究所由他的導師 Richard Courant 創建。他的研究始自波傳播的初步探討，在三十年間擴展而涵蓋了自然哲學、量子、統計力學以及工程應用。他在史丹佛大學度過了人生最後三十多年，將他的興趣進一步擴大到工程和生物學，偶爾並涉足醫藥、體育和金融。他在這些領域的著名研究為他帶來了許多榮譽，深入介紹這些成就的文章到處可見。

除了他所闡明的具體問題和他所創造的技巧外，有一些科學和數學主題在他的工作中反覆出現：對問題的精湛品味，運用類比、以某一領域的想法觀照另一領域的問題，藉由深刻的物理直覺、數學上的精簡來創造及使用技巧解決問題。下述的幾個小插曲，或可打開一扇窗，讓我們一窺他的想法。

他的風格有一個持久的特點：能夠在任何主題中陳述一個容易處理的數學問題，而這經常是發生在其他人還沒有意識到有問題可問時。這促成了涉足甚廣的論文，例如：公平的硬幣投擲 (硬幣沿直徑自轉，有時被稱為 Keller 翻轉，角速度和垂直速度很大時漸近地趨於準確，*Amer. Math. Monthly* (1986))，混合一副撲克牌所需的洗牌次數 (七次，用 Persi Diaconis 早期工作的簡單論證推導出來)，摩擦力存在時衝擊剛體的機制 (這可能導致非常反直覺的動作，如反向反彈，*J. App. Mech.* (1986))，以及對阿基米德的浮力原理的修正 [3] (考慮了表面張力的效用，*Phys. Fluids.* (1998))。這些分析有個指導原則：在兩個科學領域肥沃邊界存在著豐盛的水果，有時不起眼地位在兩個介質之間。Keller 有著敏銳的雙眼，知道如何發現和挑選這些水果！

人性固有的優化需求給了他一個問題泉源，他屢屢浸淫其中。他在電磁反向散射 (inverse scattering) 的工作激勵了他，促使他研究了許多工程、力學和生理學方面的優化設計、控制和策略的問題。例如，他解決了由 Lagrange 提出的問題：給定體積和長度，最強柱子的形狀 [1]；他將之陳述為特定 Sturm-Liouville 算子的特徵值問題，而後使用等周界不等式，推論三角形截面為最優。之後，其他人對此結果進行改進和推廣，對結構優化 (structural optimization) 持續產生影響。Keller 還計算出賽跑的最佳策略 (短距離時，厭氧策略是最好的，但一旦距離大於 300 米，必須盡快加速到最大速度，然後切換到有氧策略，維持等速，耗盡能量，最後滑過終點線，*Phys. Today* 1973)。他也擬出最大化壽命的計畫 (一些但不是太多的熱量限制和運動是好的，而 Keller 也實踐自己寫的內容)。他還制定了排名棒球隊的策略 (Google 的頁面排序

演算法的先驅; 在 1970 年代紐約大學的聖誕講座中, 他使用 Perron-Frobenius 定理, 證明了存在著符合球隊相對優勢的排名向量), 以及工廠的最佳檢查策略 (陳述為變分問題以求解)。在每一種情況, 他都能夠得知問題的數學本質, 揭露其具體來源及其更廣泛的支流。



與 Sol Rubinow (左) 在麻州 Woods Hole
(1960 年代中葉)

除了善於利用無人地帶, Keller 結合物理直覺和數學專長, 將類比用為領域間的橋樑。他在半古典力學領域被引用最多次的作品, 跨越了量子力學和古典力學 [2], 解決了連接不同量子力學框架的難題, 是他、Sol Rubinow (如圖所示) 及之後其他人的精心傑作。他使用約化波動方程 (reduced wave equation) 的高頻極限與薛定格方程之間的類比, 展示如何用其他領域的知識來解決某一領域的問題。在另一場域, 他看出靜電方程、慢流體流 (slow fluid flow)

和彈性體固有的線性和彼此的相似性, 了解一個小參數的出現 (由於幾何形狀, 如狹縫; 或由於性質上的大對比, 如在介電 (dielectric) 混合物、懸浮液等) 如何使調和函數的理論可用以分析「決定有效性質」的問題。這使得他可以推導出複合材料有效電導率 (effective conductivity) 的定理 [3]。在之後的幾十年中, 這一想法的變種, 在均勻化電磁學理論 (處理在材料統計上的平均性質, 影響工程學) 的脈絡下, 已成為應用數學領域大量工作的來源。

