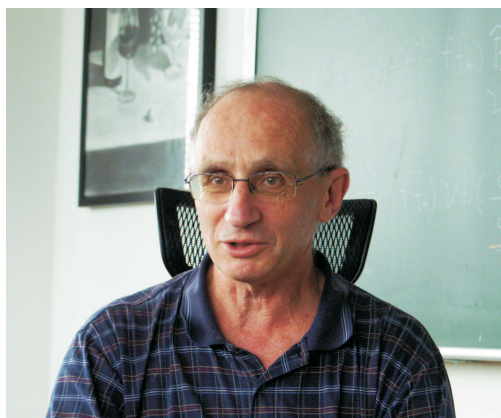


有朋自遠方來——專訪

Yakov Eliashberg 教授



策 劃：劉太平

訪 問：劉太平、鄭日新、李瑩英、姚美琳

時 間：民國 100 年 11 月 3 日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：數學傳播編輯部

Yakov Eliashberg 教授 1946 年生於俄羅斯列寧格勒 (聖彼得堡)。1972 年取得列寧格勒國立大學 (Leningrad University) 博士學位。1972~79 任教於俄國科密共和國 (Komi Republic) 的 Syktyvkar State University。1980~87 年間主持一家軟體公司。1988 年移居美國並任教於史丹佛大學至今。在 Symplectic topology 有傑出貢獻。獲瑞典皇家科學院所頒的克拉福德獎 (Crafoord Prize) 及其他獎項，為美國科學院院士。

許多由俄國至西方的學者，各有其經歷，Eliashberg 教授的學術歷程，在本訪談中可略窺一二。

劉太平 (以下簡稱「劉」): 謝謝你來並接受訪問。我先說明這次訪談將刊登在我們的中文期刊——數學傳播，但我們計劃有一天發行英文版本。

Eliashberg (以下簡稱「E」): 所以從現在開始我應該講中文? (眾笑) 我會講一些法語。當我第一次到西方，應邀在里昂發表一系列演講，我想用法語演講，先用英語解釋:「我將用法語演講，但請包涵我的法語」。然後我說，「從現在開始，我要改說法語」。我想了幾秒鐘之後說:「Okay, ...」，大家都笑了起來，因為我說的第一個法文字是 okay。

劉: 你那次演講是用法語嗎?

E: 是的。

劉：聖彼得堡有講法語的悠久傳統。

E：嗯，這是在我的時代之前很久的事。我只在學校裡學過法語。對於所有使用非母語的人，詞窮而不達意，不能暢所欲言，都是一樁遺憾的事。當我想表達些什麼，不能馬上找到恰當的字詞，只能找到合適但不盡然是最好的，在這個意義下，我覺得自己講英語比說俄語來得笨拙。

劉：這可能是優勢。André Weil¹在他的書中講了一個在巴西發生的故事：他遇到了兩個人，其中一個人英語非常好，所有的句子都精雕細琢，另一個人的英語則像你描述的。他聽不懂前者，卻能完全理解後者。

E：你閱讀 Weil ...。我第一次看到 Weil，是在他到莫斯科演講。我其實住在列寧格勒（聖彼得堡），剛好人在莫斯科；有人告訴我，Weil 當天要演講，邀我一起去斯捷克洛夫研究所（Steklov Institute）聽講。Yuri Manin² 負責翻譯。Weil 用法國口音很重的英語演講，口音重得即使我也聽得懂。他講了短短幾句，停下來讓 Manin 翻譯，Manin 開始翻譯，他口若懸河翻譯了又翻譯，大約有 15 分鐘之久，接著 Weil 繼續講，他講啊，講啊，滔滔不絕，Manin 並沒有打斷他。然後在某個時刻 Weil 停下來等待 Manin 翻譯，Manin 說：「這些剛才已經翻譯過了」。

劉：這回請你來演講辛苦你了，你剛完成的一系列演講，每個都精彩，我想大家都聽得很愉快。你提到大多數的俄羅斯幾何學派：Arnold³，Gromov⁴，你自己 ...。

E：當然俄羅斯的幾何學派發源比這早得多。

劉：我知道。我看過一篇文章說幾何教育是俄羅斯大學教育的核心。是這樣嗎？

E：這要看你說的是哪一年。我入學時使用的是 Kiselev 的教科書⁵，其實這本書在這之前就存在多年了。我曾在我家看過 1898 年的版本，第一版印行日期應該更早一點，大概在 19 世紀末，至今內容稍有更動。基本上它從源頭開始處理平面幾何。它的確是數學教育一個重要的部分，用來教導學生邏輯、思考證明。這基本上發生在我的年代，已經接近這段時期的尾聲（我在 1964 年完成中學教育），數學改革的新風潮接踵而至。我想大概在世界各地都風起雲湧。在蘇聯是由 Kolmogorov⁶ 等非常好的數學家主導。他們有一些好的想法，不幸

¹ André Weil (1906~1998)，法國數學家，Bourbaki 創始元老之一，在數論及代數幾何上有根本的貢獻。

² Yuri Manin (1937~)，俄籍德國數學家，以在代數幾何及丟番圖幾何的工作最為著名。1980 年發表量子電腦最早的文章。

³ Vladimir Arnold (1937~)，俄國數學家，對多個數學領域都有重大貢獻。學術成就深得肯定，獲頒多個獎項，如 2001 年的沃爾夫數學獎及 2008 年的邵逸夫獎等。

⁴ Mikhail Gromov (1943~)，俄裔法國數學家，法國科學院院士，紐約大學數學系教授。在幾何、分析和群論上貢獻良多，獲得 Abel 獎 (2009 年) 與其它獎項。

⁵ Andrey Kiselev, *Systematic arithmetic course for secondary schools (1884); Elementary Algebra (1888); Elementary Geometry (1892-1893)* .

⁶ N. Kolmogorov (1903~)，俄國數學家，主要研究機率論、算法信息論、拓撲學、直覺主義邏輯、湍流、經典力學和計算複雜性理論，最爲人所道的是機率論公理化的貢獻。

在我看來非常失敗，原因在於他們試圖將幾何的東西過度形式化，結果不佳，主要是因為教師無法理解。我知道這些是因為我曾在一所大學裡為中小學教師授課。很顯然他們無法處理這種教材。舉例來說，在古典歐幾里德幾何學，兩三角形相等意味兩者有相同的邊長。但 Kolmogrov 的書拒絕這種說法，「相等 (equal)」被「全等 (congruent)」取代，因為它們當然不相等，它們並不完全一樣。

他們試圖有系統地做這種區隔，但學生和教師不能真正理解這些。舉例來說，我曾經為學校教師講解幾何變換。下課後一位老師來找我，說我講的完全錯誤。為什麼？因為我用字母“R”表示旋轉，但在教科書裡它是由其它的字母來表示，所以我使用了錯誤的字母。

劉：你能理解像 Kolmogrov 這些偉大數學家的心理嗎？為什麼像他這樣的人會端出這樣的東西來？

E：他對數學教育非常感興趣。我聽說 Kolmogrov 還很年輕時就決定 60 歲之後不再做數學，全職參與數學教育。我不知道他是否真的就完全停止做數學，但至少他真的只在某個中學教書，很認真地參與數學教育。他任教的學校極為特殊，就讀的學生都經過層層篩選。對於這些學生也許這套教材適用，然後他在這個基礎上將這套教材推廣到所有的學校，卻是災難。我不知道目前的情況，但經過多次改來改去之後，教育體系已經不穩定了。

