

Joseph Keller 訪談錄

Allyn Jackson

翻譯：編輯室

訪談由 Notices of AMS 資深作家暨副總編輯 Allyn Jackson 於 2004 年 3 月進行, 本文原載 Notices of the AMS, Vol. 51 (2004), August, 751-760, 取得作者及 AMS 同意翻譯及刊載, 謹此致謝。

— 編輯室



Joseph Keller 攝於加州史丹佛家外

Joseph B. Keller 是近代最重要的應用數學學家。他研究的課題跨越廣泛的領域, 包括波浪傳播、半古典力學、地球物理流體力學、流行病學、生物力學、作業研究、金融和體育運動的數學。他最著名的工作之一是幾何衍射理論 (Geometric Theory of Diffraction), 這是古典光學理論的延伸, 啟發學界在偏微分方程的研究中引進幾何方法; 另一著名工作是 Einstein-Brillouin-Keller 方法提供了計算量子力學特徵值的新途徑。Keller

有約五十名博士生和許多合作者。他有四百多篇著作, 晚年仍活躍於研究工作, 受訪時最新的一篇文章刊登在該年度的 “Proceedings of the National Academy of Sciences”。

1923 年 Keller 出生於新澤西州的 Paterson 市。1943 年從紐約大學獲得學士學位, 1943~1944 在普林斯頓大學擔任物理學講師, 1944~1945 年擔任哥倫比亞大學戰爭研究部的研究助理。1948 年他由紐約大學獲得博士學位, 之後任教於紐約大學, 並參與創建 Courant 數學科學研究所。1979 年後, 他任教於史丹佛大學, 訪談時為史丹佛大學榮譽教授。

Keller 在研究生涯中獲得了許多獎項和榮譽, 包括工業和應用數學學會的 von Karman 獎 (1979)、美國機械工程師學會的 Timoshenko 獎 (1984)、國家科學獎章 (1988)、國家科學院應用數學和數值分析科學獎 (1995)、西北大學的 Memmers 獎 (1996) 及 Wolf 獎 (1997)。

早年

Notices (以下簡稱「N」): 你是如何對數學產生興趣的?

Keller (以下簡稱「K」): 我童年時一直擅長數學。我的父親沒受過教育,但是個聰明人,在童年時給弟弟和我出數學難題。舉個例子:一隻鵝遇到一群鵝,那隻鵝說:「你好,100隻鵝」,鵝群的領袖說:「我們不是100隻鵝。但是,如果我們數量增為現在的兩倍多,然後再增加一半的量,我們就是100。」那麼原來有多少隻鵝?這是一個典型的例子,我剛好記得。



Keller 4 歲

我念新澤西州 Paterson 市東區高中時,有幾個很好的數學老師,其中之一是 Dougherty 先生。我高中畢業二十年後才又有他的消息。當時我任教於 Courant 研究所,收到他的信,說他剛買了 Morris Kline 的一本書,封面有一條曲線,他試圖找出那條曲線的方程式而沒有成功。他寫道,他知道 Kline 是一個非常忙碌的人,但也許我可以問他那條曲線的方程式。因此我把這封信轉給 Kline,他還記得 Dougherty,因為每年 Dougherty 都會從高中帶團參加在紐約大學舉行的 Pi Mu Epsilon 競試。我曾是該團隊的成員。Kline 讀 Dougherty 的信時,說:「Joe,這圖有些有趣的內情。我把第一象限的一部分交給了製圖的人,他應該把它翻轉來完成整個圖。但是他沒做對,因此根本就沒有簡單的方程可以給出這個圖形。」Kline 很驚訝 Dougherty 發現了這一點,給他一本書作為獎勵。之後, Dougherty 到賓州州立大學教書;不在高中,他「畢業」了。

我一直對數學感興趣。當我上大學時,我以為我會主修數學,但是大一時我選了一門物理課,很受吸引,因此轉為主修物理。直到畢業,我同時主修數學和物理。之後,我在普林斯頓大學擔任物理講師;那是在第二次世界大戰期間。

N: 有人告訴我,你上過愛因斯坦教授的課。真的嗎?

K: 不,我在普林斯頓時,和愛因斯坦有過兩次接觸。一次是在街上和他擦肩而過。另一次,我去聽羅素 (Bertrand Russell) 的演講,愛因斯坦也在觀眾席上。我睡著了,但愛因斯坦沒有。所以我認為那演講對我來說很容易,但對愛因斯坦來說很難。



Keller (右上), 與父母、弟弟
(1950 年代初期)

N: 你當時常和普林斯頓的數學家來往嗎?