簡潔的美德似乎是另一個 (也許是不言而喻的) 主題。事實上, 他的一些著作只不過一兩頁, 幾乎沒有參考文獻, 但還是帶來衝擊。例如, 他探討被拉伸到其靜止長度許多倍的弦, 證明其大振幅運動可由線性波動方程描述, 並隨後將此結果推廣至有限變形的連續統 (continua) (Amer. J. Phys. (1959))。有趣的是, 這宏觀地見諸於被稱為 Slinky[®] 的螺旋彈簧玩具, 微觀地體現於高度拉伸的聚合物。在另一篇半頁的短文中, 他討論如何用一個可解的微分方程, 在湍流之邊界層流中, 調和一個冪律 (power law) 過渡至另一個冪律的過程 (Phys. Fluids (2002))。在 Theoretical Population Biology (2004) 四個段落的著作中, 他探討死亡率與年齡之間的關聯, 展示了一個簡單的模型如何解釋初始增長及繼之而來的老年飽和!

討論一個新的問題或解決方案, 同時又輕鬆展現自己的名聲, 是 Keller 最幸福的時刻。儘管他獲得了許多有聲望的獎項, 但兩個搞笑諾貝爾獎給了他特殊的喜悅, 因為「讓你笑的研究, 然後讓你想」。很可能, 因他之故, 搞笑諾貝爾獎的聲望提升了! 第一次獲獎是因解釋茶壺效應 (與 J. M. Vanden-Broek 共享), 第二次獲獎是因解釋馬尾的動態 (與 R. Ball, R. Goldstein 和 P. Warren 分享, 他們計算其形狀)。他到會場, 打扮得像巫師, 戴著馬尾辮解釋

他的想法, 享受喧鬧的會場、紙飛機及其他種種 (作者可作證)。他究竟做了什麼, 為什麼有人關心這些?

曾從水壺倒茶的人都知道, 要提防壺口的水滴搞砸下午茶時間。大多數旁觀者解釋這種效應時, 對表面張力都含糊其辭。Keller 由流變學家 Marcus Reiner 的實驗 (他在水中倒下了彩色的茶, 此時界面力量不重要, 但效果仍然持續) 得到靈感, 在 1950 年代寫了一篇關於慣性效應 (和 Bernoulli 原理) 的短文 (Teapot effect, J. Appl Phys.) 解釋這一現象, 後來形成了更為完整的理論。六十多年後, 郊遊時前方跑者的馬尾辮可能給了他靈感, 讓他質問: 為什麼頭頂上下振動時馬尾辮會左右搖擺? 關鍵是柔性線的邊界會週期性且鉛直地迫使它不穩定。Keller 證明 ([Ponytail motion], SIAM J. Appl. Math), 在相當一般的假設下, 可以推導出描述這種現象的 Hill 方程。這方程普遍地見諸於參數驅動振盪器 (parametrically driven oscillators) 的理論、天體力學, 而讓 Paul 和 Dehmelt 獲頒諾貝爾獎的離子陷阱 (ion-trap), 其理論也奠基於此。這個洞察使得 Keller 能推斷不穩定的條件, 並證明: 以幾赫茲的頻率擺動的馬尾辮, 最不穩定的長度約為 25 公分。如果你的頭髮夠長, 自己測試一下!

他對科學廣泛的興趣, 以及溫暖、友好的風範, 使他平易近人且能啟迪人心。他特別善於鼓舞年輕的數學家 and 科學家, 正式和非正式地指導了很多年輕學子。在 Woods Hole 海洋學院, 他參與地球物理流體力學計劃的暑期工作五十多年, 每天下午他現身門廊, 學生和同事們紛紛前去找他諮詢。他的科學遺產 — 對大自然無可熄滅的好奇心, 以及一份謙卑, 體現於信念, 相信每個問題都值得我們思考、並從中學習 — 將會長存。

*Bernard J. Matkowsky*⁵

我 1950 年代上大學時, 很少有應用數學學程, 而且大部分不為人知。雖然我喜歡工程和科學方面的問題, 但我不滿意分析這些問題的方法。我更喜歡數學家的做法, 儘管我還是想涉足科學與工程的問題。1960 年, 我是電機工程研究生, 有幾位教授認為我在紐約大學 Courant 研究所可能找得到我所尋找的, 一位教授進一步建議我只和 Joe Keller 一起做研究。幸運的是, 我遵循這個建議, 並直到今天都很感念自己當年那樣做。Joe 深遠地影響並啟發了我以及紐約大學、史丹佛大學好幾世代的學生, 形成了所謂的 Keller School of Applied Mathematics。

學生時代, 我竭盡所能地涉獵 Keller 的著作。當然, 我讀了關於幾何衍射理論的著作。我讀了關於特徵值之漸近解的著作, 這與我的論文有關。我也讀了關於邊界層問題的著作, 以及關於非線性邊界值問題的擾動、分岔理論和其他主題的工作。我從中學習。有一篇不太知名的著作, 雖然與我的論文無關, 卻給我留下了非常強烈的印象。