劉：不是不穩，是成為準週期 (quasi-periodic)，我們加州不也有這樣的情形，對不對？

E：我不知道為什麼，但是我們看到一波波人懷著完全不同的想法進入數學教育的領域。起初確實有具備專業素養優秀的數學家，他們可能有一些好的理念，但之後也許有一些人帶著錯誤的理念投入。

劉：在我看來，教育是如何讓知識進入大腦，對不對？事實是我們對大腦如何運作知道得不夠多，而且你的大腦和我的不同。你的更好但與我的不同。

E：我們的大腦有以下神奇的功能：為電腦寫一個偉大的程式，電腦會執行一個夢幻般的工作；但不幸的是，一旦程式中有一個小錯，就不能執行這個偉大的工作。驅動我們人類的程式來自於我們與外界的所有互動。我們接收到的大部分是垃圾，有用的信息非常少。但是儘管這樣，大腦不但能夠解析我們接收的壞程式碼，還能夠運作良好生產出好東西。但當接收到的垃圾超過某個程度，我們的大腦就不再正常運作。我認為教育孩子也是這樣；不論大人教他們的是如何亂七八糟的東西，他們有相當高的容忍度，仍然能維持合理運作。

劉：就像一個過濾器。

E：是的，畢竟，糟糕的教學也許對他們有益；那些能夠抵擋我們教的垃圾的學生，來日可能會發展出偉大的心智，不因所受的教育仍然能夠成功。

劉：他們建立了一些免疫系統。

E: 但是一旦這些超出某個門檻一點點,基本上沒有人倖存,這很糟糕。

劉: 教育是一件很難的事情。現在我們已經提到 Kolmogrov, 他的教育理念不為每個人接受,但他當然是偉大的數學家,你能談談他嗎?

E: 不過,關於他我能談的不太多。他在莫斯科,我在列寧格勒,也就是現在的聖彼得堡,兩個城市之間只有零星接觸,沒有太多互動。當然我知道 Kolmogrov,也從與他私下互動的口中聽到很多他的故事。我與他的互動只有一次。我小時候參加過奧林匹亞, Kolmogrov 親自頒發證書時,握過我的手,僅此一次,沒有任何其他與他本人的互動。我與 Arnold 熟識,他是 Kolmogrov 的學生。

劉: 他相當有個性。

E: Arnold 告訴過我一些 Kolmogrov 的故事。從 Arnold 聽來的故事,總在某個節骨眼上有些令人尷尬。下面的故事,牽涉到 Kolmogrov 和 Gelfand⁷,而 Gelfand 在故事中有點讓人不敢恭維。Gelfand 要出版他的論文集;根據 Arnold 所述,(我沒有親自查驗),論文集中,只有一篇沒有共同作者,另有一篇由 Arnold 單獨署名。問題是,為什麼 Gelfand 單獨署名的僅有一篇,而又為什麼署名 Arnold 的論文會出現在 Gelfand 的論文集? Gelfand 和 Arnold 都是 Kolmogrov 的學生。據 Arnold 說, Kolmogrov 認為一個學生沒有能力獨自完成自己的第一篇論文,因為這時學生根本還不知道該怎麼寫論文。因此為學生寫第一篇論文是指導教授的任務;如果學生夠好,就會因而了解論文該如何寫,往後就能獨立,順利的持續研究工作。因此在 Gelfand 的論文集中,僅有一篇 Gelfand 單獨署名的文章(因為這是由 Kolmogrov 執筆)。至於何以會出現 Arnold 的文章,則是這樣的:當 Arnold 還是學生時, Gelfand 曾問他有關心臟的數學問題(Gelfand 對生物數學的興趣是非常認真的)。Arnold 思索了這個問題,發現、證明了一些東西,告訴 Gelfand。Gelfand 很高興,「太好了,讓我們合寫一篇論文」,但 Arnold 說,「不,我要自己寫」。Gelfand 沒有反對,Arnold 就自己署名單獨發表論文。然而當 Gelfand 準備印行論文集時,要求加入 Arnold 那篇文章。

劉: 我聽說過 Gelfand 的另一個故事:在美蘇會議的一個宴會, Gelfand 要在 Petrovski⁸ 面前致詞;當然 Petrovski 比他資深,又是大學校長等等。Gelfand 試圖說些得體的話:「年輕的小伙子證明困難定理並不重要;資深學者綜覽全局為年輕人指出新方向才更為重要。」當然,這句話恭維資深學者如 Petrovski 的重要性不言可喻, Petrovski 豈會不知,他回道,「Gelfand 先生並不總是這樣認為」。我由 Peter Lax⁹ 那裡聽到這個故事。

⁷Israel Gelfand (1913~2009), 蘇聯美國數學家,二十世紀最偉大的數學家之一。

⁸Ivan Petrovsky (1901-1973), 蘇聯數學家,主要工作在偏微分方程。

⁹Peter Lax (1926), 匈牙利裔美國數學家,在可積系統、流體力學方面有重要貢獻,2005 年獲阿貝爾獎 (Abel Prize)。參閱本刊 26 卷 4 期 (104) 有朋自遠方來 — 專訪 Peter Lax 教授。

就我所知，這些交流非常有成效。藉由彼此交談，兩國數學和科學的交流得以持續進行，是這樣嗎？

E: 是的，莫斯科當然是一個偉大的數學學派，有很多偉大的數學家，尤其在 Arnold 那個世代，是真正的黃金年代：Sergei Novikov¹⁰，Yakov Sinai¹¹，Yuri Manin 同屬這一世代，衆星雲集璀璨耀眼。他們熱切興奮地引領新的數學發展。一般來說蘇聯數學與西方沒有太多交流。我們當然能讀到期刊，但與當面和人交談是不同的事，莫斯科在某種意義下是個例外。爲數不少的外國數學家川流不息訪問莫斯科，相形之下到列寧格勒的極少，僅如涓滴細流。年輕的莫斯科人能夠與西方最優秀的人才如 Steve Smale 等交流，引進新的思路。列寧格勒的情況很遺憾沒有那麼好。有幾位非常好的數學家。例如，有個很好的代數學派，主要負責人是 Dmitry Faddeev。也許你知道他的兒子，數學物理學家 Ludvig Faddeev。Ludvig 的父親是很好的代數學家，是學派的核心人物。另外有個非常強的數學物理學派，成員有 Ladyzhenskaya、小 Uraltseva、Birman。Ludvig Faddeev 來自這個學派。裡面有很好的分析學家，舉例來說，有 Victor Khavin，你認識他嗎？

劉：複分析學家？

E: 是。

劉：記得當年普渡大學的數學家 Louis de Brange 解決 Bieberbach 猜想時，因爲他之前曾經言過其實，這樣的事發生幾次之後，不再有人相信他。華人數學家樊畿（曾經是數學所所長）與 de Brange 熟識，告訴他「挽救你唯一的辦法是去列寧格勒；一旦他們說你對，大家就會相信你」。我因此知道列寧格勒有個極強的分析群。

