數學傳播 41卷1期, pp. 80-95

王文素《算學寶鑒》幻圖探奇與五星圖

梁培基

摘要:《數學傳播》40 卷 2 期, 刊登了羅見今先生撰寫的「王文素《算學寶鑒》幻圖的組合意義」, 文中登載了明代數學家王文素在500 年前構作的一些幻圖, 多姿多彩, 妙趣橫生。本文在古人的基礎上加以更改, 給出幾個類似王文素幻圖樣式的幻圖: 優化輻轉幻圖、雙豎花王字圖、古珞錢圖、擴大連環圖、標示圓圈符號的瓔珞圖, 藉以激發初學者的興趣, 發掘文化遺產。本文增加了新創「五星圖與六星圖」的內容, 並非敝帚自珍, 旨在拋磚引玉。

首先介紹幻圖部分:

一、算學寶鑒之幻圖部分

1.1. 輻轉幻圖

圖 1 是由 1∼33 連續自然數組成的新幻圖, 這個幻圖的 4 條直線上 9 數之和 = 165、平方和 = 3949; 每圓周 8 數之和 = 132、平方和 = 2860。不妨稱爲「優化輻轉幻圖」。

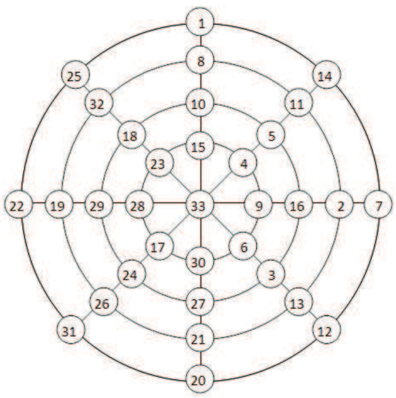


圖 1

構造方法: 先造一個 4 階幻方 [5](圖2.a), 再將這個 4 階幻方的每個元素都分別加上 16 得到圖 2.b. 之後, 調換圖 2.b 的 2, 1, 4, 3 行, 爲圖 2.c 的 1, 2, 3, 4 行, 把圖 2.a 與圖 2.c 連接起來, 就得到圖 1。

1	8	10	15	17	24	26	31	30	27	21	20
14	11	5	4	30	27	21	20	17	24	26	31
7	2	16	9	23	18	32	25	28	29	19	22
12	13	3	6	28	29	19	22	23	18	32	25
圖2.a				圖2.b				圖2.c			

1.2. 雙豎花王字圖

圖 3 是一個「雙豎」花王字圖, 其元素是連續自然數 1∼126, 共構成 22 個連環圓, 每圓上 8 數之和等於 $127 \times 4 = 508$。圖中數字 1∼22 不僅表示實際數値, 而且代表所在圓的序號。

爲紀念王文素在數學方面的豐功偉績, 改用「雙豎花王字圖」表示「王者風範」, 以示敬仰! 倘若文素公在天之靈有知, 當含笑九泉矣!

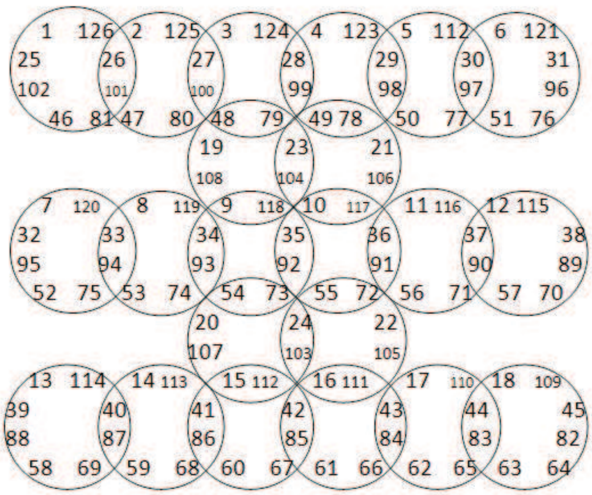


圖3

1.3. 改變排列的古珞錢圖

圖 4 是一個改變數字排列的古珞錢圖。圖中數字 1∼25, 不僅表示實際數値, 又分別代表所在圓 1∼25 的序號。每個圓上 8 個數之和等於 $121 \times 4 = 484$。

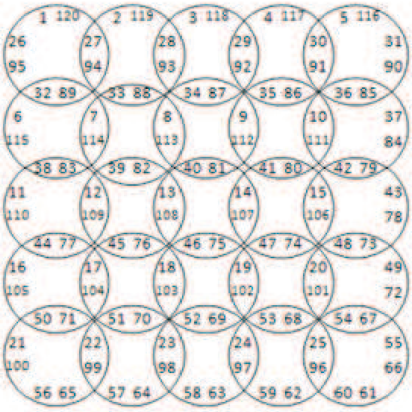


圖4

從填寫數字中總結出排列規律, 順手拈來即可填成。其關鍵是在每個圓中:

上、下兩行的一對數字橫向之和等於 121, 例如: $1+120=32+89$, $2+119=33+88$, 等。

左、右兩列的一對數字縱向之和等於 121, 例如 $26+95=27+94$, $30+91=31+90$, 等。

要填寫較大的古珞錢圖只是時間問題, 讀者不妨一試。倘若填寫成功, 那愉悅愜意的心情難以描述, 自己對自己情不自禁地「嘿嘿」一聲傻笑, 什麼人間煩惱、什麼寂寞惆悵、什麼失意彷徨、什麼悲哀憂傷, 統統都拋到九霄雲外去了!