⁵Bernard J. Matkowsky 為美國西北大學 John Evans 工程科學和應用數學、數學及數學工程教授。

在科學與工程方面，一些基於不同數學模型的不同理論，經常被提出來解釋特定的現象，然而卻說不清在什麼條件下哪種模式是合適的。一些模型是為特殊問題而量身打造，一些模型是基於簡化的假設，而另一些模型是「近似」於更具一般性的模型；它們不是有系統地被導出來，我們也不清楚不同的模型如何相互關聯。所謂的近似模型一個接著一個出現，較簡單模型的一些術語被保留下來，而具有相當規模的其他模型則被揚棄。不用說，這種研究方式不是很令人滿意，特別是對一個年輕的學生來說。

在「A Theory of Thin Jets (薄噴射理論)」中，Keller (和他的博士生 Mortimer Weitz) 考慮了噴射流 (jet flow) 的問題，想決定噴射流形狀和速度分佈。噴氣流理論奠基於流體動力學 (hydrodynamics) 方程，但該理論只成功地解決了少數的問題。更為一般的問題是用較簡單的水力理論 (hydraulic theory) 處理，要先假設每個橫截面上的壓力和速度都為恆定；但這假設與流體力學方程不相符，因此，水力理論是奠基於不同的、近似的方程。Joe 寫道：「立即出現的兩個問題是：兩種理論之間的關係是什麼？如何改進水力理論的成果？在本文中，我們回答這些問題，提出一種解決流體動力學問題的方法，其解是噴射厚度(除以一些典型尺寸) ε 的級數，即 ε 的漸近展開。這級數的第一項是由水力理論得到的解，因此回答了第一個問題。該級數的高階項對水力理論進行了修正，因而回答了第二個問題。」

Joe 的論文對我是個啟示：不僅給出問題一個很好的解答，而且更重要的是，對一個長期困擾我的一般性問題提出一個有系統的、理性的研究方法。自此以後，我採用這種方法分析了各個領域的各種問題。

就解決科學和工程問題的數學技巧而言，Joseph B. Keller 是近代最重要的創作者。他對數學方法和各應用領域的傑出研究貢獻，使他獲得了這個聲譽。他經由自己的工作，以及和他的學生和其他科學家合作的成果，對數學問題的陳述和解決方式產生了深遠的影響。在數學方法的發展過程，Joe 結合了無與倫比的創造力及非常深刻的物理洞察力。他有神秘的能力，能用簡單而寫實的模型描述真實世界的問題，通過複雜的技術 (許多是他自己創造的) 解決這些數學問題，然後以簡單的術語解釋成果及推論。他是漸近分析的大師，並且是個藝術巨匠，神乎其技地將一個領域有用的想法應用於其他領域。他的作品具有獨創性、深度、廣度且優雅細緻，他所獲得的成果具有持久的重要性。我們簡要介紹一些亮點。



紐約 South Street Seaport, (1990)

Joe 最傑出的貢獻之一是幾何衍射理論 (GTD), 為解決波傳播的問題而提出。在二戰期間, 他在哥倫比亞大學戰爭研究部從事聲納的研究時, 開始考慮這問題。GTD 是幾何光學理論 (GTO, geometric theory of optics) 的重要延伸, 該理論以射線描述波傳播。Joe 的延伸工作包括衍射的現象, 以及 GTO 預測不到的信號。Joe 開發了系統化的方式來處理高頻波傳播, 從而導出並解出方程, 能決定射線、決定信號傳播的路徑、控制信號如何沿著射線傳播。他預測: 射線行經障礙物或介質不均勻處時會發生什麼。在 Joe 的工作之前, 只有少數孤立的問題得到解決、了解, 但沒有一個一般性的理論, 可用以解決更複雜且在科技上具重要性的問題。現在有專書討論 Joe 的理論, 工程師和科學家沿用他有系統的理論迄今。事實上, 對於在複雜環境中從事雷達、天線設計和一般高頻系統的人來說, 他的理論不可或缺。他的理論已經並且仍然適用於各種藉波傳輸信號的問題; 這些問題發生在聲學 (如聲納)、彈性動力學 (如定量非破壞性測試) 及石油的地震勘探中。所有這些領域的文章通常寫到「我們採用 Keller 的方法 ...」