E: Khavin 有幾個學生。Nikolai Nikolovskii 是其中之一，現在很出名。幾何學派傳承自 A. D. Aleksandrov¹²，成員有 Victor Zalgaller、Yuri Burago... 哦，還有 Yuri Linnik¹³的機率學派。但總體來說確實與莫斯科無法可比。事實上，這些人並不真正掌握權力。大學當權者相當平庸，可以說他們極力維持這個平庸的水平。強人對他們構成威脅；對這些人來說，不要有太強的同僚非常重要。例如，他們不喜歡我的指導教授 Rokhlin，他在 1960 年來列寧格勒大學，他的人生非常坎坷。他是猶太人，在第二次世界大戰開打的第一時間自願從軍。第二次世界大戰初期戰況對俄羅斯非常不利。Rokhlin 被德軍擄獲，送到戰俘營。他隱瞞自己是猶太人，否則將被立即處死。Rokhlin 出生在亞塞拜然的巴庫，會說亞塞拜然語，騙過德軍，相信他是亞塞拜然人，因此被送進戰俘營而不是滅絕猶太人的集中營。他設法脫逃，在歐洲加入各種抵抗組織，在戰爭結束時設法回到俄羅斯。但在俄羅斯，曾在

¹⁰Sergei Novikov (1938~)，俄籍數學家，專長代數拓撲和孤波理論。獲 1970 年菲爾茲獎，2005 年沃爾夫數學獎。

¹¹Yakov Sinai (1935~)，俄籍數學家，俄羅斯科學院院士、普林斯頓大學教授，爲 Abel 獎、Wolf 獎等多項大獎得主。

¹²A.D. Aleksandrov (1912~1999)，蘇聯數學家及物理學家。

¹³Yuri Linnik (1915~1972)，蘇聯數學家，俄羅斯科學院院士。活躍於數論、機率論及數學統計等領域。

德國戰俘營待過的人，都被立即送往俄羅斯集中營；他們不能信任待過德國戰俘營的人。戰爭開始時他已經 21 歲，是優秀的學生，已經完成了一些重要的工作。有些數學家知道他，比如 Pontryagin¹⁴。Pontryagin 寫了幾封信給當局。一年後他們設法讓他離開俄羅斯集中營。但接下來他找不到任何工作，Pontryagin 讓他在斯捷克洛夫研究所擔任他的幫手。Pontryagin 是個盲人，官方派給他一個秘書職位的幫手。Rokhlin 在任職期間得到了他的博士學位和第二個博士學位（在俄羅斯有第二個博士學位）。但當他得到第二個博士學位，遭到解僱，因為這時他的學歷超過了幫手這個職位所需的條件。之後他陷入困頓，無法在莫斯科找到任何工作。有很多年的時間他在離莫斯科很遠的小地方工作，但仍持續到莫斯科大學參加研討會。他當時研究遍歷理論 (Ergodic theory)，組織莫斯科大學的一個研討會。他工作的地方離莫斯科有好幾個小時的火車車程。Arnold、Sinai 都參加那個研討會。

1960 年發生了一件事。幾何學家 Aleksander D. Aleksandrov 當時是列寧格勒大學校長，認識 Rokhlin 也知道他的工作。Aleksander 有權讓 Rokhlin 規避各種政治委員會的審核，聘請了 Rokhlin。Rokhlin 來到列寧格勒，立即引爆新的數學風潮；Gromov 是他的第一批學生之一，還吸引來其他一些聰明的學生。

真的有些東西開始發展了，但 Rokhlin 一直讓行政部門感到棘手，因為每一個強人都難搞，對不對？強人有自己的看法，不會唯命是從。

劉：但 Aleksandrov 能容忍他。

E：Aleksandrov 在 1964 年離開到新西伯利亞去。於是他們竭盡所能地盡快打發 Rokhlin。俄羅斯正式退休年齡是 60 歲，但大學裡沒有人真的 60 歲就退休，大學教授可以一直待在大學。但他們強迫他退休，所以他退休了。

同樣的，之後 Gromov 畢業，他聰明過人，不好打發，他們就給他大學裡工資最低的職位，薪水比看門人還少。但他樂在其中，因為他可以藉此做很多了不起的數學。但當他得到了第二個博士學位，待在這個職位已是大材小用，因此他們必須為他升等或者除掉他，他們當然想除掉他。

他們開出些條件...。你知道，在蘇聯沒有失業。大學畢業生被指派一些工作（被稱為「分發」），被分發到一些地方，總是有工作，有些人設法找到更好的工作，有的沒有。我呢，則是大學畢業後，被推薦進研究所；需要得到推薦才能申請進研究所。但他們仍然不想收我。入學要考兩科：數學和黨的歷史，（劉：你沒考太好。）不是這樣，大學的整整五年期間必須持續學習黨的歷史和相關的東西。這當然是非常政治的考試，他們真的可以隨心所欲操弄結果；問題不在你的知識而在你的詮釋，他們可以指控你的觀點錯誤。他們試圖刷掉我，但 Nina Uraltseva 教授救了我，（她是數學系的政委代表），擋下他們的決定才能低空掠過。但通過考試後，隨即受到懲罰，指派我一個特殊職位 沒有自由分發的資格，畢業後必須到西伯利

¹⁴Lev Pontryagin (1908~1988)，蘇聯數學家，在幾何拓撲及微分拓撲等領域有重大發現。

亞或偏遠地方，不能到列寧格勒，不能到莫斯科。所以我一拿到博士學位就去瑟克特夫卡爾 (Syktyvkar)。

這個城市在俄羅斯歐洲國境的北部，聖彼得堡的東北，是科米 (Komi) 共和國的首都。你可能從來沒有聽過這個國家，但它的領土比法國還大。有一個稱為科米的族群住在這裡，他們的語言屬芬蘭-匈牙利語系。在蘇聯時期，特別是在史達林的時期，這裡是典型的罪犯集中營和政治流亡者的聚集地。科米周圍有很多勞改營提供給工人和流放者。我在那裡時，當地仍然有相當多的勞改營，但已不復昔日光景。瑟克特夫卡爾是一個正常的城市，剛成立一所新的大學，校長是女性。列寧格勒大學被黨指派負責督導這所新大學，所以有義務分發一些人到新大學去。當時我剛獲得博士學位，瑟克特夫卡爾的校長挑選了我，我在那裡工作了七年。他們也曾試圖分發 Gromov 到那裡，但 Gromov 不想去，提出些條件，遭到拒絕，告訴他：「去，否則就解僱」，於是他決定離開列寧格勒大學。

劉：那麼他去哪裡？

E：在蘇聯有些奇怪的機構。Gromov 在氣象研究所工作了一陣子，之後在製漿及造紙工業研究所任職。在 1972 年離開列寧格勒大學時，我想他已經決定要離開俄羅斯。他 1974 年離開俄羅斯。

劉：Rokhlin 退休之後如何？

E：他退休後，繼續研究工作一段時間，三年後死於心臟病。

劉：在耶魯的 Rokhlin 是他的 ...？

E：他的兒子。

劉：他個性也相當獨特，遺傳了父親的某些基因。

E：我記得這個小 Rokhlin¹⁵。我到 Rokhlin 家去，當時他還是一個非常小的小男孩，Rokhlin 要他表演他的特殊才能：你告訴他任何一個長句，他看都不必看那個句子，立刻就能倒著複誦。