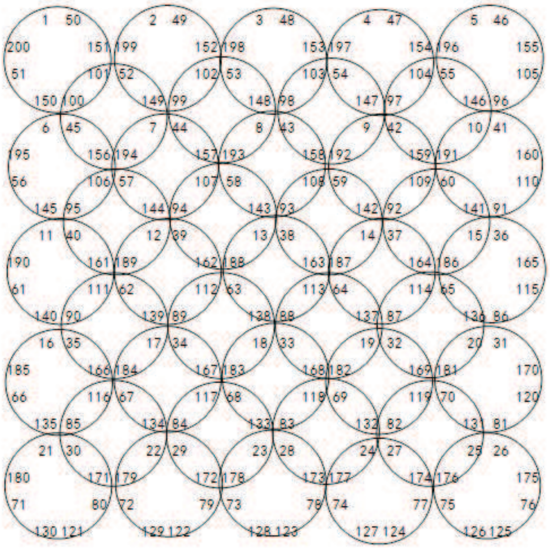


圖5

1.4. 擴大連環圖

圖 5 是一個擴大元素的連環圖: 由連續自然數 1~200 所組成, 每個圓上 8 個數之和等於

$201 \times 4 = 804$。構造方法同上。

1.5. 兩個瓔珞圖

圖 6.A 是用新方法排出的瓔珞圖, 外周 6 個圓與中心圓稱爲 7 個基本圓, 其中 1∼7, 不僅表示實際數值, 又分別代表所在圓 1∼7 的序號。每個圓上 6 個數之和都等於 129。

圖 6.A 的 7 個基本圓由表 1 提供的 6 行 7 列矩陣每列 6 數填寫而成, 各圓 6 數之和都等於 $15 + 43 + 71 = 129$。

圖 6.B 是由改變矩陣的表 2 得到的, 實線所圍的是 7 個基本圓, 各圓 6 數之和都等於 $43 \times 3 = 129$。具體操作方法同圖 6.A, 但比較簡單。表 1 與表 2 的排列規律一目了然, 不贅。

由於瓔珞圖優美有趣, 構造方法比較複雜, 原著中作者也沒有提供構造方法, 所以我們構造出兩個與原來不同的瓔珞圖, 當然, 還可以用其他方法構造出更加優美、絢麗多彩的瓔珞圖。

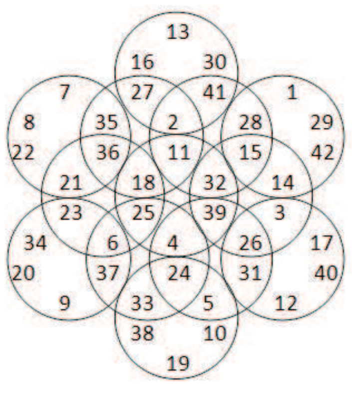


圖6.A

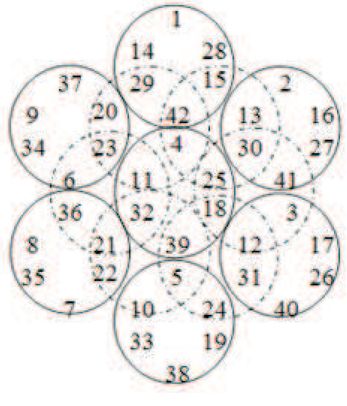


圖6.B

1	2	3	4	5	6	7
14	13	12	11	10	9	8
15	16	17	18	19	20	21
28	27	26	25	24	23	22
29	30	31	32	33	34	35
42	41	40	39	38	37	36

表 1

1	2	3	4	5	6	7
42	41	40	39	38	37	36
14	13	12	11	10	9	8
29	30	31	32	33	34	35
15	16	17	18	19	20	21
28	27	26	25	24	23	22

表 2

二、五星圖

引言: 把一些零散的數字, 運用特殊的組合方法, 填寫於優美的圖形之中, 使得這個圖形具有一些奇妙的數學性質, 是組合數學研究的課題。在少年時期曾經填寫過 10 個數的五角星圖, 沒有見到其他形式的五星圖。本文給出用 15 個數字填寫三圓周的五星圖, 稱為「三圓周五星圖」, 又稱「五星幻圖」, 簡稱「五星圖」。本文給出了構作五星圖的方法及幾個實例。

2.1. 基本定義

把 15 個互不相同自然數分為 3 組, 分別為:

a_1, a_2, a_3, a_4, a_5;
b_1, b_2, b_3, b_4, b_5;
c_1, c_2, c_3, c_4, c_5。

把這些數填寫在三圓五角星圖案 (圖7.a) 中。

基本定義:

定義 1: 填寫在五星圖外部的 5 個數 $a_1 \sim a_5$ 稱為外圓元素, 中部的 $b_1 \sim b_5$ 為中圓元素, 內部的 $c_1 \sim c_5$ 稱內圓元素。

定義 2: 外, 中, 內 三圓相鄰的 5 個數字稱為「相鄰五星」。例如:a_1, b_1, c_1, b_5, c_5 五個相鄰元素組成的五角星, 稱為相鄰五星, 餘類推。

定義 3: 從外圓各元素出發過中心直線上的 3 個元素, 稱為「直通線 3 元素」。例如: a_2, b_4, c_4 是一組直通線 3 元素。a_2 稱為首端元素、c_4 稱為末端元素。直通線 3 元素與其末端相鄰的兩個外圓元素之和等於定值, 稱為「3加2」。

若圖 7.a 滿足下列三個條件:

1. 外、中、內三圓五星上 5 個元素之和都等於定值 (S_5)。即
$$\sum_{i=1}^{5} a_i = \sum_{i=1}^{5} b_i = \sum_{i=1}^{5} c_i = S_5.$$
2. 每個相鄰五星 (共有 5 組解) 上 5 個元素之和都等於定值。
例如: $a_1 + b_1 + c_1 + b_5 + c_5 = S_5$ 或者 $a_4 + b_4 + c_4 + b_3 + c_3 = S_5$ 等 5 組解。
3. 「3加2」之和, 等於定值。
例如: $a_1 + a_3 + b_3 + c_3 + a_4 = S_5$ 或者 $a_3 + b_5 + c_5 + a_5 + a_1 = S_5$ 等 5 組解。