K: 喔,當然,因為是在戰爭期間,研究生很少,所以我和他們都有來往。我選的課數學和物理各占半數。我選了 Lefschetz、Tucker、Church、Bohnenblust 和 Chevalley 的課。我和

Pauli 選了同一門課。當然，許多人在戰爭中離開校園，有些人在 Los Alamos。

我能繼續在普林斯頓學習，是因為我在一個學程授課，該學程要將武裝部隊人員在戰爭結束前訓練為工程師。1943~1944 年，我在普林斯頓一年後，大家意識到戰爭將在訓練學生成工程師之前結束，該學程因而被終止，我也必須找新工作。我去了美國物理學聯合會 (AIP)，該會派遣我到哥倫比亞大學戰爭研究部。該職位是為科學研究發展廳 (OSRD) 工作，辦公室在帝國大廈五十樓。這項工作是要分析潛艇探測中聲納 (sonar) 的使用情況。這些就是我在戰爭末期的工作。

我在那裡有非常好的同事，大部分是物理學家。我的老闆名叫 Henry Primakoff，是一名物理學家。我和另一位研究生 Martin Klein 分享一個辦公室，他目前是耶魯大學科學史教授。我遇到很多在那裡從事潛艇偵測的人，例如 Conyers Herring，他目前是史丹佛大學物理系榮譽教授。

順便說道，我在那裡工作的期間，一架飛機撞上帝國大廈。事件發生在星期六。我那天遲到。當我到達時，大樓被封鎖，我無法進入。這是世界貿易中心浩劫的前兆，儘管這是個意外。該事件肇因於雲層水平非常低，飛行員看不到建築物。

我們的工作是關於以下類型的問題：「從潛水艇反射回多少聲波？」我們有個設備，稱為投射儀 (projector)，類似水下揚聲器，會發出聲波。波擊中東西後，一些波會反射，被一個被稱為接收器 (receiver) 的設備收到。聲納官員聽取反射的聲音，通常用耳機聽。當他聽到一些聲音時，就能斷定有某個物體存在，然後他會試圖精確找出它的位置。關鍵是要計算波如何穿過水面、散開、弱化、擊中物體，也要計算散射回來的量，以及信號回到接收器時的強度。我們試圖了解：在什麼範圍內可以偵測到潛艇，什麼是最好的頻率？投射儀發出波束，之後波束會伸展開；如果沒有偵測到任何物體，你會改變方向再次執行。那麼你應該每次移動多少，修正多少角度？你用多長時間等待信號回來？潛艇有多深？你時否應該朝上、往下看？有這樣的各種問題。

我們在新澤西 Mountain Lakes 有一個實驗室。偶爾我被派去測試投射儀和接收器。一項最愉快的任務是去測試「水下手電筒」；它是一個水下、手持式聲納裝置，尺寸類同於大型手電筒，被海灘上的部隊用於定位地雷和其他水下障礙物。我必須在湖裡游泳以測試這個設備，天氣好時感覺很棒。我發出一個信號，而當信號反彈時，我會在耳機上聽到。經過練習，我可以判斷物體離我多遠，只要離我約 50 英尺以內都行得通。

那是實驗室工作有趣的部分。我在帝國大廈做的理論工作是分析聲納、物體發出的散射及其他類似的東西。Primakoff 到紐約大學後，我跟著他寫博士論文，但他在我的論文完成前離開了紐約大學，因此 Courant 最後成為我名義上的指導教授。在博士論文中，我使用戰爭期間處理聲波傳播的方法。我對電磁波傳播也做了類似的工作。

爆炸與震波

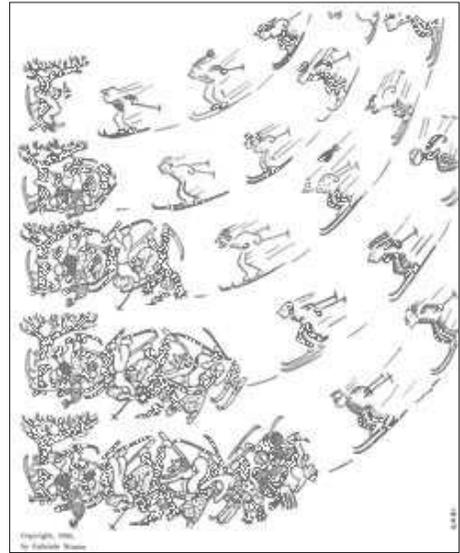
N: 你也研究水下爆炸嗎？

K: 那是我到紐約大學後的事。在那裡我做了很多爆破的研究。Courant 和 Friedrichs 的書「Supersonic Flow and Shock Waves (超音速流動和震波)」彙集了他們研究各種爆炸的成果。在書內 (見右上角) 的一個漫畫裡, 可以認出 Courant 和 Friedrichs。卡通由 Wolfgang Wasow 的妻子 Gabi Wasow 繪製; 她是一名數學家, 是 Friedrichs 的學生, 後來成為 Wisconsin 的教授。你會注意到, 這漫畫現在不在書中了。可能有人認為那不夠嚴肅。