鄭日新 (以下簡稱「鄭」)：在 80 年代初你在工業界工作，對不對？

E：我被派去瑟克特夫卡爾大學工作，平心而論我很喜歡那裡。那是一個嶄新的地方。當時蘇聯廣設新大學，它是其中之一。但是大多數地方已經有一些師範院校，負責師資培育。在大多數情況下，他們將這些學校升級，掛牌為大學，所有人員留任。在瑟克特夫卡爾，他們決定做些比較高明的事情。我不確定但我覺得有些不錯的人參與其事，決定從零開始。因此，儘管那裡有教育學院，他們仍試圖另外創辦一所新大學。他們引進了很多優秀的人才，例如從列寧格勒、莫斯科來了幾位年輕博士，士氣很高。另一件了不起的事，是他們如何設法吸引人前

¹⁵Vladimir Rokhlin, Jr. (1952~), 耶魯大學電腦科學及數學系教授。

往就職。在我的情況，我除了去那裡別無選擇，但有些人可以不去卻還是去了，原因是他們給新進人員提供像樣的宿舍。在俄羅斯住房始終是個大問題。例如，列寧格勒和莫斯科，必需得到特殊的許可才可以居住，不是想住就可以，除非你的家人在那裡住了很多代，否則極其困難。而即使有了特許，大部分人的生活條件非常差。

我很幸運，我的父母有一個相當不錯的公寓，所以我們可以繼續生活在那裡。但是，舉例來說，我妻子家住在一個與許多家庭共同居住，所謂的公有公寓中，父母和三個孩子五口人，生活在一個 15 平方米的房間，這真的不怎麼舒服，後來他們設法弄到好些的公寓。不過「安居」這件事一直困難重重，始終是個問題。但在瑟克特夫卡爾，當地政府給大學一批新建住宅，新進教師報到後立即分配到一套公寓。這在其他地方幾乎無法想像，對很多人來說，在這裡任教意味著有個合適的住處。

劉：這所大學現況如何？

E：當然不怎麼樣了；最初五年還算不錯，之後官僚體系開始接手。我們的授課時數相當多，這在蘇聯很普遍。舉例來說，剛開始我每週授課 21 小時，在那裡的後半段時期我擔任系主任，每週授課時數可以減少 12 小時，這真的是很繁重的教學負擔。但從行政部門的角度來看，我們的工作量還真不夠多，他們無法理解，行政部門每週工作 40 個小時，為什麼我們只工作 18~20 小時。所以我們必須寫報告，必須列出如何完成 40 小時的工作：某時段教書，某時段改作業等等，精確交代每一時刻的動向。就是這種標準的官僚開始主導校務。

劉：大家都知道怎麼處理這樣的事情，有一套和官僚體系周旋的標準方式，對不對？

E：當然。回到我個人的故事。我有兩個兄弟，一個是知名的物理學家，目前仍在俄羅斯；另一個是工程師，與我母親住一起，在 1975 年（大約與 Gromov 同時）決定移民美國，一年後離開俄羅斯。當然他們曾試著說服我一起去，但那是極其艱難的決定，因為在那個時候離開蘇聯像是戲劇裡才有的情節，因為這個國家就是一個鐵幕，我們永遠無法出國或旅遊，而一旦離開，永遠不能再見到你的朋友及其他任何留下的人，這情況讓人難以想像。大學行政部門漸漸風聞他們移民的事。那時我是數學系系主任，處境岌岌可危；因為系主任的任務是向校方爭取權益，但每當我要開始爭取什麼，校長就會說：「為什麼要聽他的，他有親戚在加利福尼亞州等著他呢」。

於是我與妻子決定移民。我辭職，回到列寧格勒，申請移民。但時機已不對，俄羅斯即將展開在阿富汗的戰事，之後實際上所有的移民案件都已經中止。我們獲准在 1987 年底離開，所以從 79 到 87 這八年，我們的處境極其糟糕。因為申請移民後你就是完全不受歡迎，在政治上不可靠、不愛國。我不能在任何一所大學任職，所以我在中學工作，教了一段時間，但也只能擔任代課老師，不能給我正式的職位。做過很多臨時工作之後，我在一家公司找到了一份開發會計軟體的工作，在這家公司工作直到離開俄羅斯。

劉: 但是你一直在做研究。

E: 當然, 但是挺難的。我在這個軟體公司從事的是相當複雜的工作, 是真正高階的大型軟體系統。能勝任的人不多, 因此我很快就負責管理一個大部門。後來我發現自己雖然想要思考數學, 但在大部分的時間, 甚至睡覺的時候, 想著的都是如何處理各個檔案或如何讓軟體運作更好 ...。

劉: 但是在經濟方面生活無虞。

E: 是的, 不是很寬裕, 但是過得去。我可以準確地告訴你我的工資: 一個月 250 盧布。

劉: 一個雞蛋多少錢?

E: 公寓租金很便宜, 大約 20 盧布, 但電影票約 2 盧布; 麵包相當便宜, 大概 15 戈比 (= 0.15 盧布)。反正我的工資完全足夠應付基本開銷: 如食品, 基本服裝, 公寓租金和水電瓦斯等日常用度, 但支付這些之後分文不剩, 是月光族。想要休假或支付任何額外的事, 必需做額外的工作賺外快, 稱為 “haltura”。字面上, “haltura” 是指「粗製濫造的工作」, 但也是大家對任何形式的額外工作的通稱。比方說我曾做過的一個 “haltura” 是和一群朋友承包俄羅斯北方海港的業務, 在那裡安裝會計系統。但我們的生意頭腦不靈光, 拿到的報酬簡直低得離譜, 不能與我們付出的時間和精力相稱。我的意思是做這些很耗費時間。我試圖做數學, 參加研討會, 但當然不可能是一個積極於研究工作的數學家。

劉: 所以這八年你沒有做太多的數學。

E: 我有一些工作所以受邀在 87 年 ICM (International Congress of Mathematicians) 演說。說來在某種意義下, 從被各大學拒絕到找到正職的這兩年期間, 是我做數學的美好時光。當時我在中學教書, 只是暫時的工作, 大部分時間沒活可幹, 因此有很多時間做數學, 但是沒有收入。我在這段時間做了不少研究工作, 之後基本上只在開發軟體。

劉: 你有很好的家人在困難時期支持你。

E: 是 ... 否則沒法撐下去。

李瑩英 (以下簡稱「李」): 你已經提到一些你的數學經歷, 我對這點還有幾個問題。第一個是關於你從小的數學經歷, 你如何進入數學領域? 第二個問題: 儘管遭遇種種困難, 你仍然持續做數學, 是什麼讓你堅持? 你提到你的指導教授和 Gromov, 可能很多你身邊的人都會遭逢困頓, 是否他們立下典範、給你勇氣度過所有這些困境? 第三個問題: 如你所說, 辛幾何是一個相當新的領域, 一開始你單打獨鬥, 你也一直是推動這個領域發展的關鍵人物, 你如何做到的?