則稱爲「五星圖」。

2.2. 構造方法及實例

圖7.a 是 $a_1 \sim a_5$, $b_1 \sim b_5$, $c_1 \sim c_5$, 15 個元素的排列順序。

圖7.b 是由連續自然數 $1 \sim 15$ 構成的五星圖, 其幻和 $S_5 = 40$

圖7.c 是由 15 個連續素數構成的五星圖, 其幻和 $S_5 = 129$。

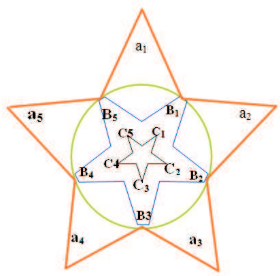


圖 7.a

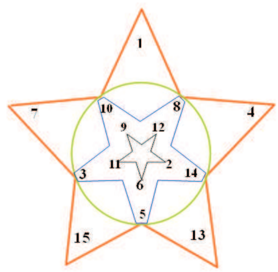


圖 7.b

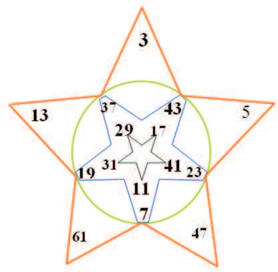


圖 7.c

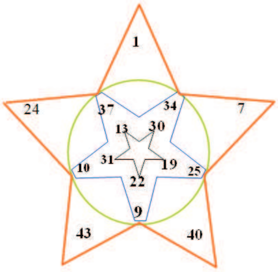
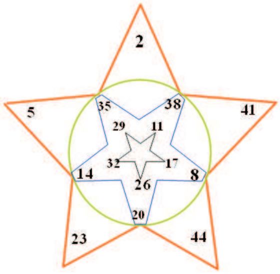
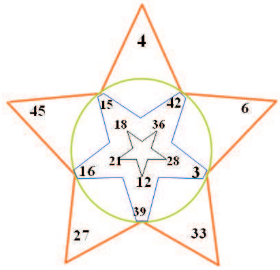
圖 7.b 與圖 7.c 兩個五星圖, 由下列矩陣提供資料, 只需把各個元素按照順序填入五星圖內即可。

填入圖7.b						S_5	填入圖7.c						S_5
外圓	1	4	13	15	7	40	外圓	3	5	47	61	13	129
中圓	8	14	5	3	10	40	中圓	43	23	7	19	37	129
內圓	12	2	6	11	9	40	內圓	17	41	11	31	29	129

2.3. 三個同值五星圖

圖 8.a,b,c 是由連續自然數 $1 \sim 45$ 構成的 3 個同值五星圖, 各個五星圖的幻和都相等, $S_5 = 115$。

填入圖8.a						S_5	填入圖8.b						S_5	填入圖8.c						S_5
外圓	1	7	40	43	24	115	外圓	2	41	44	23	5	115	外圓	4	6	33	27	45	115
中圓	34	25	9	10	37	115	中圓	38	8	20	14	35	115	中圓	42	3	39	16	15	115
內圓	30	19	22	31	13	115	內圓	11	17	26	32	29	115	內圓	36	28	12	21	18	115

 圖 8.a	 圖 8.b	 圖 8.c

利用上述方法, 可以造出由連續自然數組成的奇數個同值五星圖。容易證明偶數個同值五星圖, 只能是不連續的數。

2.4. 餘味未盡

有人說:「一本讀不完的書才是好書!」我們說:「大塊硬骨頭才有啃頭!」

自從 1997 年造出五星圖之後, 想到古人「結繩記事」的故事, 於是突發奇想把數字嵌入五星圖中用來紀念香港回歸, 於是誕生了「香港回歸五星圖」。香港一位教授看到後, 高度讚揚:「香港回歸五星圖, 融知識性、趣味性於一體; 集數學美、藝術美於一圖。既有歷史意義, 又有收藏價值。是一個精美漂亮的傑作, . . .。」

1999 年在人民政協報頭版發表了「澳門回歸五星圖」, 全國各地報刊轉載。

2012 年向國際數學家會議提交「國際數學家會議五星圖」中英文版, 記載了 24 屆數學家會議召開的時間和地點。美國一位華裔教授要了 5 份, 並說:「要作爲最珍貴的禮品送給沒有來參加會議的好友!」

一友贊之曰:

美麗奧妙五星圖,	每圓五數和相等,
發表之前世間無。	相鄰五星和亦同。
十五數字填其中,	直線三數加末鄰,
幻和相等無謬誤。	五數同和妙趣生。

三、六星圖

3.1. 平面六星圖

用連續自然數 1, 2,. . ., 13 構成一個「六角星」圖形, 具有下列 4 條基本性質:

1、每圓周上 6 個元素之和都等於定值 S_6。

2、每條直線上 4 元素之和等於定值 S_4。

3、每個三角形上 3 元素之和等於定值 S_3。

4、每個四邊形上 4 元素等於定值 S_4。

我們稱之爲「六星幻圖」, 簡稱「六星圖」。

六星圖由 3 層數字組成, 所以我們稱爲「3階六星圖」。圖 9.a,b,c,d 是 4 個不同排列的六星圖。

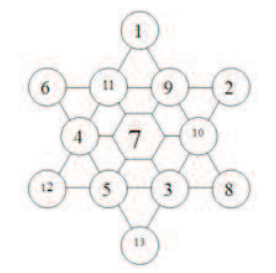


圖 9.a

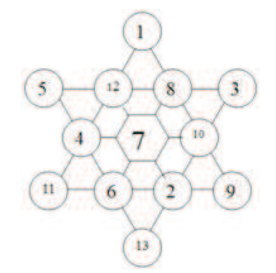


圖 9.b

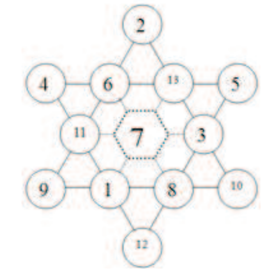


圖 9.c

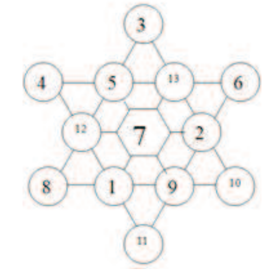


圖 9.d

幻六星圖還具有下列奇妙的性質:

性質 1: 「點」。關於中心對稱的任意兩點上的兩元素之和都等於 14。

性質 2: 「直線」。6 條直線上每 4 個元素之和 $S_4 = 28$; 兩個平行線上 4 元素之和、平方和分別相等, 如 2, 6, 11, 9 與 12, 8, 3, 5 的和 $S_4^1 = 28$, 平方和 $S_4^2 = 242$; 6 條過中心直線上 3 元素之和 $S_3 = 21$ (長短各 3 條)。

性質 3: 「三角形」。6 個小三角形的 $S_3 = 21$; 並且關於中心對稱的兩個小三角形上面 3 個元素的和、平方和分別相等。例如,

$$1 + 9 + 11 = 3 + 5 + 13 = 21,\ 1^2 + 9^2 + 11^2 = 3^2 + 5^2 + 13^2 = 203;$$
$$9 + 2 + 10 = 4 + 12 + 5 = 21,\ 9^2 + 2^2 + 10^2 = 4^2 + 12^2 + 5^2 = 185;$$
$$10 + 8 + 3 = 11 + 6 + 4 = 21,\ 10^2 + 8^2 + 3^2 = 11^2 + 6^2 + 4^2 = 173。$$

兩個大三角形上 9 個元素之和 $S_9 = 63$。並且其平方和 $S_9^2 = 585$。

圖 9.a 中, 由 4 元素所構成的三角形, 他們的 1 次和、2 次和、3 次和分別相等, 如:

$$1, 12, 5, 8 \text{ 與 } 2, 3, 10, 11 \text{ 的 } S_4^1 = 26,\ S_4^2 = 234,\ S_4^3 = 2366;$$
$$2, 6, 9, 13 \text{ 與 } 3, 4, 11, 12 \text{ 的 } S_4^1 = 30,\ S_4^2 = 290,\ S_4^3 = 3150。$$

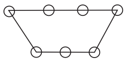
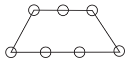
在圖 9.a 或圖 9.c 中, 將 2, 8, 9 和 3, 4, 12 分別連接成兩個三角形, 每個三角形上 3 個元素的和與連乘積分別相等, 即他們是「3元雙重數組」, $S_3=19$, $\Pi_3=144$, 並且是其「和」最小的雙重數組[6, 7]。

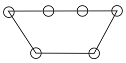
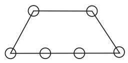
再將圖 9.a 或圖 9.c 中的 1, 5, 6 和 2, 3, 7 分別連接成兩個三角形, 每個三角形上 3 個元素的和與平方和分別相等, 即他們是「3元2次等冪和數組」, $S_3=12$, $S_3^2=62$, 並且是最小的「3元2次等冪和數組」。[3]

性質4:「長方形」。三個大長方形上面 8 個元素之和 $S_8=56$, 且 3 個小長方形的 $S_4=28$。

性質5:「平行四邊形」。任意平行四邊形線上 4 個數或 6 個數之和分別爲 $S_4=28$, $S_6=42$。

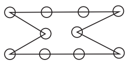
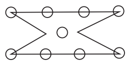
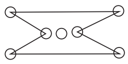
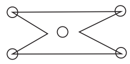
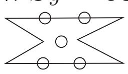
性質6:「梯形」。

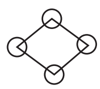
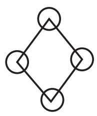
任意梯形  或  上 7 元素之和 $S_7=49$, 各 3 組解。

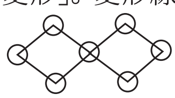
梯形  或  上 6 元素之和 $S_6=42$, 各 3 組解。

性質7:「圓」。以 7 爲圓心, 內、外圓上 6 個元素之和 $S_6=42$, 有 2 組解。

性質8:「六邊形」。

六邊形:  線上 10 元素之和 $S_{10}=70$, 有 3 組解;  線上 9 元素之和 $S_9=63$, (3 組解);  線上 7 元素之和 $S_7=49$, 有 3 組解;  或  線上 5 元素之和 $S_5=35$, 有 3 組解。

