

閒話數學史

戴久永

一

科學的基本精神在於以「簡」御「繁」，以「已知」瞭解「未知」。數學正是發揮科學精神不可或缺的利器。雖然大家都知道「數學是科學之母」，然而談到數學，一般人卻多採取「敬鬼神而遠之」的態度。數學在學校授課時數不可謂不多，但是學習效果不理想是有目共睹的事實。很多學生都認為數學是一門很艱澀難懂，枯燥乏味的學科，但是又不得不學，只好硬著頭皮應付，但求早日擺脫它，以後就終生免「疫」了。細究造成這種可悲現象的原因，教科書的編寫不當實難辭其咎。由於目前教科書過於專注數學的最新形式，因之，我們在教科書上所見的數學乃是經過層層化粧修飾後的面目。所謂「公理出發，嚴密推廣，廣義涵蓋」。一開始就給出定義，緊接著數個定義之後是一些定理，系理，然後解題，習題，扼要地邏輯地敘述排列出來，井然有序，逐次推演。不知從那裏來，也不知到那裏去，這對於編輯固然方便，但是對學生無論如何是無法感到滿足，只是徒增他們的疑惑。

學習數學史恰巧能彌補這個缺憾。由數學史中，我們非常明白地看到數學的起因和其發展的原動力。也就是說它明顯地展示出數學以「問題為起源」的本質。數學史把前人種種努力探求真理的史實與方法娓娓道來，從問題起源，發展經過到新觀念的建立，非常詳盡的引導讀者看清問題的來龍去脈。使讀者深切體認在何種需求下才發展這些理論。前人基於何種好奇心而從事這些理論的研究。這些事實充分顯示數學的成長與社會文化的發展相互影響息息相關的現象。

數學史能教導我們許多有關於歷史，數學，現代文明和人由研讀四千年來數學概念的發展，我們能得到人類智能進步的情形，歷史上任一時期在數學方面的興趣和能力告訴我們許多當時精神與技藝發展的情形，這絕不是能從研習古代宗教、經濟或藝術所能得到的，很可能未來的人們評估二十世紀的人是以他的數學覺悟而定。

由數學的本質而言，它是一門舊的概念不斷被新的所取代的學科，而且新工作的重要性可能以它所放棄過時的概念多少來衡量，數學家通常關切現在與未來，過去的已死亡和被埋葬。研究數學史對於數學而言有任何價值嗎？我認為研究數學史對數學家和對歷史學家同等重要，學習以往的數學，把它視為發展的動態而不是成就的劃分、明示現代的數學並非突然間顯現出教科書上的形式，而是由一連串靈感、錯誤、歧途和實際需要的演變，而且不是一直以理性的方式前進，經常進步是沿著一個個難以克服的危機進，甚至於證明的標準也在演變，一個在前一世紀認為是有效的論證可能在這一世紀認為不可接受，數學的絕對真理性的神話常被推翻，直到本世紀，我們才比較覺得數學的本質和其限制，由學習數學史，數學家能學習到很多概念上的變遷，數學的地位和調和，正如沙頓（George Sarton）所說：這方面的研究不見得會使他變為能力更強的數學家，但是它必能使他成為更文雅的數學家。

數學起源於解決人類日常實際所遭遇的各種問題。早先的數學結果相當簡陋，屬於「個案處理」的形態，而且是經由觀測歸納的方法得出。古希臘人把古埃及人和巴比倫人專注數學實用的風氣導向於理論的探討，並且在幾何證明中採用演繹法，為數學思想的進展立下一個重要的里程碑。