E: 好吧, 在我忘記這些提問之前, 讓我趕快回答。

劉: 我會提醒你。

E: 首先談談我是怎麼進入數學領域的。大概直到 13 歲, 我一心一意認定自己將會一輩子演奏小提琴。我拉小提琴, 而這也正是我喜歡的。當時俄羅斯有發展得很完整的數學奧林匹亞競賽系統, 先是列寧格勒的校際奧林匹亞, 接著有區域奧林匹亞、全部城市的奧林匹亞、全蘇聯奧林匹亞。我六年級時第一次參加, 表現得非常好, 雖然之前並沒有真正為競賽接受培訓。之後我受邀進入「數學圈」, 這是學童的小俱樂部, 遍布俄羅斯。我進入的數學圈是由一位很好的數學家 Nina Mefant'evna Mitrofanova 負責, 她是著名幾何學家 Yuri Burago 的妻子。

這個圈子裡有些成員後來成為非常好的數學家, 例如 Yuri Matiyasevich¹⁶ 在邏輯領域解決了希爾伯特第十問題。所以我很喜歡那裡, 花了很多時間去那裡解題, 在接下來的奧林匹亞競賽因為有備而來成績更好。要知道, 奧林匹亞競賽是需要大量訓練的。我在 8 年級時已經成為專家了。我進入比賽場地, 看看問題, 覺得似曾相識, 馬上就知道從哪裡下手。所以新手即使很聰明也難以競爭。當時在俄羅斯有個 8 年級以後就讀的特殊高中體系, 其中有特別以數學和物理學習為主的高中。到底是去這類學校好呢或者去特殊音樂學校? 我煎熬了很久, 最後決定做數學。

劉: 這是瑩英的第一個問題。

李: 是的, 第二個問題是請問你為何有勇氣面對所有這些困境...

E: 好說, 好說, 你這麼說也許在某種程度上是正確的, 但不管怎樣, 你認定生活是艱困的, 所以無論發生什麼事, 都必須...

李: 但你並沒有放棄。

E: 但是, 能有什麼選擇? 放棄? 你不得不繼續, 對吧? 不過, 我要說, 如果 1987 年我不能夠移民, 而且當時情況再持續幾年, 我想我的數學生涯就結束了, 因為思考數學逐漸變得不可能。

李: 有些極限。

E: 是。

劉: 但是在你熬過那段時期之前, 你已經嚐到了做研究的美好滋味。

E: 當然, 我已經有過很好的數學時光。自從進入研究所, 我非常幸運地能與 Gromov 合作。Gromov 比我大四歲, 我入學時他已經大學 5 年級, (我們要受 5 年的大學教育)。他在學生中非常出名, 有人會特別告訴你:「這是 Gromov」。之後我開始去 Rokhlin 的研討會, Gromov 當然也在那裡; 我看到他, 我知道他, 但我和他並沒有任何方式的實質交流; 這情況持續到我大學 4 年級時, (他那時已經在研究所)。大學 4 年級的暑假, 我思考了一些數學問題; Rokhlin 問了我一些問題, 我能夠很快地回答那些問題, 但我開始思考反向的問題。

¹⁶Yuri Matiyasevich (1947~), 俄羅斯數學家, 斯捷克洛夫數學研究所聖彼得堡分所 (Steklov Institute, St. Petersburg) 教授。

我明白了些東西，也非常喜歡自己證明的東西。整個夏天我沒有看到 Rokhlin，9 月 1 日開學時我告訴我所證明的東西。他聽完後對我說：「你知道嗎，五分鐘前 Gromov 告訴我一些非常非常相似的東西，你去和他談談。」於是我去找 Gromov。事實上，我們做的東西不是很相似，他其實是在做不同的問題，但是我們使用的方法確實很近似。然後 Gromov 說：「好了，現在讓我們來試試，看看我們用這方法能解決什麼最一般性的問題。」這是我們合作的開端。之後，我從 Gromov 學到的數學也許比從 Rokhlin 的還多，因為我與他互動頻繁。我記得有一次告訴 Gromov 我證明的東西，他想了想，然後說「如果這是對的，那麼某某東西應該是對的」。他不相信我，因為他不相信這第二個東西可能是對的，如果對的話就太超過了。但第二天我證明這令人難以置信的東西確實是對的。我記得那是一段非常令人興奮的時期，每天都告訴他什麼新東西是對的，而他會推著我前進，再前進。

李：你和 Gromov 有如此出色的表現，卻仍然被大學打壓，你當時有什麼感覺？

E：不，在這個體系裡；固然每件事都扭曲顛倒，但是身在其中，這是你的生活，你根本不會去想這些。

劉：我不認為這種事只發生在俄羅斯。就在我們這個社會，如果你保持點距離或從某個角度來看，你也會看到些荒謬的東西，但你習慣了。

E：是的，習以為常。當然我現在看這些覺得一切都極其變態；但如果你身在其中，這些是每日司空見慣的事。

最後一個問題：辛拓撲的完整故事？我提到與 Gromov 非常密集合作的期間，我們正在發展所謂的 H-原則。數學裡有許多幾何問題是通過一組微分方程和/或微分不等式來描述。你可以用獨立的函數取代所有導函數，轉換為代數問題。

通常你不會指望解決這個代數問題就會為原來的微分方程找到解決的方法。但出乎意料的，有些情況確實如此。這類型常見現象舉例來說有 Nash C^1 等距嵌入定理。如果你對任何黎曼流形，考慮它的等距嵌入問題，將是一個困難的問題。比如保長地變形 2 維球體；如果嘗試 C^2 平滑地變形，則永遠做不到，它是剛性的，對不對？一個乒乓球，不能保長地把它變形。但令人驚訝的是，如果允許 C^1 平滑地變形，就可以保長地將它塞進一個任意小的球。奇妙的與直覺抵觸的定理，這是 Nash 的定理，是我談論的類型的一個例子。之前曾提到我與 Gromov 一起在解決的，正是這種類型的問題。我們一起尋找最普遍的一類問題，滿足下面的性質：乍看非常剛性，但卻奇妙地有許多具有任意性質各異其趣的解。我們一開始就很篤定辛拓撲問題屬於這種類型。例如，當你嘗試構建辛結構，在明顯的 obstructions 滿足下，就應該能夠構建出來。我們得到很多結果很接近，但又不盡然能證明這事是對的。每次總是看起來只須要將原有的建構做一點點改進就行了，舉例來說，其中一個關鍵問題是某些 Lagrange 嵌入的存在性。我著手打造一些極盡巧思的 Lagrange 嵌入建構，但從來沒有完全成功，總有一些毛病。最後，我們逐漸開始相信：這麼不容易證明也許真的不可能證

明。事實上 Gromov 擬了另一個問題替代。替代問題的 soft resolution 意味著辛拓樸屬於 H-原則的領域, 因此不那麼有趣。替代問題的 hard resolution 顯示的意義則有趣得多; 它將告訴我們 Hamiltonian 系統具有一些特殊的定性性質, 而之所以有這些性質只因為它們是 Hamiltonian。我前面說過, 一開始我們認為替代問題的 soft resolution 的部分應該是對的。之後我逐漸開始認為 Gromov 的替代問題應該有一個剛性的 resolution, 並且終於證明了這點。這實際上發在 1981 年底, 當時沒有人做這個問題, 至少我是這麼認為的, 特別是因為我與外界沒有任何接觸。所以我想我擁有全天下所有的時間; 沒有人會做這個, 今天不做我還有明天可以做。

李: 有人會因而感到孤獨, 你卻感到更加快樂。

E: 不, 不, 這是 81 年, 我已經失業, 有很多旁騖, 所以我想沒關係, 反正我有的是時間, 如果今天沒時間做, 可以第二天做。然而突然晴天霹靂, 81 年末, 或 82 年初, Bennequin 的論文出現。其實更早之前已經有一些這方面的文章出現, 但完全錯誤。因此, Bennequin 的論文出現時, 我沒有太沮喪, 因為我認為那也是錯的, 但那竟然是正確的, 然後, Conley-Zehnder 的文章出現了。我非常沮喪, 因為我的結果確實不會發表, 我甚至連發表任何東西的可能性都沒有。這件事在我周遭的世界投下一顆炸彈。

姚美琳 (以下簡稱「姚」): 那麼大家是怎麼知道你在辛拓樸的這個工作?

