與師一席話，勝讀十年書

訪李白飛老師

編輯部

問：老師是主修代數的？

答：是的。

問：那麼，老師當初爲什麼選代數？

答：當年大四的時候，同學們不免關懷地互問將來的志趣。「你打算唸分析嗎？」「不太好吧，我覺得分析太繁。」「那麼幾何呢？」「太難了！」於是，根據三一律，就被認定是唸代數的。的確，後來我大部分的時間都花在代數方面。不過，說眞的，我確是比較喜歡代數，因爲我覺得代數比較簡單。當你唸微分幾何時，可能遇到微分方程的問題，也許你在處理 Banach 代數時，會面臨環論上的困難。但是，一般代數的領域裏，需要用到分析或幾何的機會並不多。換句話說，比較起來，唸代數所須要的預備知識可能是最少。我想，我的個性是適合唸代數的，如果說有一大堆的旁門知識須要引用，而事實上我又無法一一去瞭解，那我一定無法唸下去。

問：老師覺得代數在數學中所佔的地位如何？

答：我想就像數學在自然科學中所佔的地位一樣，代數在數學上扮演著工具的角色，這也就是爲什麼代數比其他的各門數學簡單，數學比其他的各門自然科學簡單的原因。（當然，我所謂的簡單，並不意味著容易，而是單純的意思。）

問：老師曾在國內唸過研究所？

答：兩年。

問：那麼，老師覺得大學畢業就出國，還是留在國內唸研究所比較好？

答：我想這不能一概而論，要看各人的情況而定。我不妨談，我個人當時的情況和想法。當初我在物理系唸了兩年才轉入數學系，在三年級的時候，我同時修高等微積分，高等代數、高等幾何、複變函數以及拓撲學導論五門必修科，其中甘苦可想而知。雖然，僥倖地四年畢業，但是自己總覺得這樣「倉促趕工」之下，基礎恐怕不穩固。我想，一個人到陌生的國度，精神上的壓力必然不小。我不打算在準備不足的情況下，貿然出國，以至於給自己平添一重課業上的壓力。因此，我決定先留下來唸研究所，一方面充實自己，一方面尋找自己的興趣。多年來，我屢次被問到這樣的問題：「美國的大學承不承認我們這裏的碩士學位？」或是「先在國內唸完研究所再出國唸 Ph. D. 會不會比較吃虧？」關於這個問題，首先必須有一個認識 Ph. D.：在美國，Ph. D. 學位的獲得，主要因素不是學分或學年，而是論文。換句話說，並不是唸多少年，或是修完多少課，就能得 Ph. D.，主要是要看什麼時候能提出一份令人滿意的畢業論文。因此，在這裏取得碩士再赴美，未必就能縮短兩年的時間。然而，比起大學畢業就走的人，可能要有利些。因爲，除非在研究所的這段時間內眞的一無長進，否則功力火候應該要深厚些，作出論文的時間可能就會短些。至於碩士學位是否受到承認，實在不是個問題，因爲在美國一般有博士班的學校，並不重視碩士學位。

問：老師覺得數學系四年教育的目的何在？

答：很多人在大學畢業之後，就業發生困難，有的覺得「學非所用」，甚至覺得「百無一用是書生」，從而懷疑四年的大學教育是否浪費。我想，有一點我們必須分淸，大學教育或許勉強可算是專才教育，但絕不是專業教育。一個工科的畢業生，並不就等於一個工程師，一個法科的畢業生，也並不等於一

個法官。他只不過是一個在工程或法律方面的基本理論和知識，受過相當訓練的人而已。大學裏的分系，應該是屬於知識上的分工，儘管法、醫、工等學院，都有濃厚的專業化色彩，然而，文、理學院仍以培養學術研究人材爲主。我覺得我們數學系四年的訓練，乃在於通過基本的數學材料，以求對數學的內容有個概括性的瞭解，並掌握數學上「以簡馭繁」的精神，以處理一般的實際問題。

問：數學系有個奇怪的現象，好的同學很好，差的很差，程度參差不齊，有沒有什麼方法可以改善？

答：首先，我要聲明幾點我的看法：第一，課業上的差距，並不純然是由於智慧的高下所致，第二，這種差距，並不難彌補。第三，求學期間課業上的差距，並不影響日後的學術研究。近年來，由於數學系在聯招中的行情不斷地下跌，在這種情況下，一般進數學系的同學，很難說是「志願」進來的，因此士氣不高，並不足爲奇。然而，每年還是總有幾個對數學懷有濃厚興趣，自願就讀的同學，於是相形之下，幾若雲泥，這就是一般所謂程度不齊的現象，其實主要是學習興趣高下的顯現。我並不認爲這是個嚴重的問題，興趣是可以慢慢培養的，如果授課的老師，能盡量避免艱深的材料，並且能在演習課上盡量地輔導同學們的困難，相信情況會好的多。人的天資有高下，這是無可否認的，但是我覺得，在數萬的甲組考生中，同時考進臺大數學系的三十個人，其間的差異，應該是微不足道。至於課業上的差距，我有我的看法。就拿賽跑作比喻吧，跑在前頭的人，固然可能是眞的速度比別人快，不過，內行的人都知道，起跑的快慢，也是一個重要的關鍵。同樣地，在課業上的競爭亦然如此，出發得早，也可能使你在同儕中脫穎而出。就以我大一時的情形來說吧，那時物理系的行情如日中天，在甲組中與醫科並駕齊驅，進來的都非泛泛之輩，可是我微積分的成績，卻比誰都高，爲什麼呢？難道我比別人聰明嗎？當然不是，原因無他，只不過我比別人較早起步而已。當年拜保送制度之賜，使我在高三下便已有時間開始看微積分。在別人剛接觸極限的定義時，我已熟習微積分中各種運算，當然，與別人「程度」上的差異，自不待言。不過，話說回來，我並不覺得功課的好壞，與將來的成就有什麼關聯。我曾經聽到這種話：「×××的程度太高了，恐怕我一輩子都比不上他」。對於這種悲觀的論調，我大大不以爲然。如果日後不從事學術研究的話，那就無話可說。一旦走上這條路的話，大家「術業有專攻」，雖不至於「隔行如隔山」，但是，我懂的你不見得懂，你會的我也不一定會，誰比誰強呢？