性質9:「菱形」。菱形線  與  線上 4 元素之和 $S_4=28$, 有 9 組解。

雙菱形  線上, 7 元素之和 $S_7=49$, 有 3 組解。

有意思的是, 在圖 9.b 中, 奇數分佈在外層與中心, 偶數都在中間層, 可謂「奇偶分明, 毫不混淆」。

圖 10a.b 分別是 5 階六星圖與 6 階六星圖。

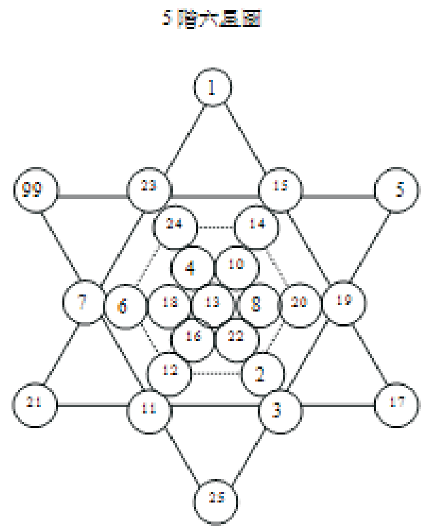


圖10.a

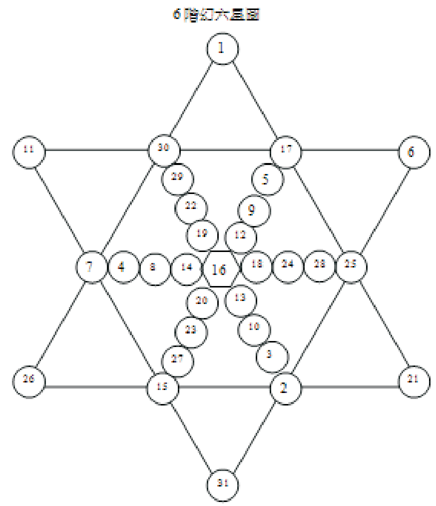


圖10.b

3.2. 球體六星圖

把圖 11 的兩個同值六星圖 (外周和中心點上的元素相同, 中間層的元素不同), 沿中間縱線, 粘貼在球體上, 使得外周重合。在這兩個半球上, 兩個六星圖的基本性質不變。故稱爲「球體六星圖」[2]。圖 11 由 1, 2, ..., 19 所組成, 各個六星圖上的 $S_3 = 30$, $S_4 = 40$, $S_6 = 60$。

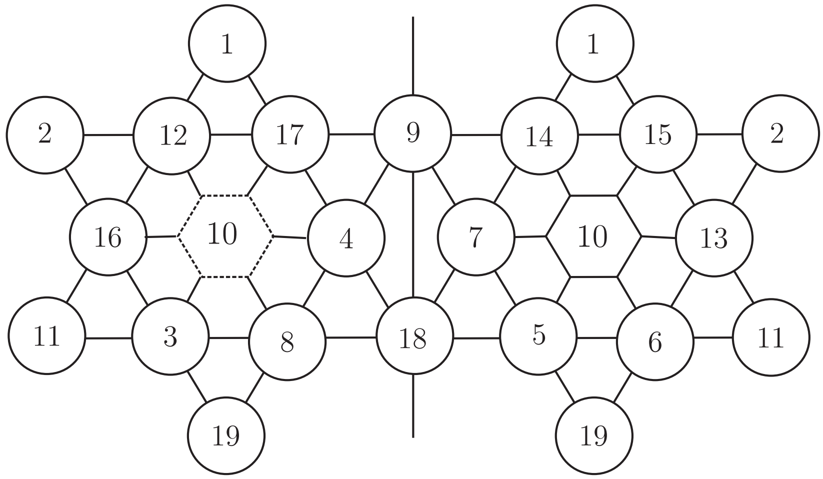


圖 11

3.3. 三層球體六星圖

圖 6 是一個三菱形空心球體六星圖, 由 1, 2, ..., 25 所組成, 各個六星圖上的 $S_3 = 39$, $S_4 = 52$, $S_6 = 78$。按箭頭所示方向, 向中心折疊, 令外周元素重合, 在中心位置上可以得到一個「三層的六星圖」。

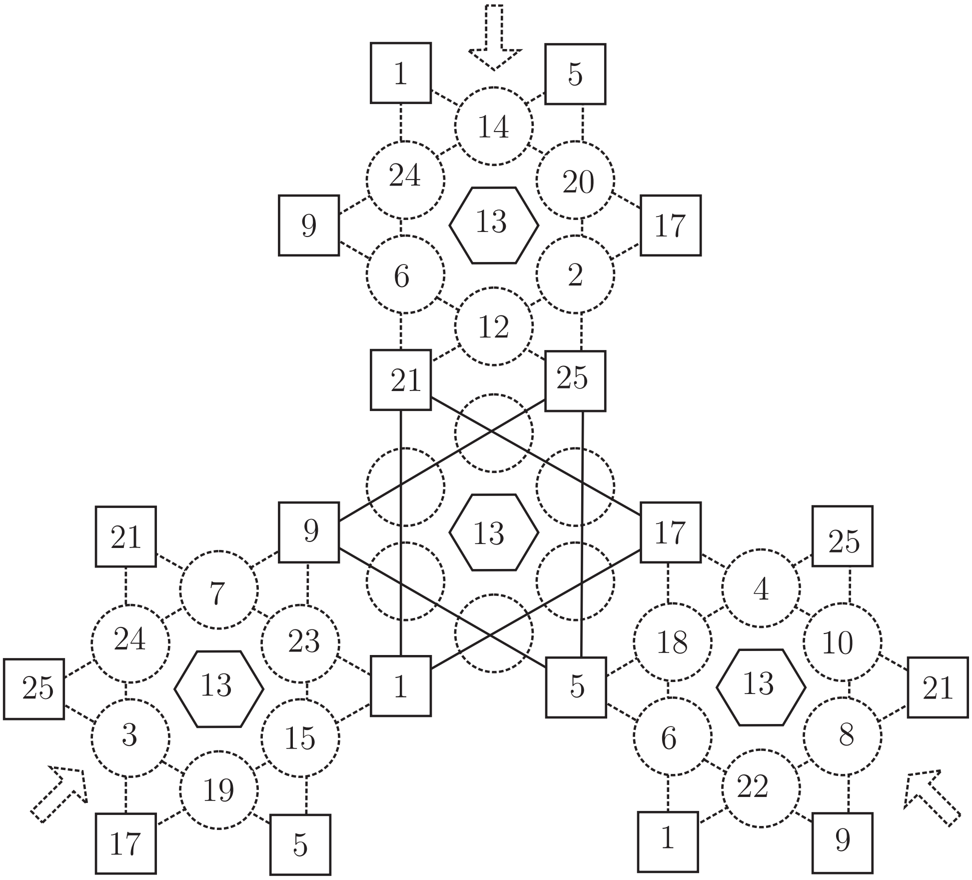


圖 12

3.4. 七層球體六星圖

圖 13 是一個七層球體六星圖, 由 1, 2, ..., 49 所組成, 各個六星圖上的 3 個數、4 個數、6 個數之和都分別等於不同的定值: $S_3 = 75$, $S_4 = 100$, $S_6 = 150$。如果把週邊的六個六星圖, 按照箭頭所示方向, 向中心折疊, 令中心點重合, 在中間位置上可以得到一個「七層六星圖」。