我在紐約大學時, 曾經與 Bernard Friedman, Max Shiffman 和 Donald Spencer 研究水下爆破。Shiffman 和 Donald Spencer 已經寫了一篇文章探討空中魚雷如何入水。關鍵是: 水對魚雷施加的力量是什麼? 爲了分析這個問題, 他們研究了一個相關的問題。當球體的一部分在水中時, 他們對水面鏡射該部分球; 鏡射後, 水上與水下的部分一起形成所謂的透鏡 (lens)。他們研究了透鏡周圍的水流。

我初到紐約大學時, Shiffman 和 Friedman 給我看這篇文章。我發現我能夠以基本的方法獲得那篇論文的一些結果, 這讓他們感到驚訝, 我的地位也因此而鞏固。大約十五年前, Spencer 獲得國家科學獎章, 我打電話祝賀他。我提到, 我初到紐約大學時, 第一個研究的問題, 是他和 Shiffman 的那篇論文。他說: 「你知道, Joe, 你是第一個對我提起那篇文章的人!」

當水下發生爆炸, 爆炸物轉化爲氣體。氣體處於非常高的壓力之下, 因此膨脹並產生氣泡。氣泡越來越大, 直到氣泡內的壓力過低, 致使膨脹停止。之後外面的水壓迫使氣泡回復原狀, 所以氣泡會振盪。我和同事 Ignace Kolodner 合作處理這個問題。第一次世界大戰時, Rayleigh 已發展了這種振盪的理論。我們所做的, 是修改該理論, 納入氣泡發出震波而損失的能量; 損失能量會使得振盪尺寸衰減。此外, 當氣泡振盪時, 水的運動與氣泡的頂部和底部相互作用, 導致氣泡移動。事實證明, 氣泡發出的第一個震波, 通常會削弱船舶的板塊, 而第二個震波會打破它們。在第二個震波發生之前, 氣泡將會移動。如果你試圖造成傷害, 你會讓它被吸引到船舶, 並在發出第二個震波時讓它更加靠近船舶。我們分析了這樣的問題。我的指導教授 Primakoff 當時正在研究水下爆炸, 涉及 Bikini 的原子彈爆炸測試。我們



由卡通插圖說明的一種震波
(Courant 和 Friedrichs (1948)
的書「超音速流動和震波」)

被問到的一個問題是,「這次水下爆炸是否會造成海嘯?是否可能會在太平洋周圍造成損害?」我們的計算結果顯示它不會造成任何遠處的傷害。

N: 那不夠強嗎?

K: 是的, 考量當時使用的原子彈大小。

N: 在 Bikini 進行的原子測試是水下爆炸?

K: 不, 他們在水面上。但關鍵是爆炸十分靠近水面, 而震波會將水往下、往外推。它可以讓所有的水被推到海底後向外移動。

N: 但波的力量會在遠處消散?

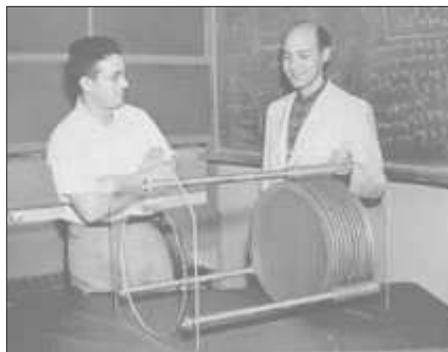
K: 對; 它傳播出去, 而 Bikini 附近無人居住。當波到達人口較多的地方時, 波幅已經下降了。Bikini 測試之後, 在 1950 年或 1951 年, 成立了一個委員會來審查原子彈的水下爆炸試驗, 問到: 它們會對船舶造成什麼損害, 在什麼距離下造成? 委員會受託要對是否應進行此類實驗做建議。von Neumann 是委員會的成員。他出現在第一次和最後一次會議。他的觀點很有趣。他說: 「海軍司令們想進行測試, 所以我們應該投票贊成; 我們應該推薦它。」

N: 這也是你的結論嗎?

K: 是的。我們花了很多時間, 研究船舶位置對震波強度、設備的影響。

1950 年的夏天, 我在 Argonne 國家實驗室工作一個月; 這是原子能委員會的實驗室。之後我在 Los Alamos 國家實驗室待了一個月。我到 Los Alamos 時, 受託研究威力極強的爆炸, 其震波可進入大氣層, 使大氣層變稀薄。顯然, 這個研究的目的是要探索氫彈的影響。他們沒有告訴我這個目的, 因為我不需要知道。他們給了我既有的研究成果。Klaus Fuchs 曾經參與這研究; 他最後因為向俄羅斯人提供原子彈計畫的資訊而被起訴。我就從事這個研究。當時 Peter Lax 也在 Los Alamos, 他是我在 Courant 研究所的同學。1945 年, 他在戰爭時期加入陸軍, 之後一直待在那裡。那個夏天, 我和他一起研究氣體動力學方程 (非線性雙曲線偏微分方程) 的數值方法。他之後繼續從事這樣的工作, 但我沒有。

N: 在這段時間, 你做了很多與戰爭有關的研究, 有沒有任何道德質疑出現在你的腦海中?