問：老師剛剛主張講課時要針對中等程度的學生，那麼程度較高的同學，豈不就吃虧了嗎？

答：我想，同學們如果對於某一科覺得可以應付自如，並且還有餘裕的時間的話，那麼便應該主動地與老師多接觸，請老師指導，看些較深入的材料，這樣就不致於吃虧了。

問：在新課程裏，代數由二年級開始唸改成三年級，並且由三個學期改成二學期，這樣學的東西會不會比較少？

答：我相信不會。其實新舊課程，並沒有多少改變。原先代數必修三學期，每學期三學分，共計九學分。現在改成必修兩學期，每學期四學分，總共八學分，相差一個學分而已。我們的代數課程，主要是介紹羣、環、體等抽象的代數系統及其基本性質。一般說來，抽象觀念的吸收，是須要時間與火候(Maturity)的。以前二年級就開始唸代數，由於初次接觸到抽象的東西，火候不夠，因此須要較多的時間來消化。現在將代數調到三年級，同學們的火候應該較高，再加上線性代數的延長，在二下添加些較抽象的材料，該不會有什麼困難。因此，大三八個學分的代數，並不比從前的九個學分來的輕。

問：在新課程中，幾何是放在二年級跟高微一起修，而以前是在三年級，是在修過高微以後再修的，這有什麼差別嗎？

答：對於幾何，我是門外漢，所以我並不回答這問題，不過，我仍然願意就我所知，提出我膚淺的看法。同樣的材料擺在大二教跟擺在大三教，效果自然不同。不過，問題不在高微，其實還是由於同學們的火候不一樣。當然，多學了高微，便多了一種工具，可是即使沒學過高微，幾何裏依舊有不少材料可

以接受。從前部定的課程標準裏，幾何分三部分，就是位相觀點、微分觀點和代數觀點三種，三者任擇其二。所謂代數觀點，指的是代數曲線、曲面，屬於代數幾何的範圍，因較專門，一般似乎沒有採入做教材的。所謂微分觀點，指的是古典的曲線、曲面論，以及可微分流形等，也就是一般所謂的微分幾何。所謂位相觀點，指的是組合拓撲、代數拓撲等。如果幾何放在二年級講的話，可微分流形講起來大概會有困難，其他如組合拓撲和古典微分幾何，我想應該沒什麼問題。我記得黃武雄先生曾經說過，他所教的微分幾何，其實只是 Post Calculus。如果此言不虛，那麼微分幾何擺在初微之後，也就沒有什麼問題了。

問：我們常常發現，一些所謂的名著，並不是很好的入門書，那麼怎麼樣的書才是比較好的入門書呢？

答：越容易的越好，越薄的越好。初學的時候，不妨挑一容易的薄書先看一遍，以求對該科的內容和重點，有個概念，然後由淺入深，再選別的書看。寧可多看幾本，也不要抱著一本經典死讀。多看幾本書，重要的材料應該會重覆地出現，印象自然會深刻。另外，每本書內容安排可能不同，也許這本書的講法你很難瞭解，看看另一本說不定就豁然貫通。如果是預習一科將要修的課，那麼最好別看老師要用的教科書。通常，我們這裏所用的教科書，都不是最容易的。同時，反覆看同一本書，難免厭膩，如果說開學前就唸過，開學後爲了考試不得不再唸一遍，豈不難過？

問：我們在唸一本書的時候，常常有些習題做了很久還是做不出來，即使做出來也勉強，老師對這類習題有什麼看法？

答：我一向主張多做習題，因爲演習的過程，往往可以幫助你對所學內容的瞭解、體會和熟悉。但是，我卻不主張在初學的時候，做太多的難題，特別是一些與教材內容並無直接關聯的難題，因爲那無異於揠苗助長。當然，一個題目的難易，總得試試才知道。不過，如果花了一段時間，仍然一籌莫展，那麼不妨暫且擱下，先跳過去嘗試別的題目，過一陣子再回過頭來想想看。

問：老師覺得一個題目原則上應該花多少時間去做？

答：這得看看你總共有多少時間可以用。譬如現在暑假期間，如果你沒有給自己訂下一個很嚴格的讀書計劃或進度，那麼無妨多用點時間──假如你有興趣的話。但是，如果是在學期當中，功課比較繁忙。當你花了三天的時間，解決了一道難題，卻把其他的功課都耽擱下來，是不是划得來，就值得斟酌了。

問：最後，請問老師，二十世紀的數學可有什麼改變？

答：這個問題實在太大，遠非我的能力所能回答。我現在想到一點或許可以提一提，就是早期數學的形態，和近代數學發展的趨勢，確是有些不同。原諒我用「早期」、「近代」這些籠統的字眼，因爲我實在不知道是否有個明顯的分水嶺。早期的數學，特別是牛頓之後，數學中有一大部分是爲解決物理問題應運而生。也就是說，那時的數學工具的色彩很濃厚。而近代的數學，則由於抽象化、公理化的影響，漸漸脫離物理問題而自成完美的體系，因而跟實際問題的距離也就越來越遠了，因此才有所謂純數學與應用數學之分，我相信早期是無所謂應用不應用的。

本文錄自臺大數學系學會所編「數學天地」──編者按