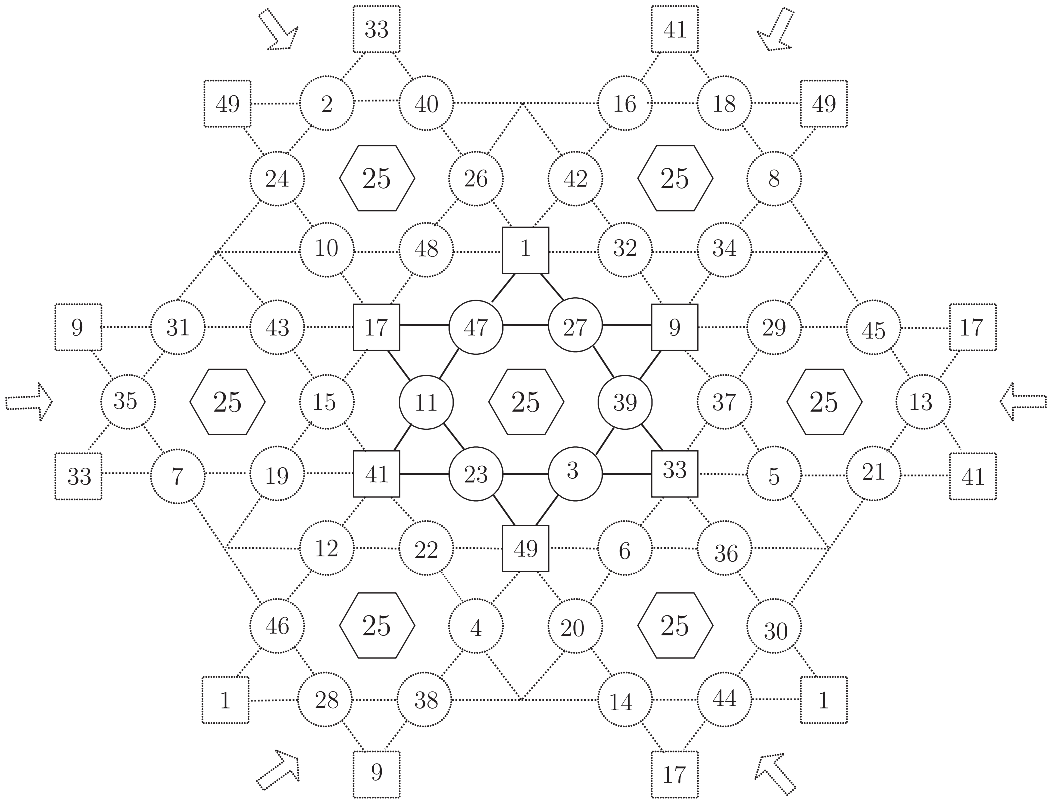


圖 13

另外, 介紹一個用「數字三角形」砌塊構成 ——

四、奇妙的 6 階幻方

原來對於 6 階幻方有一種「偏見」, 認爲它比較乏味, 並且不容易構造。上海一家報紙登載過「 6 階幻方變化少」的文章, 一直在腦海裏迴盪, 揮抹不去對 6 階幻方偏見的陰影。後來仔細鑽研發現有很多奇妙的性質, 今將 1990 年前設計的 6 階幻方晾曬出來, 供幻友「欣賞」。並且這個幻方中含有 4 個有趣的「王字」(圖 C), 藉以紀念在數學方面有卓越貢獻的明代數學家王文素老先生。

4.1. 三角形砌塊幻方

在構造幻方的方法中, 大多是把正方形, 或者長方形經過「拼湊」、「疊加」、「擴展」、「加框」等方法組成幻方。還沒有見到用三角形堆積起來成爲一個幻方的。

圖 A 是一個全部由三角形組成的6階幻方, 我們稱爲「三角形砌塊幻方」, 它的幻和 $S_6 = 111$。它由 4 個大三角形, 分佈在四隅角 (虛線三角形所圍)。每個大三角形上 6 個元素之和恰

巧等於幻和 $S_6 = 111$;

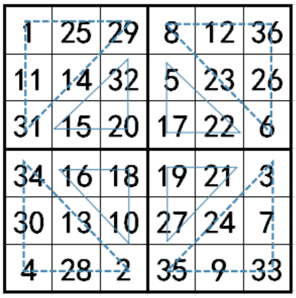


圖 A

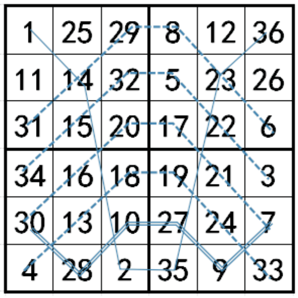


圖 B

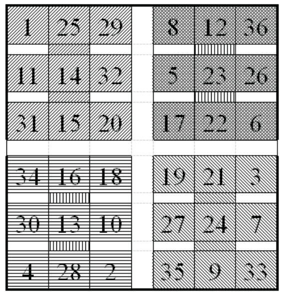


圖 C

爲了便於敘述我們把圖 A 的 6 階幻方 H 分爲 4 個子塊:

$$H = \left(\begin{array}{c|c} H_{11} & H_{12} \\ \hline H_{21} & H_{22} \end{array}\right)$$

圖 A 中心的 4 個小三角形 (實線所示) 之和分別是: H_{11} 小三角形之和等於 67, H_{12} 小三角形之和等於 44 , H_{21} 小三角形之和等於 44, H_{22} 小三角形之和等於 67。因此, H_{11} 上的小三角形可以與 H_{12} 搭配、也可與 H_{21} 搭配, 使得兩個小三角形上 6 個數之和等於幻和 $S_6 = 111$。它可以上通下達, 左右逢源。其它 3 個小三角形亦然。

一個小小幻方竟然兼「連橫、合縱」於一「方」, 超過蘇秦加張儀能量的總和, 厲害!