1954 年與 Vic Twersky (左) 在加州 Mountain View



50 年代末, 與 Hirsch Cohen (中), George Handelman (右)

K: 嗯, 是和否。第二次世界大戰期間, 所有參與戰爭工作的人都認同: 我們抵擋敵人的任何作為, 都被敵人犯下的暴行正當化了。後來我們也都相信, 我們的所作所為都立意良善。我們不認為這想法可套用在伊拉克。但在當時, 我們都相信, 我們的一切作為主要都是為了捍衛美國。所以, 雖然偶爾會回頭思考, 但似乎不曾嚴重的質疑過自己做的事正確與否。

N: 越南戰爭後, 甚至直到 1990 年代, 軍方提供給數學的資助, 在數學界引起很多爭議。

K: 越南戰爭是一個轉折點。在那之前, 我們都相信, 美國軍事只會用於所謂的「正確」目的, 捍衛國家。越戰後, 態度完全改變。那時候我們一直在做的震波和爆炸研究已經結束了。但我研究的電磁波傳播有很多後續發展。舉例來說, 1950 年代或 1960 年代初, 我從事相關工作時, 建構了「幾何衍射理論」, 是解決各種波問題的方法。我首次在會議上發表這個工作時, 密西根大學的 Kip Siegel 起身說: 「如果你的理論這麼好, 可以計算雷達從圓錐發送的後向散射 (back-scattering) 嗎? 」他正在考慮一個截錐 (truncated cone), 因為那是導彈的鼻錐形狀。這很難計算。我用我的理論去算, 算得很順利, 精確給出了實驗結果。在論文中, 我也審視下述問題: 如果我們正在進行射擊, 不想讓對手的雷達偵測到我們的導彈, 那麼如何才可減少回傳的雷達信號呢? 我描述了這樣做的方法。這項工作完成之後, 被航空雜誌拿去登。空軍合約監察員給我回饋意見, 說高層不高興我發表這項工作, 說那應該被特別處置。而那些想法成為所謂的「隱形」技術的基礎。

N: 有沒有其他時候, 你從軍方收到這樣的信件?

K: 之後我更加小心! 我曾經被合約監察員斥責, 因為我總是寫下腳註: 「空軍支持」或其他贊助我的人。我曾在關於體育數學的論文中寫了這樣的腳註, 之後有收到抱怨, 不是因為我洩漏機密, 而是因為空軍或國防部不想被認為他們支持這種研究。

N: 太無聊了。

K: 對。在越戰期間, 當我在紐約大學上城校區任教時, 我和其他教師一起簽署了一個廣告, 支持反戰學生示威。當時我被一些官員訪問過; 我不知道他們來自 FBI 還是陸軍情報局。他們質問我, 因為我可能還沒有清關。

N: 他們問完問題就離開了? 事情就此結束了嗎?

K: 他們最後發送了一個文件, 描述他們的訪談; 這文件毫無疑問被放入我在某處的檔案。但這不是問題, 因為後來我是 JASON 集團的成員, 這個組織主要由物理學家組成, 要向國防部提供建議。

創建 Courant 研究所

N: 在 Courant 研究所創立之前, 你已在紐約大學。

K: 對。我念大學時聽過 Courant 的課。當時我已選修了所有大學部的數學課程, 要去選修研究所課程。我和我的朋友 Harold Lewis (後來成爲 Santa Barbara 物理教授) 一起去, 他的情況和我一樣。我們去聽 Courant 的首堂數學物理方法。下課時, 我們上前告訴他, 我們是大學部學生, 問他:「我們可以坐在課堂上嗎?」他說:「不, 絕對不允許。但是,」他接著說:「如果你坐在前排, 也許我不會看到你。但是我看不到你並不意味你不能問問題。」所以我們上了這門課, 而顯然這就是他所希望的, 但是他以這種有趣的方式凸顯法規的愚蠢。

N: 你對 Courant 的印象如何?

K: 我非常喜歡他。他總是邀請學生到他位於 New Rochelle 的房子進餐、耙草坪、做其他家務! 我和他一起去了歐洲幾趟。1950 年或 1951 年, 我們訪問了歐洲的各實驗室 — 法國、德國和英國, 這些實驗室在戰爭期間研究過爆炸的問題。我們去訪談, 詢問他們做了什麼, 並寫下摘要。那是非常好的經驗。Courant 認識每個人, 所以當我尾隨他, 就會自動結識他們。例如, 我們訪問了哥廷根, 經過 Heisenberg 的房子。Heisenberg 站在門廊和 Courant 說話。Heisenberg 年輕時曾受過 Courant 幫助。Heisenberg 邀請我們參加當晚在他家的聚會, 我們去了。