我們都知道微積分是牛頓和萊伯尼茲發明的。事實上，古希臘的哲學家已有極限的概念，他們之中的

部份人士的確已有微積分的主要概念。但是他們未能由這些概念發展出任何有用的技巧，因此沒有什麼突破性的進展。數學史告訴我們微積分上的一些概念間斷零星地發展著。十八世紀對物理科學上變動量的研究和解析幾何上求曲線切線問題的研究，終於促成微積分的誕生。牛頓和萊伯尼茲發明微積分，並非閉門造車，憑空杜撰出來。微積分經過他們的發展整理成爲一門有系統、有條理的科學，變成數學領域中最強有力的工具之一。他們兩人最根本的發現是微分和積分對偶性的概念。他們指出在某種特定的意義上，這兩種過程實互爲反運算。這個發現的重要性在於提供一個運用微分計算積分的值。由於微分比積分容易學，這個技巧深具建設性。正是因爲這個緣故，目前一般微積分教科書都是先教微分，然後再談積分。但是站在歷史的觀點來說，積分的研究發展遠比微分來得早。

牛頓和萊伯尼茲兩氏各自獨立地開創微積分學，所用的符號也不相同，牛頓初時的許多發現大約要比萊氏早十年完成，從另一方面來說，萊氏的若干著作，發現則較牛頓爲早，而最重要的是萊氏所用的符號遠較牛頓的爲佳，而爲現今數學家所採用。稍後，萊氏被牛頓的許多朋友和門弟子控以剽竊牛頓的思想，德國數學家則爲萊氏辯護，這種爭論開始於1699年，後來愈演愈烈，英倫方面的數學家忿而與歐陸的數學家斷絕來往，而這時卻是歐陸數學發展快速的時期，名家輩出如柏格利尼弟，歐拉，達倫伯，拉格蘭吉，屈立的狀態使英國數學界沈寂一時。不過，根據萊氏的許多手稿，對牛萊二氏之各自發明微積分之事，現在已無人懷疑了。

微積分的發明刺激了數學上廣泛的發展，別的和微積分有密切關係的數學，如微分方程，變分學、微分幾何等因微積分而創始。十九世紀初葉，柯西才對微積分作系統而嚴密的發展，微積分由柯西及他的繼承者們奠下穩固的基礎。

十七世紀牛頓與萊伯尼茲在初創微積分時，並未對導數給出嚴格的定義，這個缺點歷經攻擊，數學在與社會文化互相作用下，內容日漸豐碩。數學大廈在越蓋越高後，「地基」有承受不住的趨向。於是很多數學家致力於「數學基礎」的研究。數理邏輯提供了抽象嚴密的推理工具，集合論爲一切數學供給了堅實的基礎。數學體系變得只是基於一組假設經由邏輯推演得出的系統而已，它具有「有效性」而不必具「真實性」，這種思潮爲數學思想的又一大變革。

近百年來，大多數數學家脫離了科學，他們不熟知科學並且不再關切數學知識的實用。專業數學家太過於存心想從數學研究獲得成就，所以很少或完全沒有時間去學習他那一科的歷史知識以及他所研究的題材對人類與對社會文化的意義。名數學史家柯萊茵 (Morris Kline) 於其著作「新數學爲何失敗」中提到「雖然這些人都自認深諳數學，竟忘了數學是累積發展的事實。如果沒有舊有的爲基礎，根本不可能去學習新的數學。」這便是數學史的觀點，從事數學教育在取材上，不可忽視歷史的提示。

一般人由於「害怕」數學，因而對數學家產生一種敬畏心理，把他們視同才高一等的人種。由數學史中對數學家的描述，我們發現數學界照樣也有見風轉舵的投機份子，復古保守份子，追求特權份子，崇拜權力份子及貪財份子。甚至有些數學家可恥地將他人的論文作爲自己的去發表。我們發現數學家們實與一般人無異，都具有人性的弱點。讀數學史不但能使人增進對數學的了解並且因而改變對數學家錯誤的偏見，同時似乎因而與他們的距離拉近了不少，這可算是讀數學史附帶的收穫。