E: 我寫了一封信給 Gromov, 他已經在美國, 正在寫關於全純曲線的論文。他知道我的工作。後來發生了一件不幸的事情。在第一篇解決圓環 (torus) 和其它曲面上的 Arnold 猜想的文章中; 我犯了一個小錯, 但幾個月後修正了。A. Katok¹⁷在 79 年獲准移民美國, 我請他把我的論文帶去。(因為寄送一篇未發表的手稿是非法的。) 發現這個錯誤前, 我已經把文稿交給 Katok 請他帶到西方國家。後來我再將新的正確版本送去給他, 但不知怎的, 他搞混了, 把第一個版本給了一些法國數學家。他們組織了一個研討會以一年的時間討論這篇文章, 我猜他們根本沒有發現錯誤。這真是無法想像的愚蠢: 你不能影印, 這是非法的, 所有的複印機都受到控管; 有人設法影印, 但那是非法的。依當時的想法, 複印機可用來大規模印製反政府文宣。送數學文本到國外也是非法的。有時一些數學家來訪後會帶些論文回去, 但也有些人非常害怕這麼做。舉例來說, 87 年時我到 LOMI (斯捷克洛夫研究所列寧格勒分所) 請一位熟識的著名數學家傳遞東西給 Serre¹⁸, Serre 當時在列寧格勒。我不認識 Serre, 因此我問他是否可請 Serre 帶走我的論文。但後來他告訴我 Serre 不願意做這種事, 因為之前有訪問學者同意帶走一些論文, 過海關時遭俄羅斯邊境管制單位搜身許久, 以致回到法國時還在發抖。對於外國數學家這也不全然合法。

¹⁷A. Katok (1944-), 美國賓夕凡尼亞州立大學教授。

¹⁸Jean-Pierre Serre (1926-), 法國數學家, 在拓撲學、代數幾何與數論上多有貢獻。曾獲頒多個數學獎項, 包括 1954 年的費爾茲獎與 2003 年的阿貝爾獎。

鄭: 有文章說你和 Perelman¹⁹有聯絡?

E: 我不應該消費我與他的關係。我與 Perelman 有如下的關係。在蘇聯時我根本不認識他, 他太年輕了。在我離開列寧格勒大學的時候, 他也許還沒上大學。我在他 91 年來到西方時首次見到他, 他與 Gromov 有非常多的互動, Gromov 當時有部分時間在馬里蘭大學, 我在那裏遇見 Perelman。我們之後一直偶有互動。後來他到柏克萊, 朋友不多, 所以我們有一些互動。他要回俄羅斯時, 打包了一些紙箱, 裡面有些舊退稅單之類的東西寄放在我的車庫裡, 還說要把我家地址做爲他的美國聯絡地址, 收受他的銀行賬單。我至今仍然收到他的銀行對賬單。直到不久前, 他仍固定與我聯繫, 告訴我應該把這些東西寄到何處, 我也一一照做。但過去幾年我與他失聯了。他一度寫信給我, 請我到他留給我的箱子中找一篇論文。我去車庫, 發現松鼠在他的箱子裡做窩, 所有的退稅單和多篇論文都被嚼爛了。

鄭: 你知道他現在在做什麼?

E: 我不知道。一家日本公司製作了一個關於 Perelman, 而 Perelman 本人並沒有出現的紀錄片。他們採訪我, 引用我的句子, 於是現在每個人都在問我他的事。我與 Perelman 最後一次談話時, 他已拒領菲爾茲獎, 但尚未拒領百萬美元獎金。他打電話給我, 告訴我郵件該寄往何處。我們接著交談, 我問:「Grisha, 你爲什麼不來史丹福, 你不需要做任何事, 你不必給演講, 來就是了。」「那麼我要做甚麼?」「哦, 很多人想和你談談。」「談什麼?」「談數學。」「我不再對數學感興趣。」「那你對什麼有興趣?」他回答「還言之過早。」我這樣告訴那個影片製作人, 片中引述了這些話, 於是現在大家都極感興趣。我剛剛看到有些評論, 說他可能正在做什麼不可思議的事。

劉: 他現在住在哪裡?

E: 他與母親住在聖彼得堡一個說來很糟糕的區域。最近他們想要推舉他爲俄羅斯科學院院士, 當然這是一個荒謬的想法。在美國, 推舉之前不會詢問候選人的意願, 但在俄羅斯, 爲了當選你必須提出申請, 表示你想成爲科學院的一員。這絕對是荒謬的想法, Perelman 永遠不會提出這樣的申請。

劉: 你覺得 Perelman 成功的因素是什麼?

E: 首先, 當然他聰明絕頂, 這沒問題。我的妻子常說數學應該在修道院裡做。事實上, 正常人仍然可以做出一些很好的數學, 但要做出那般精彩絕倫的數學, 真的須要忘記其他種種, 心無旁騖專注此事, 他就是這樣的。Clifford Taubes²⁰也是如此; 不務他事, 全心全意做數學, 彷彿天下別無他物。當然我們大多數人還是有一些其它面向的生活, 有別的好處, 但若要做真正偉大的數學, 這樣是非常糟糕的。在這個意義下, 我可以完全理解 Perelman 當初爲何

¹⁹Grigori Perelman (1966~), 俄羅斯數學家, 在黎曼幾何及幾何拓撲上有劃時代的貢獻。

²⁰Clifford Taubes (1954~), 美國數學家, 哈佛大學 William Petschek 數學教授。參閱本刊 37 卷 1 期「有朋自遠方來—專訪 Clifford Taubes 教授」。

回到俄羅斯，對不對？因為他有如何解決幾何化猜想 (geometrization conjecture) 的想法。如果他留在西方，接受了一個職位，就不得不教書。即使到普林斯頓高等研究所，也必然會有一些其他的任務：寫推薦信、審查博士後申請等，許許多多的職責分分秒秒分散他專注研究的心。所以他回俄羅斯去；他是那種對物質生活要求不多的人。當然，那裡的薪水相形悲慘，絕對無法與美國相提並論，但他在美國那幾年省下幾千元，可支撐他在俄羅斯很久的生活。他在斯捷克洛夫研究所工作，而斯捷克洛夫研究所是一個很不錯的地方，研究人員甚至不需要到所裡上班。以前爲了領支票一個月須要到所裡一次，如今也許連這也不須要，支票自動入帳。因此這對 Perelman 來說是個理想的安排。這段期間他實際上不與任何人互動。Perelman 以前的指導教授 Yuri Burago 在他離開後曾訪問史丹福大學。我們並不知道他已經證明了 Poincaré 猜想，我們甚至不知道他在做什麼。我問 Burago, 「Grisha 最近在幹什麼？」他回答說：「嗯，他真的瘋了，很不幸，他沒有做任何事情。」但事實上，他當時正在進行一些奇妙的事情，只是他沒有告訴任何人，因此也沒有人知道他在做什麼。