在這次旅行中, 法國實驗室的訪問許可遲未核發, 等待期間, 我們去瑞士滑雪。我不知道如何滑雪, 但是 Courant 說:「喔, 沒有什麼大不了的。」我租了滑雪板, 上了一堂課, 然後被他帶上山。我弄破了一雙滑雪板; 我把它們帶回來時, 有人道歉說給我的滑雪板有瑕疵。然後我又弄破了下一對! 後來我們常在紐約 Placid 湖上滑雪, 整個團隊都會去 — Courant, Friedrichs, Stoker, Peter Lax, Anneli Lax 等等。我們每年冬天都滑雪。

N: 你目睹 Courant 研究所自 1979 年創立後的發展, 見證了一段非常重要的歷程。你認爲 Courant 研究取得巨大成功的原因是什麼?

K: 部分原因是 Courant 有識人之明, 譬如他找來了 Louis Nirenberg (來自 Montreal 的



與學生在戶外競賽擲馬蹄鐵運動
(1950 年代末期)



與 George Morikawa, James J. Stoker
在 Placid 湖

研究生)、Harold Grad (來自 Cooper Union 的研究生), 以及 Peter Lax 和之後的 Cathleen Morawetz。Courant 能吸引這些人、賞識他們、提供他們幫助, 所以他們想留下來。其他大學有很多人抱怨, 說 Courant 把所有應用數學家都留在紐約大學; 覺得他們的應用數學家被搶光了。這有一部分屬實, 但另一方面, 其他地方當時與應用數學並不那麼投緣。當時有其他地方想要延攬我, 我也曾考慮去其他地方, 但是 Courant 研究所是如此投緣; 有一群人在做相關的工作, 可以相互交談, 使得它特別有吸引力。此外, Courant 努力地籌集資金、獲得研究合約, 因而在一定程度上讓我們不用做雜務。當然我們後來還是需要自己張羅, 但在很長一段時期, Courant 和他的職員包下了所有的這類工作。獲得合約對教授來說蠻重要。我們的教學負荷最初是每週 12 小時。我們抱怨時, Friedrichs 說他在每週授課 12 個小時時完成了最好的研究工作, 所以我們不得不閉嘴! 然而, 一段時間後, 任何正在做研究的人只須每週授課 9 小時。然後, 如果你有研究合約可以支付, 你可以買 3 小時, 於是每週下降成 6 個小時, 這意味著教兩門課。而當其他地方想以高薪延攬某人, Courant 就會努力趕上價碼, 致使我們的薪水逐漸上漲。如果某人被出價, 他的薪水提高, 所有人也因而受惠。Courant 研究所不能長時間存在不平等, 所以最終我們都會因某人被出價而加薪。

N: 您在 Courant 有一個長期運作的應用數學研討會。什麼時候開始的?

K: 我不記得了, 但一定是在 1950 年代。在星期五下午舉行半天研討會, 然後有茶, 這很恰當, 因為我們可以在茶會上討論研討會的課題。然後去打籃球。

N: 你打籃球嗎?

K: 我們去打籃球, 然後去唐人街, 彌補我們打籃球時失去的重量。這活動偶爾被列在每周公告中, 被稱為「籃球研討會」。一開始, 很多年輕教授來打籃球。隨著歲月流逝, 大部分人退出了。我是最後的倖存者。我在每週例行戶外聚會中打籃球, 直到來史丹佛大學。

在研討會上, 我們的演講者有的來自 Courant 研究所, 有的來自市區或附近地區, 有的是路過的訪客。紐約大學有很多訪客, 因為從歐洲任何地方到美國任何地方的任何人都會在紐約停留。演講者通常經過挑選。研討會主題是應用數學, 但時常有研究其他領域的與會者。例如, 我記曾聽過 Bob May 的演講, 是關於渾沌 (chaos) 的早期工作; 他現在是英國皇家學會的主席, 當時是普林斯頓大學的教授。他對一些簡單的人口增長模型進行數值計算, 顯示出渾沌的行為。我們總是有很多聽眾, 因為很多人對應用問題和偏微分方程感興趣, 所以研討會成效卓著。我到史丹佛大學後, 繼續辦研討會, 但不再有籃球。

幾何衍射理論

N: 您提到幾何衍射理論是您的主要成果之一。您怎麼獲得的?