二

有關數學史方面的著作，國外非常地多，以程度來分，有些是非常淺的入門書，有些則是充滿學術味道的考古巨著。以性質而論，有專門討論某一學科歷史的，有專注某國數學史或某一段數學時期的書。阿基米德，高斯與牛頓被數學史家具爾 (E. T. Bell) 譽爲數學史上三大巨人，因此爲他們立傳的數學史也很多，其他還有集數位名數學家爲一堂的數學史，在這裏，我無意列出完備的書單，僅想列下一些代表性的書，以供有興趣研究數學史的同好參考。

(一) 專門學科的數學史書

- (1) Cajori, Flrian *A History of Mathematical Notations*. 2 vol. Chicago: Open

- Court Publishing Co. 1928-1929.
- (2) Conant, L. L., *The Number Concept, Its Origin and Development*, N. Y., MacMillan Co. 1923.
- (3) Karpinski, Louis Charles *The History of Arithmetic*, N. Y. Russell & Russell Inc., 1965
- (4) Menninger, Karl *Number Words and Number Symbols, a Cultural History of Number*, Cambridge Mcss. The M. I. T. Press 1969
- (5) Ore, Oystein *Number theory and Its History*, N. Y., McGraw Hill Inc. 1948
- (6) Coolidge, J. L. *A History of Geometrical Methods*, N. Y. Oxford University Press 1940
- (7) Boyer, C. B. *The History of the Calculus and Its Conceptual Development* N. Y., Dover 1949
- (8) Boyer, C. B. *History of Analytic Geometry*, N. Y. Scripta Mathematica 1956
- (9) Todhunter, Isaac *A History of the Mathematical theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*, N. Y., Chelsea, 1949.
- (10) Dickson, L. E. *History of the theory of Numbers (3 Vols)*, N. Y., Chelsea, 1952
- (11) Sanford, Vera *The History and Significance of Standard Problems in Algebra*, N. Y., Teachers College Columbia University 1927

(二) 以國家來分

- (1) Datta, B. and A. N. Singh *History of Hindu Mathematics*. Bombay, Asia Publishing House, 1962
- (2) Mikami, Yoshio *The Development of Mathematics in China and Japan*, N. Y., Hafner 1913, Reprinted by Chelsea, N. Y., 1961
- (3) Needham, J., with the collaboration of Wang Ling *Science and Civilization in China Vol 3.*, N. Y., Cambridge University press 1959
- (4) Smith, D. E. and Yoshio Mikami *A History of Japanese Mathematics*, Chicago, Open Court, 1914
- (5) Heath, T. L., *History of Greek Mathematics*, Vol. 1, N. Y. Oxford University press 1921

(三) 以一段時期分

- (1) Aaboe, Asger *Episodes from the Early History of Mathematics*, N. Y. Random House and The L. W. Singer Co. 1964
- (2) Allman G. J. *Greek Geometry from Thales to Euclid*, Dublin University Press, 1889. Reprinted from Bell & Howell, Cleveland, Ohio
- (3) Sullivan, J. W. N. *The History of Mathematics in Europe, from Greek Science to the Rise of the Conception of Mathematical Rigor*, N. Y.,

- Oxford University Press, 1925
- (4) Taylor, E. G. R., *The Mathematical practitioners of Tudor and Stuart England*, N. Y., Cambridge University Press 1954
- (5) Todhunter, Isaac *A History of the progress of the Calculus of Variations during the 19th Century*, London 1861
- (6) Scott, J. F., *A History of Mathematics from Antiquity to the Beginning of the 19th Century*, London Taylor Francis Ltd. 1958

(四) 數學史書

- (1) Bell, E. T. *The Development of Mathematics*, 2nd ed. N. Y., McGraw Hill 1945
- (2) Boyer, C. B. *A History of Mathematics*, N. Y. Wiley 1968
- (3) Cajori, Florian *A History of Mathematics* 2nd ed., N. Y. MacMillan 1919
- (4) Smith, D. E. *History of Mathematics*, 2 Vols, Boston, Ginn & Co. 1923-1925
- (5) Struik, D. J., *A Concise History of Mathematics*, revised ed., N. Y., Dover 1967
- (6) Kline, Morris, *Mathematics thought from Ancient to modern time*, N. Y., Oxford University Press 1972
- (7) Kramer, E. C., *The Nature and Growth of Modern Mathematics*, Fawcett World Library 1974