除了這個 6 階幻方我不知道是否還有另外由三角形組成的幻方呢? 因此, 應該摒除對 6 階幻方的偏見。然而, 這個 6 階幻方的奇妙之處還多著呢!

進一步研究發現了圖 A 的平方和性質 :

第 1 列上 6 個數的平方和與第 6 列上 6 個數的平方和之和等於 3155,

第 2 列上 6 個數的平方和與第 5 列上 6 個數的平方和之和等於 2255,

第 3 列上 6 個數的平方和與第 4 列上 6 個數的平方和之和等於 2693。

我們約定用 $\triangle_6^2$ 表示大三角形上 6 個數的平方和, 用 $\triangle_3^2$ 表示小三角形上 3 個數的平方和。

則: $H_{11}\triangle_6^2 = H_{12}\triangle_6^2 = 2745$;　 $H_{21}\triangle_6^2 = H_{22}\triangle_6^2 = 3029$;

於是, $H_{11}\triangle_6^2 + H_{21}\triangle_6^2$ 或者 $H_{11}\triangle_6^2 + H_{22}\triangle_6^2$ 的平方和都等於 $2745 + 3029$;

同樣, $H_{12}\triangle_6^2 + H_{21}\triangle_6^2$ 或者 $H_{11}\triangle_6^2 + H_{22}\triangle_6^2$ 的平方和都等於 $2745 + 3029$;

又及, $H_{11}\triangle_3^2=1649$, $H_{12}\triangle_3^2=798$, $H_{21}\triangle_3^2=680$, $H_{22}\triangle_3^2=1531$, 於是

$$H_{11}\triangle_3^2+H_{21}\triangle_3^2=1649+680=2329,$$
$$H_{12}\triangle_3^2+H_{22}\triangle_3^2=798+1531=2329.$$

爲了深入研究我們根據三角形砌塊幻方的性質, 在三個幻方上畫出不同形狀的折線 (圖 B), 其實圖 B 與圖 A 及圖 C 的元素都一模一樣。

這個幻方還具有偉大發明家「富蘭克林幻方」的部分性質, 富蘭克林幻方有很多奇妙的性質, 迄今爲止富蘭克林幻方是奇妙性質最多的幻方, 北京大學出版社出版的《有趣的數論》(潘承彪 譯) 一書, 稱爲「最神奇的幻方」而享譽世界。富蘭克林幻方開「曲線幻方」研究之先河, 深受幻方愛好者敬仰, 敬佩, 敬慕!

行直通「$\vee$」性質:

從左上角的 1 出發, 向右下方的 14, 20 斜行前進; 再由 17 向右上方的 23 斜行, 到 36 爲止, 這 6 個數之和等於 111。所經過的路線像字母「$\vee$」的形狀, 所以稱爲「$\vee$」形性質。也可以按照翻轉的「$\wedge$」形線前進, 如: 31, 14, 29, 8, 23, 6 這 6 個數之和也等於 111 (圖 B 虛線所示)。不僅如此, 還可以從 1, 14, 一直到底行的 2; 再經過 35, 直至 23, 到 36, 這 6 個數之和仍然等於 111 (細實線所示)。也可以選 2 與 35 所在的兩列同一行上任意一對數字, 因爲它們是關於 37 互補的元素對, 所以都成立。這一性質稱爲「行直通$\vee$」性質。遺憾的是不能滿足各列的「$\vee$」形線性質。細實線所示的圖形像一個美麗的花瓶, 要大要小, 悉聽尊便。如果顛倒過來, 就像幽默大師卓別林的帽子!

行直通「W」性質:

在圖 B 中, 兩 (或三) 行 W 形線上 6 數之和等於 111, 如雙線所示 $30+28+10+27+9+7$, 也可以改變 W 的形狀, 使得這個 W 更加蜿蜒曲折, 例如:

11, 13, 20, 17, 24, 26; 也可以, 1, 28, 29, 8, 9, 36。

也可以把 W 反轉過來, 例如

34, 14, 20, 17, 23, 3; (最多只能取 3 行上的數字)。

當選定左半部 3 數之後, 右半部的數字是關於 37 互補的元素對, 任意兩 (或三) 行都可以, 所以稱爲「行直通 W 性質」。

我們還可以在 H_{11} 從新組成一個三角形 1, 32, 31; 那麼與其對應的 H_{12} 中的 5, 6, 36 也一個三角形, 它們 6 個數之和等於 111。

根據左 (H_{11} 與 H_{21})、右 (H_{12} 與 H_{22}) 兩邊對稱元素互補的原理:

在 H_{11} 上: 任意選 3 個數, 與 H_{12} 對應的 3 數搭配, 這 6 個數之和都等於 111,

即: 在 H_{11} 和 H_{12} 任意選取 k ($k \le 18$) 個數, 與 H_{21} 和 H_{22} 對應的 k ($k \le 18$) 個數搭配, 這 $2k$ 個數之和等於 $37k$。

在圖 C 中:

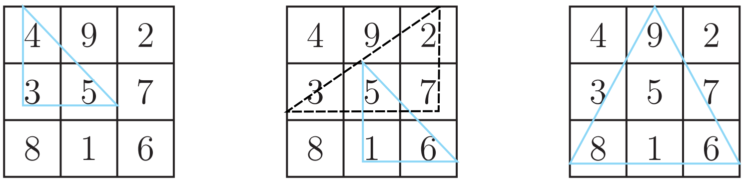
H_{11} 的「王」字上的 9 個數與 H_{12} 的 9 個數之和等於 $37\times 9=333$.

H_{11} 的「王」字上的 9 個數與 H_{21} 的 9 個數之和等於 $37\times 9=333$.

H_{21} 的「王」字上的 9 個數與 H_{22} 的 9 個數之和等於 $37\times 9=333$.