K: 二戰時, 我曾研究聲納, 亦即從物體表面 (譬如潛艇表面) 散射出的波。當我到紐約大學時, 讀了同事 Rudolf Luneburg 的文章。他在二戰前曾在哥廷根求學, 幫助猶太人從納粹逃到荷蘭。最後他來到美國, 在紐約 Rochester 的美國光學公司工作了一段時間, 之後到紐約大學, 寫了一套講稿 (也在布朗大學寫了一些關於光學電磁理論的講義)。我在聲納的研究工作中發現, 經由射線和幾何計算可以描述從物體發出的反射波。藉由計算射線如何撞擊物體、如何分散等, 我可以得知由物體反射出的信號強度。Luneburg 的理論也強調了這個想法。但是大約在 1950 年左右, 我和一個學生 Albert Blank 一起進行了計算, 顯示的確有波反射出來, 正如 Luneburg 的理論所述; 但是除此之外, 還有些波沒被該理論預測到, 這些波來自物體的邊緣。我意識到這是一個普遍的特徵, 而普通的幾何光學不足以描述所有的射線。我納入了額外的射線, 用以說明邊緣的波、角落的波和其他類型的東西。

我發現可以使用這些射線來建立 Maxwell 方程和其他波動方程的漸近近似解。這引導出線性偏微分方程的一般理論, 亦即用幾何方法來構造解的各個面向。之後, 紐約大學的 Donald Ludwig, Robert Lewis 和 Cathleen Morawetz 進一步發展這項工作。當然, 劍橋的 Gerard Friedlander, 俄羅斯的 Vladimir Fock 是先驅者。我的幾何理論包含了這些人的很多工作。後來, 瑞典的 Lars Hörmander、美國的 Michael Taylor, 以及其他許多人, 進一步建構了一個更全面性的線性偏微分方程理論, 這些幾何思想在其中大有裨益。



獲頒西北大學榮譽學位
Bernard Mathowsky 在旁觀禮 (1988)



西班牙 Universidad Carlos Tercera 校長
頒發榮譽學位 (1997)

Einstein-Brillouin-Keller 方法

N: 您的主要成果之一是 Einstein-Brillouin-Keller 方法。

K: 是的。我設計了一個方法, 用以解決量子力學中的特徵值問題。之後, 我的同事指出, 我的一個公式與愛因斯坦做的一個東西極為相似。所以我在文章中提到愛因斯坦做了某件事, 也在我的方法中用了一些 Leon Brillouin 的論證。所以隨後該方法被稱為 EBK (Einstein-

Brillouin-Keller) 方法。我在 1953 年做了這個工作, 並在 1958 年發表。在這項工作中, 我制定了一個指數, 之後俄羅斯數學家 Maslov 也發現它, 從此稱之為 Maslov 指數。

N: 這個指數是什麼?

K: 在我的理論中, 這個指數與路徑接觸 caustic curve (焦散曲線) 的次數有關。(Caustic 是光學中光線聚集在一起的點)。在計算特徵值或在量子力學中計算能量水平時, 該數字有其功用。Maslov 發現了同樣的數字, 俄羅斯數學家 V. I. Arnold 將其命名為 Maslov 指數。法國著名的數學家 Jean Leray 抱怨說, 這其實是 Keller 指數, 所以曾有一段時間它被稱為 Keller-Moslov 指數, 但後來 Keller 還是被丟包了。Leray 寫了一封關於這件事的信寄到期刊。我之後遇到 Maslov, 他告訴我, 他很遺憾, 當他做那工作時, 他不知道我的工作。這就是事情原委。

N: 你怎麼會對量子力學中的問題感興趣?

K: 我在大學和研究所時學過物理, 而量子力學的問題存在已久。我發現, 我為解決波傳播問題設計的方法, 如散射和衍射等, 稍微操弄一下就能夠解決量子力學的問題。這是因為波函數滿足一個微分方程, 類似於我解決波問題用的微分方程。所以一切都很自然。我的長期同事 Sol Rubinow 和我用一些例子說明了這個方法。其中一個例子是要找封閉曲線內部的特徵值和特徵函數。在量子力學中, 這對應於撞球從撞球桌兩側反彈的運動。我們介紹了兩種解。



成為英國皇家學院院士 (1988)

第一種對應於幾乎沿著邊界跑的撞球。在倫敦的聖保羅大教堂, 這種現象多年來已為人所知, 被稱之為「耳語式的畫廊模式 (whispering gallery modes)」: 如果某人靠近大教堂的牆壁說話, 則在大教堂另一側的人可以聽到, 但教堂裡的人就聽不到了。Lord Rayleigh 對此提出解釋: 聲波停留在夾層, 靠近牆面運行, 繞到建築物另一側。我們為更一般的形狀找到解, 仍稱之為「耳語畫廊模式」, 此名稱被沿用迄今。類似地, 我們發現另一類型的模式, 關乎曲線中來回跳動的球。我們稱之為「彈跳球 (bouncing ball)」模式。這個術語迄今廣被採用。這些模式已被用來解決波導 (wave guide) 問題、設計雷射反射鏡和其他類似的東西。

N: 有一篇愛因斯坦的文章出現你關於 EBK 方法上的著作, 但長期以來一直被忽視。

K: 沒錯。我在紐約大學的同事、物理學家 Fritz Reiche, 曾繼愛因斯坦之後在柏林大學擔任物理學會主席。他曾任教於紐約大學, 之後擔任研究員, 已經退休了。他閱讀我的手稿後, 想