(五) 其他

- (1) Kline, Morris *Mathematics in Western Culture*, N. Y. Oxford University Press 1953
- (2) Kline, Morris *Mathematics and the Physical World*, N. Y., Thomas Y. Ciowell Co. 1959
- (3) Kline, Morris *Mathematics, a Culture approach*, Reading, Mass., Addison-Wesley 1962
- (4) Kramer, E. E. *The Main Stream of Mathematic*, Greenwich, Conn.; Fawcett Publications, Inc, 1964
- (5) Midonick, H. *The Treasury of Mathematics*, N. Y., Philosophical Library, 1965
- (6) Van der Waerden, B. L. *Science Awakening*, N. Y., Wiley 1964
- (7) Willerding, Margaret *Mathematical Concepts, A Historical Approach*, Boston, Prindle, Weber & Schmidt Inc., 1967
- (8) *Historical Topics for the Mathematics Classroom* (31st yearbook) Washington, D. C., National Council of Teachers of Mathematics, 1969
- (9) Eve, Howard, *An Introduction to the History of Mathematics*, 3rd ed. N. Y. Holf, Rinehart & Winston 1969
- (10) Dubbey J. M. *Development of Modern Mathematics*, N. Y. Crane, Russak Inc. 1972

其他還有許多有關討論專人或數學家傳的書太多，有興趣的讀者可參閱 Howard Eve 的「數學史簡介」(五.9)。

關於中國數學史，一般英文數學史上多不提或很簡略地一筆帶過，這是由於一方面外國人看不懂或不易搜集中國數學史料，另一方面則是由於中國數學史對於近世數學史的影響不多所致。有興趣的讀者可參閱下列諸書：

- (1) 李儼 中國算學史論叢 正中書局
- (2) 李人言 中國算學史 臺灣商務印書館
- (3) 自然科學概論與其發展 中山自然科學大辭典第一冊 臺灣商務印書館

中文的數學史方面的書比較少，多為譯著：

- (1) 傅溥譯 數學漫談 美亞圖書公司
- (2) 曹丹文譯 初算算學史 臺灣商務印書館
- (3) 胡樂士譯 大眾數學 徐氏基金會
- (4) 戴久永譯 數學的成長與應用 衆文圖書公司
- (5) 王懷權編著 (上) 幾何學發展史 (中) 代數學發展中 (下) 分析學發展史 協進圖書公司
- (6) 張鵬飛、徐天游編著 數學發達史 臺灣中華書局印行。
- (7) 戴秉彝譯 近世數學發達概論 臺灣中華書局印行。

其他有關數學史或中國古代數學家的文章散見報章雜誌，如「科學月刊」及「數學傳播季刊」。

我們知道並非所有上數學課的學生都將把數學當他的終生事業，但是每個學生都應該多多少少瞭解一點數學，因為數學是人類心智的結果，文化遺產中重要的一環，對數學一無所知，無疑是身為現代知識份子的一大缺憾。

〔編者按〕有關中國數學史的參考資料還有下列各項：

1. 李子嚴：中算史論叢（共五冊） 臺灣商務印書館 （所謂李人言、李子嚴都是商務把李儼改換名字的結果）
2. 錢寶琮：中國算學史 中央研究院史語所單刊甲種之六 （只有上卷，非常重要的作品規模較大圖書館中可找到）
3. 王萍：西方曆算學之輸入 中央研究院近史所專刊(17) （王先生在近史所集刊各期中有多篇論及中國數學史的文章也可參考，唯以史實為重，數學內容較少。）
4. U. Libbrecht: *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century, The Shu-Shu chiu-chany of Ch'in Chiushao* MIT Press （對中國中古數學最精到的論著）