4.2. 三角形砌塊幻方的淵源

有興趣的讀者, 不妨查看古老的洛書 (下圖), 即可發現其中奧秘:



① ② ③

在 ①中, 三角形內的 3, 4, 5 是享譽國際的勾股弦定理;

在 ②中, $1+5+6=2+3+7$; $1^2+5^2+6^2=2^2+3^2+7^2$ 是最小的 3 元等冪和數組, 華羅庚先生錄入《數論導引》;

在 ③中, $9^3=8^3+1^3+6^3$。(九天在上, 以三生萬的磅礡氣勢涵蓋天下萬物)。

無論是偶然巧合, 還是精確計算, 這些了不起的成果都在我國的洛書裏, 並且都是以三角形的圖形出現, 這些奇妙的三角形強烈激發了筆者的極大好奇心。於是, 萌發了把三角形安置在幻方中的「奇思異想」, 經過無數次地揣摩、變換、對調, ..., 竟然又一次「天道酬勤」!

還是蘇東坡那句話:「舊書不厭百遍讀, 深思熟慮子自知。」天下知道「洛書」的人, 從古至今不少於億萬, 很多人感覺「有趣」、「好玩」而已。有幾人能夠真正用「心」去看、去悟、去作呢? 一位「幻友」看到筆者的「四季數」(數學傳播, 待刊) 感慨的說: 又被你摘取了一個令人「遺憾」的「成果」! 古老的洛書蘊藏著無窮無盡的珍寶, 等待有興趣的人們開發、擷取。

一位朋友看到這個 6 階三角形砌塊幻方深情的说:『沒見過這類幻方, 是一個新的發現, 這

個6階幻方是滿足三角形砌塊幻方的最低階幻方, 也是滿足富蘭克林幻方「行 V 形線」兼「行 W 形線」上 6 個元素之和等於定值的最低階幻方, 是三角形砌塊幻方的先例, 爲構造幻方提供了一個新的方法。』

聰明的讀者朋友, 希望造出類似的幻方, 以和其弦! —— 嚶其鳴矣, 求其友聲!

參考文獻

1. 羅見今。王文素《算學寶鑒》幻圖的組合意義。數學傳播季刊, 40(2), 45-56, 2016。
2. 李國偉。論保其壽的渾圓圖。第一屆科學史研討會彙刊, 中央研究院, 台北, 67-79, 1986。
3. 華羅庚。數論導引。科學出版社, 1957。
4. 梁培基, 張航輔。幻方的一種構作方法。雲南大學學報, 1989年四期。
5. 梁培基。偶數階幻方的快速構作。數學傳播季刊, 20(4), 88-92, 1996。
6. 梁培基, 張忠輔。雙重數組方程解。數學通報, 中國數學會, 1993年三期。
7. 張忠輔, 梁培基。一類方程組解的唯一性。佛山大學學報, 1995 年 12 期。

—本文作者任職中國河南省封丘縣科協—

2016 全國技專院校「文以載數創作獎」作品選集

拋物線　　文 / 鄭羽彤

時間留在去年相遇的頂點
我站在焦點上 你站在準線那一端
在相等距離的期待下我們彼此靠近
我們期待彼此成爲生命中完美的頂點
然而現實是如此
離開的那一天 我還記得
從最高的頂點 你我
朝著不同方向 墜落 ……
時間走來了今天
回憶起那一天 我還記得
從最低的頂點 你我
朝著不同方向 邁進 ……
不完美的頂點 彼此卻成長
畫一個完美的弧線
我們在兩端無限延伸 不再相交。
拋物線無限的走 彎不了圓
我明白至少我們能
順著那弧度
綻放笑容。

—本文作者就讀文藻外語大學數位內容應用與管理系—

2016 全國技專院校「文以載數創作獎」作品選集

數字主義的諷刺 文/張立佐

長大以後, 我才知道, 數學是一種邏輯。它是一種我們來認識世界的工具, 嘗試讓一切「合理化」。

我也知道了, 我們是活在了一個數字的世界, 人們的價值可以用數學計算出來, 就像是阿基米德用窮盡法算出池塘面積一樣。於是人們嘗試衡量自己, 用一次算式、不等式、方程式, 累積著一疊疊數字, 這時侯數字有了新的名字「錢」。

這個數字的新名字, 賦予了數字無與倫比的力量, 我們可以用這個數字, 買到一切, 甚至是生命。在我所存在的世界裡, 有一些擁有很多數字的人, 他們分了一些數字給沒有數字的人:「你們代替我在這裡做事, 我給予你們數字。」而那些擁有很多數字的人, 將他們做的那些事情包裝成商品, 用來和其他人換取數字。這個擁有很多數字的人叫做「資本家」、沒有數字的人叫做「勞工」, 資本家給予勞工用生命換取數字的算式叫「工作」, 他們從算式分到的數字有另一個稱呼 —「薪水」, 而資本家則從算式中得到另一種數字 —「利潤」。

所有的資本家都掌握著某種秘密的方程式, 可以讓勞工在這個算式中, 獲得的薪水永遠小於利潤。

而提供資本家方程式的人是一種數學家, 他們有個稱呼:「經濟學家」, 他們每天想著如何把資本家的數字套入遞增單調函數, 讓資本家擁有更多數字。閒暇時則是創造幾個算式, 或是一些奇怪的數學題解法, 來混淆勞工的視聽, 僵化勞工的思想, 說服勞工跟著他們的方程式走, 偶爾出幾個不等式, 把勞工的薪水換成自己的數字。

在這成功的數字主義世界裡, 這一切都理所當然, 一切都是數學, 均能合理化。但是細想, 數字本身只是一串號碼, 真正賦予它力量的是制度, 而制度是人們共同創造出來的, 像是 $\text{price}(\text{gold}(x))=\text{gold}(\text{price}(x))$ 一樣毫無意義、毫無邏輯。

建築了一切人類世界的數字, 其基石竟然是與之背道而馳的無邏輯, 這算不算是數字主義的諷刺呢?

—本文作者就讀蘭陽技術學院五專建築科—