劉：對他來說，跟別人說話是浪費時間，沒有必要。不過，Gromov 呢？

E：是的，Gromov 可能是我剛才說法的一個反例，但是應該這樣說，在一定程度上 Gromov 不是一個極端的反例。Gromov 也是個工作狂，但他對很多東西感興趣，比如他喜歡看書。但在他待的地方 Gromov 大多享有不用教書的特權。所以 Gromov 是反例，但不全是。我可以想像，如果 Gromov 的風格更接近 Perelman 一點點，也許他會證明更多東西。

劉：我聽過其他人基本上講相同的話：當 Gromov 說某個數學應該是真的，他通常是對的。所以必然有一串思路讓他這麼說，但這對大多數人卻不是顯而易見的。

E：但一般來說，什麼東西顯而易見，什麼不是，因人而異。因爲每個人的心中都有某種圖像，而我們的言談僅是我們能想到的一些小事，對不對？在這世上我的腦海裡有些東西是顯而易見的，但其他人看來卻有完全不一樣的畫面，我的畫面和他們的不契合。有時一篇論文聲稱“顯而易見”的事，我們卻百思不得其解。但有時一句話就讓人豁然開朗，因爲這句話讓我們從一個不同的角度看它。所以，有許多不同的方式讓我們理解事物。

我記得當 Gromov 還是研究生而我是大學生的時候，他教了我下面的事。他說：如果有人論文中聲稱某事「顯而易見」，最有可能的就是作者並不真正知道如何證明它。如果他知道，而且的確很簡單，爲什麼不直接寫下證明，對吧？因爲對他來說似乎清楚明白，但試了又試卻不能真正證明它，所以他就寫這是「顯而易見」的。

另一件 Gromov 教我的是：如果你看到一些真正棘手複雜的論證，那麼有兩種可能，要嘛作者並不真正明白他在說什麼，要嘛論證是錯誤的。因爲如果是經過真正理解的論證，應該是簡單的。

劉：這讓我想起了 Arnold。我應該問你這個問題。Arnold曾說，有人宣稱已經證明了我的猜想，

但是他們並不理解它，沒有理解。這是他在史丹福大學說的。所以我的問題是：當你證明了阿諾德的猜想時，阿諾德如何回應，如何反應？

E: 我的證明說起來是個非常心酸的故事。我第一次證明曲面情形的阿諾德猜想，正好是我們申請移民那年。我投稿到 *Functional Analysis and its Applications*, 這是最好的俄羅斯數学期刊, Gelfand 是主編, Arnold 是執行主編。Arnold 把我的論文送審, 自然我不知道是誰審稿。一天我正好在莫斯科, 打電話給這個我熟識的人, 竟然是他審稿。他非常高興與我打電話給他, 「你知道, 我正在審查你的論文, 但有些東西我不明白, 你能解釋一下嗎?」於是我去和他談了一整天, 解釋我的證明, 他寫了一份漂亮的報告。之後當然他對 Arnold 坦承曾經和我談過。Arnold 大發雷霆, 說我破壞了審查, 現在他不得不從頭來過。但是當時期刊內部已經知道我申請移民的事。他們非常擔心, 我不知道到底擔心什麼, 但大概是 Gelfand 極為害怕發表像我這樣政治不正確人物的論文, 會對期刊不利。編委會一位成員打電話給我, 說他們沒有數學上的理由拒絕我的文章, 因此他們只能要求我自己撤回論文。我回絕了, 並沒有撤回。稿子仍然在那裡, 從來不曾退稿也從不曾發表。

劉: 但很多人都看過那篇論文。

E: 在俄羅斯有這樣的系統, 你可以發表論文或者將它寄到特別的論文庫, 論文就此註冊在案, 之後會受到審查。它不完全是出版品, 但任何人都可以寫封信到這個地方要求一份副本。所以在這個期刊事件後, 我將論文寄到此處。論文不算是出版, 但它在那裡, 我也知道有人從那裡拿到它。

劉: 現在有電子副本。

E: 是的, 當然, 現在看這事覺得荒謬。

劉: 至少可以這樣說。你的人生經歷和我們大多數人的有一點點不同。

E: 我認爲每個人的人生故事都不一樣。聽任何人講, 聽到的都是個人獨特的人生。你知道, 我的故事, 整個蘇聯和我們在那裡的經驗, 從今天的觀點來看似乎光怪陸離, 我們曾做過的事以及我們的反應都很奇怪。回過頭看, 覺得荒謬, 但那時的生活就是這樣。

劉: 儘管所有這些事並不完全正面, 當時蘇聯數學是處在最高水平。

E: 是的, 但在某種意義下這些都是同一回事, 讓我們稱之爲 Perelman 症候, 因爲這些都是同一個故事的一部分, 對不對? 首先, 如果聰明的年輕人在西方世界, 比如美國, 他們想要從事什麼有很多選擇, 但在蘇聯, 就必然會去做一些硬科學, 主要是基礎科學; 因爲人文科學很政治化, 不是每個人都願意做, 因此剩下的選擇僅有物理、數學和化學。順便說一下, 生物學因爲 Trofim Lysenko 等人而聲名狼藉, 所以實質上剩下的選擇是數學, 物理和化學。或者如果你非常聰明, 也可以成爲一個罪犯, 因爲很多人想以某種方式過過好日子、賺點錢,

但沒有合法的賺錢途徑，要賺錢必須做些非法的勾當。因此有些有辦法的人，遊走法律邊緣，大部分沒有好下場。所以數學只是以量取勝；我認為一般來說，數學狀況不佳。因為你看到的只是在莫斯科有一些真正了不起的數學、在聖彼得堡有些不是了不起但還不錯的數學，也許其它地方也有一些優秀的數學。還有某種巨大的數學沼澤；在很多地方有所謂的數學學派，不停地從事自我複製。比方說，在某一時刻某個還可以的數學家在某地落腳，就此繁衍出他的一票徒子徒孫；起初他們也許做了些還可以的數學，但之後就自我複製。這類事情非常流行。普遍來說，數學的狀態不是很好，我們看到的僅僅是少數幾個亮點。

劉：但這亮點有很大的體積。

E：我不知道是否談得上大。如果要列出歷史上偉大的數學家，也許我們可以列出幾十位俄羅斯數學家。

劉：你現在人在美國，你如何比較這兩個體系？當然美國是一個完全不同的社會，正如你所說的，大多數有數學才華的人不想繼續從事數學。你怎麼看？這兩個大國你都待過，各自在你的職業生涯佔有重要的部分。

E：完全不能比較，過去存在於俄羅斯的種種，能存在的原因是它極其變態的體系，一切都封閉、不能自由遷徙。我們如今看到，一旦蘇聯解體一切如煙消霧散，對不對？留在俄羅斯的已經不復令人印象深刻，知名的俄羅斯數學家大部分在國外。

劉：可不可能在經濟情況改善後俄羅斯學派又會回復？因為俄羅斯不是只有蘇聯時期，19世紀時俄羅斯曾是人文薈萃之地，我的意思是你們有偉大的作家。

E：我非常希望他們卓然有成，但俄羅斯最近的政治發展讓我不是那麼樂觀。很遺憾，我不認為這會在不久的將來發生。

劉：但是俄羅斯智識傳統並不是從20世紀才開始，對不對？它有長遠的傳承，19世紀有偉大的作家、音樂家，傳統深厚。

E：是的，我非常希望這個傳統能夠延續。而在美國，弔詭的是，美國有偉大的大學、偉大的數學家，儘管它的中小學教育一塌糊塗。學校教育駭人聽聞，尤其是數學，是吧？能有這個夢幻般開放的國家真好，我個人非常高興能來到美國，待在史丹福大學。但你看看史丹福大學數學系的師資，有多少新進教師是在美國受教育的？大概只有 Brian Conrad。能待在這個國家很好，但它有點奇怪。