Joe 還證明, 他處理波傳播的方法可以擴展到其他類型的問題, 如半古典力學。在這個基本且深入的工作中, Joe 推廣 Planck、Bohr、Sommerfeld、Wilson、愛因斯坦和 Brioullin 的工作, 導出不可分離系統的正確量子化規則, 從而使結果在任何坐標系中都有效。他的研究結果被稱為 Einstein-Brioullin-Keller (EBK) 量子化規則, 目前廣被化學物理學家和其他科學家採用。在這半古典量子化工作中, 他介紹一個重要測度, 對應於封閉曲線通過焦散曲面 (caustic surface) 的次數。該測度之後被 Maslov 推廣到 Lagrangian 流形, 被稱為 Keller-Maslov 指數。後來 Joe 擴展該指數到有界域中的特徵值問題, 未必與量子力學相關, 但受制於一般的偏微分方程組。

Joe 的工作激發了美國和海外的大量文獻, 不僅科學和工程的許多領域經常援用他的方法和結果, 在數學界純數學者也研究他的結果。舉例來說, 他的工作一直是傅氏積分算子和 Lagrange 流形理論許多發展的原動力。

此外, Joe 常因考慮問題而開闢探索方向, 隨後被研究學者熱烈採納。他關於非線性波動方程奇異點演化的開創性工作就是一個例子, 他在分岔理論和非線性特徵值問題上的工作也是如此, 在他的研討會講義出現之前很少被注意, 如今則是純數學家 and 應用數學家探索的一項最熱門課題。

Joe 也考慮了通過異質、湍流或隨機介質的波傳播問題, 涉及行經諸如大氣和海洋等介質的信號傳播, 由於介質的性質而發生波動。他草創了兩種被廣泛使用的方法。第一種是平滑法, 涉及小幅度變化的問題。第二種是多尺度 (multiple scale) 方法, 處理係數快速變化的問題。第二種方法能夠處理含尺寸 (size) 不小的小尺度波動。這個理論現在被稱為均勻化理論 (theory of homogenization), 自從被其他人採納, 已經有很多書對其著筆。在每種情況下, Joe 展示如何將波動係數有系統地替換成有效係數 (有效係數是波動係數的適當平均值)。接著, 他擴展工

作，展示如何有系統地為各種問題導出有效的方程；這些問題未必與波傳播相關，包括複合介質的問題，以及要決定小尺度微觀異質性介質的大尺度宏觀行為。他秉持他的作品特色，以簡單的陳述克服了限制早期理論的不均勻性 (nonuniformities)。

Joe 對服務國家並不陌生，研究過許多與國家安全有關的問題，曾在各種諮詢委員會、國家小組和委員會任職。在哥倫比亞大學戰爭研究部從事聲納研究之後，他為了預測 Bikini 原子彈測試的震波和水波，曾經研究過水下爆炸的問題。當時有人擔心可能會發生破壞日本和其他太平洋國家的海嘯，他的分析顯示沒有這樣的危險。他還在 Argonne 和 Los Alamos 國家實驗室研究氫彈爆炸。在 1950 年代初，他與 von Neumann 都在空軍特種武器計畫 (AFSWP) 的水下原子彈委員會，評估 A-炸彈爆炸對船隻和潛艇的影響。他為 AFSWP 啟動了另一個關於 A-炸彈爆炸的計畫。1960 年代後期，他是 JASON 的成員，也是國防部和其他政府機構的科技事務高級顧問。他擔任 AFSWP 其他計畫的顧問，也是美國海軍航空發展中心、美國陸軍化學兵團，以及 Argonne、Brookhaven 和 Los Alamos 國家實驗室的顧問。



1996 年獲 Nemmes Prize
右為 B. J. Motkowsky

Joe 是一位老師，也是位卓越的解說者。他兩次獲頒 MAA 的 Lester Ford 獎，表彰他傑出的闡述性著作。他獲頒美國三大數學學會、各種工程學會以及來自美國和國外的國家科學協會的獎項。大約 60 名博士生和無數受過他訓練的博士後，現在已成為成功的應用數學家，進一步佐證 Joe 的影響力

最後，Joe Keller 這個人。多年來，無數的數學家、工程師和科學家受惠於他的敏銳和善體人意。他耐心傾聽，貢獻有用的見解，並提出建議和鼓勵。對我們而言，他就是“Joe”，是老師、同事和朋友。世界失去了一個巨人。他會被緬懷；他的精神遺產永存。

參考文獻

1. The shape of the strongest column, *Arch. Rat. Mech. Anal.* 5 (1), 275-285, 1960.
2. Corrected Bohr-Sommerfeld quantum conditions for nonseparable systems, *Ann. Physics* 4 (2), 180-188, 1958.
3. A theorem on the conductivity of a composite medium, *J. Math. Phys.* 5 (4), 548-549, 1964.