起愛因斯坦 1917 年的文章，拿給我看。我讀了愛因斯坦的文章，發現他的一個公式與我的一個公式類似。我在文中提到這一點，人們也因而知道了愛因斯坦的那篇文章。那時完全被忽視了。

N: 爲什麼被忽視？

K: 這不清楚。它以更爲優雅的方式陳述量子條件，也有渾沌概念的雛形，但不知何故被忽視。它發表於 Proceedings of the German Physical Society。

純粹與應用

N: 你如何看待純數學與應用數學的二分法呢？在 Courant，重點是應用數學。而現在你在一個純數學系。

K: 1900 年之前沒有任何明顯的分歧；很多數學家都從事應用。Poincare、Hilbert 等人都做過純數學和應用數學。但 1900 年到 1950 年間，分裂漸次發展。我相信美國比歐洲分裂更嚴重。但自 1950 年以來，美國的純數學系已經開始納入一些應用數學家。在史丹佛大學，系上已經納入了更多的應用數學，衆人的興趣已稍有轉移。

N: 你認爲裂痕正在癒合嗎？

K: 一點點。理論物理的弦理論和規範場理論提供了數學與科學之間的聯繫，讓許多數學家得以窺見物理領域正在從事的工作。此外，許多系延聘應用數學家，因爲覺得他們提供了該系與工程系的必要聯繫。但還是有很大的鴻溝。純數學對應用數學的態度已變得比較友善。但是，當談到要聘用另一位代數學家、或是在流體力學應用微分方程的人時，不清楚他們會怎麼抉擇。

N: 你爲什麼認爲歐洲的分裂比較輕微？



與家人在猶他州阿爾塔 (Alta) 滑雪

K: 我不知道答案。在法國, 例如在 Bourbaki 發展的地方, 數學家都做很純的數學。但是, 因受 Jacques-Louis Lions 激勵, 一群接受過純數訓練的年輕法國人, 開始做應用數學, 已經發展出非常強大的應用數學學派。在此之前, 法國沒有這麼多應用數學家。英國一直有很強的應用數學。俄羅斯也是如此。俄羅斯人研究我的很多工作, 他們比許多美國數學家更加熟悉我的工作。俄羅斯人同時做純數和應數。在美國, 應用數學家知道我的工作, 但純數學家並非如此。我與俄羅斯的科學家、數學家和物理學家有很多的來往和互動, 這是非常好的。

跑者與爬蟲

K: 我一直對運動感興趣 – 我提過「籃球研討會」。我曾設計過跑步的理論。賽跑時跑者如何消耗氧氣才能跑最快呢? 最初跑者身上有相當多的氧氣, 呼吸速度很穩定。事實證明, 氧氣消耗限制了跑者的速度。所以我提出了一個理論, 陳述應該要如何分配儲存的氧氣以跑出最快的速度。它引導出一個很好的變分學問題。我將該理論與世界記錄的數據進行比較, 以確定各種生理常數: 體內氧氣量、呼吸頻率、摩擦係數。我繪製了賽跑時理論平均速度與距離的對應圖。這給了我一個非常好的曲線。平均速度上升到最大值, 然後下降。曲線的第一部分對應於衝刺: 沒有策略, 只要盡力跑快。但我發現當距離超過 291 米, 平均速度下降。世界紀錄就落在我發現的曲線上。

N: 有跑者使用這個理論?

K: 沒有, 但是在各種新聞報導中都有討論。跑者應該這樣做: 291 米內, 全力以赴; 但是距離更長時, 可視速度為時間的函數; 起始速度為零, 起跑後加速, 之後一路維持恆定的速度。抵達終點前一秒左右, 應該放慢腳步。這是我發現的。為什麼要慢下來呢? 答案是: 他應該用盡氧氣, 然後在最後滑過終點線。

N: 你不覺得最後階段應該要加速嗎?

K: 這是跑者經常說的話。不, 因為你不應該在比賽結束時留下任何氧氣。你應該用光氧氣。事實上, 應該在比賽結束前一剎那用完; 然後應該滑行。如果你想用有限的燃料行駛十哩, 你應該加速之後等速前進, 在抵達終點之前用光燃料; 如果你在終點才耗盡燃料, 那麼最後那一點燃料沒有給你任何好處; 你應該用它來跑快一點。一些教練說: 「喔, 我們一直都知道」, 另一些人當這是胡扯。

N: 你研究什麼類型的生命科學問題?