姚：我還有個問題。我在大學時主修純數。我當然很喜歡數學，但我僅僅學了純數，我不認為我對物理，化學等科學其它分支懂很多。當你在大學學習幾何、拓樸學時，是否也經歷過類似的情況，與其它學科疏離？你覺得這仍是個好主意？

E：首先，俄羅斯的傳統裡，幾乎沒有地方有數學系，因為總是稱為「數學與力學系」，在莫斯科

如此，在列寧格勒也是。事實上，數學和力學水乳交融，我們學了很多力學。這樣很好，雖然我當時不太喜歡力學，但一路跟著大家學。我們也教一點物理，比如 Ludwig Faddeev 教量子力學。我們也有標準的物理課程，幾年的普通物理。還有一些其它學科，當然可能比我能提到的還多。

姚：我不是很清楚數學史，但我覺得 19 世紀的數學家都同時是物理學家，他們學很多的...

E：在莫斯科更是如此，主要是源自 Gelfand 和他最好的學生，他們認真推動一個統合數學的想法，數學只有一種，裡面包含應用。事實上，不管數學家如何標榜自己只在意純數學而不在意其他任何東西，我認為他們都夢想自己的成果有一些應用，對不對？我們都夢想有朝一日我們的成果還有其它用途。當然數學並不必然要去追求應用；所有的數學，從我的觀點，也不必然都應該是種應用數學。但長遠來看，對於自己的工作抱持著將來或許對某些事有用的前景，總是件好事。

姚：在某些時候，其它學科的問題可能可以刺激數學家深入的思考，而從數學觀點解決問題也可能會為其它學科創造新工具和新思維。

E：遺憾的是，我自己也不了解這點。近年來有不少數學和物理之間的互動。物理和數學的古典互動是物理學者使用數學工具，對不對？但現在事情完全相反，新的數學來自物理。許多數學家正在努力學習物理。但坦白地說，我認識的數學家都不能成功地以物理學家理解物理的方式真正了解物理。因此一定有什麼地方出了差錯，似乎之前的數學教育出了些問題阻擾了我們。當你接受數學教育時，有些因素障礙我們從物理學的觀點思考，我也不明白為什麼如此。有些一流的物理學家能夠做出一些很好的數學；也許他們學習數學的方式不正統（從我們的觀點來看），但他們就是有辦法理解數學。我有一個意味深長的故事。也許你知道 WDVV (Witten-Dijkgraaf-Verlinde-Verlinde) 方程的弦理論物理學家 Robbert Dijkgraaf，他是一位非常可敬的物理學家，當然他知道很多數學。我與他互動頗多。有一年我待在普林斯頓，在高等研究所籌劃了一個關於全純曲線的議程。他當時正在那裡的物理所訪問，我請他為參與議程的數學家給幾個演講。他同意，我們討論了他的演講內容，然後我說，「我只要求你一件事。根據我的經驗，當物理學家跟數學家交談，他們認為數學家知道所有的數學。」他很驚訝地看著我，「那你們知道什麼？」數學家應該知道數學吧？物理學家知道所有的物理，也許各有專精，但原則上他們可以討論各種物理，所以當他們聽到數學家竟然不知道所有的數學，覺得很奇怪。那麼究竟數學家知道些什麼？

劉：這是一個令人不安的情況，我們教育學生的方式令人擔憂。

E：我同意。

劉：在最壞的情況，我們會變成邏輯機器，這非常糟糕，在那方面我們無法與寫軟體的人競爭。

E：有一些阻礙在。當物理學家研究某個問題，如果在某個他們知道的情形有非常牽強的類比，

他們就說好吧讓我們假設同樣的事在目前的問題也是對的。在 90% 的情況，這當然不可行，但有時確實很有效。然而對我們來說這樣的作法是一種禁忌。

劉：我們已經失去了類比想像這種力量；經由我們的訓練，我們已經喪失某些純真。

E：我們嘗試做這樣的事，但有時我們畫地自限，不敢走那麼遠。

姚：歷史上有很多物理和數學之間的互動，但我注意到物理和現在非常流行的生物學之間少有互動。我注意到 Gromov 在某些時候也做生物。

E：Gromov 始終是一個數學家。我不知道他在生物學有何成就。

劉：他對生物學的理解到什麼程度？

E：他肯定對生物學非常感興趣，而且非常願意對生物學做出一些貢獻。

劉：至今他的真正貢獻？

E：我不認為目前為止他有好成果。

劉：在 19 世紀，並非物理學家 Laplace 和數學家傅立葉互動。事實上，傅立葉是一個數學家也是一個物理學家，Laplace 亦然，所以他們可以自身做內在的互動。現在是數學家和物理學家要互動，我認為這相形困難。

E：但近年來有了弦理論的發展。物理學家還不太接受弦理論，他們彼此之間有些摩擦，但對我們這些非物理學家而言，弦論看起來像是物理。隨著弦理論的發展，數學家和弦理論社群努力嘗試交流。我覺得有一些好的事情正在發生。

劉：但這是次好的情況，最好的情況應該是人與自身之間的互動。

E：但沒有那麼多的人能進行這種互動。

劉：確實如此。但現在經由我們的教育，幾乎盡量將這種人最少化，這是問題所在。好吧，也許我們應該在此饒了你。真是太好了，你和我以前訪談過的人完全不同。

E：我很高興與你們交談，但我希望你不要刪除你的部分，否則對話會顯得很愚蠢，我的獨角戲。

劉：我可以再問一個問題來結束？這是真的，每個人都可以感受到你的巨大熱情。也許你天生就很有熱情，但也許我們也可將此歸之於你一路走過的曲折路徑。

E：我聽過有人這樣談論我，但我從來沒有這樣來想自己。其實我不覺得自己有什麼改變。美琳認識我，我們多少年前認識的？

姚：1994年，17年前。

E：因此，我變了多少？

姚：你從來沒變，看起來和以前一樣。

E: 這意味著我天生就有很大的熱情。你知道, 改變與否是不公平的問題。Gromov 離開俄羅斯前, 我在 1974 年最後一次見到他, 而我再次遇見他是在 88 年移民後, 所以我們 14 年沒見。久別重逢時, 前 30 秒我驚呆了, 「這是 Gromov 嗎?」那完全違背了我心中的印象。但 2 分鐘後, 我開始認為他始終就是這樣。我想這是不公平的問題, 因為首先, 美琳, 我們在這些年當中見過幾次; 當你看到我, 也許會在第一時刻的當下感受到我有所不同, 但 2 分鐘後我就再次成為和你過去心目中一樣的人。

劉: 這樣的熱情會感染其他人, 你可以看到, 在你的演講中, 聽眾覺得多麼美好。

E: 我很抱歉, 遺憾的是有件事我從來學不會。所有的演講, 我嘗試講的總比該講的多 5 倍。我知道這一點, 我試過, 但就是從來沒有成功過。

劉: 重要的不僅是你的演講內容, 還有你的表達方式。無論如何, 非常感謝你。

—本文訪問者劉太平及鄭日新任職中央研究院數學研究所, 李瑩英任教台灣大學數學系, 姚美琳任教中央大學數學系—