K: 我在這個領域有幾個非常好的學生。一位是 John Rinze, 現在是 Courant 研究所的教授, 我們一起研究神經衝動的傳播。有一些方程式, 譬如 Hodgkin 和 Huxley 方程式, 描述神經衝動的傳播, 而要解這些方程式是很繁複的事。我們解決了它們的簡化版本, 可以描述神經傳導和神經脈衝傳播的各種有趣的特徵。

後來我還有另一名學生 Ken Miller，起初與我一起做研究，後來與史丹佛大學神經科學系的指導教授完成論文。他對視覺皮質中的光學優勢列 (optical dominance columns) 感興趣。事實證明，視覺皮層中的一些細胞僅對右眼刺激有反應，而其他一些鄰近的細胞僅對左眼刺激有反應。那些細胞被排列成列，所以它們被稱為光學優勢列。事實證明，新生小貓的這些細胞對右眼和左眼刺激都有反應；但在六或十二個星期後，這些優勢列就發展了，所以，最初對雙眼刺激都有反應的細胞，變得只能對某一眼的刺激起反應。這與突觸強度如何因習慣而變化有關。這種變化只在眼睛暴露於光線時才會發生。如果將小貓留置黑暗中，它就不會發展。Miller 建立一個模型，描述突觸強度如何隨著時間和持續的刺激而變化，我幫他建模。這很棘手，因為外在的刺激多少是隨機的，所以在建立模型時必須考慮到隨機性。他現在是加州大學舊金山分校的神經科學教授，雖然原先是物理學家。

我曾經處理過其他生物學問題：蠕蟲的爬行。

N: 那方面有什麼問題？

K: 蠕蟲爬行的方式就是反覆地擴張和收縮。這是如何做到的？如果我們想要移動，骨頭使我們能如願做到。但蠕蟲很軟，沒有骨頭。它如何擴張？就像牙膏一樣；蠕蟲有繞著身體的肌肉，當蠕蟲擠壓它們時，就像擠壓牙膏一樣，身體突出一塊。接著，蠕蟲放鬆那些肌肉，且縮小其他縱向的肌肉，繼而拉起身體後方。它一次又一次地這樣做，因而沿著身體出現擴張和收縮的波浪。為了分析這個運動，我們陳述了一個優化問題：蠕蟲爬最快時是什麼樣子？為了爬最快，應該採取什麼動作？我和一個非常好的博士後 Meira Falkovitz 做研究，他來自以色列的 Weizmann 研究所。我們得到的圖片，看起來非常像蠕蟲實際爬行的照片。



法國踏青 (1996)

N: 蛇的動作方式不同。

K: 蛇有骨幹，所以不能伸展。它所做的是把身體從鵝卵石、溝槽和樹枝上推開；它需要推移東西才能移動身體。如果你把一條蛇放在玻璃板上，那麼它就無法到達任何地方，因為它沒有任何推動力。我曾經研究這個運動，我發現當一條蛇在一個平坦的表面上移動，不僅在與運動相反的方向需要摩擦力，而且在與它呈直角的方向也需要摩擦力。這與已知的摩擦理論衝突。

N: 你如何選擇要研究什麼？

K: 這是一個很好的問題。首先，我必須了解現象，這樣就限制了我。然後，我必須辨識出它有

一個數學的面向，並且必須能夠取得一些進展。經常，有一些學生、同事或博士後對某一課題感興趣並遇到問題，我會看看自己能否幫助他們。困難的部分是挑選問題，要有趣而且結果具有重要性，在數學上既非無計可施也不至於微不足道。它必須有正確的難度，因此有可能取得進展，但它又不是平凡無奇到任何人都可以處理。

N: 了解所有這些不同的領域會很困難嗎？

K: 當然，但這也是樂趣所在。我認為，我曾在大學和研究所學習物理，並且之後繼續如此，使我能夠理解許多他人無法觸及的東西。生物學是一門全新的學科，我只學到了那些我能夠研究的小範圍。但是在未來的歲月裡，我們將會看到許多數學家同時學習數學和生物，進而熟悉、精通生物。

N: 你怎麼看電腦對應用數學的改變？

K: 電腦計算已成為應用數學的自動化部門，是類似於分析和微分方程的另一種技術。一方面，我們用它的方式，就如同過去用分析方法計算結果。除此之外，對紙筆或普通分析不能做的問題，電腦提供了數值結果。一個重要的領域是流體流 (fluid flow)，涉及到湍流。現在有一些方法來計算這些問題的解，但是最難的問題依然太難。我們需要更多的數學洞察力。洞察力不會告訴我們流體流問題的解，但能讓我們開發新的計算方法，使電腦可以處理更複雜的問題。在這個領域中，數學家的工作是幫助或強化電腦，讓電腦著手於對普通計算方法來說太難的問題，對這些問題執行計算。這領域終將會有很大的發展。

Taipei Conference on Geometric Invariance and Partial Differential Equations

日期：Mini-Course：2018年1月15日(星期一)～1月16日(星期二)

Conference：2018年1月17日(星期三)～1月20日(星期六)

地點：台北市大安區羅斯福路四段1號 天文數學館6樓

詳見：http://www.math.sinica.edu.tw/www/file_upload/conference/201801-GEO/index.html