

編者的話

本期「有朋自遠方來」訪談 George Lusztig 教授。1976年，他與 Deligne 合作，證明表示論與 Schubert variety 的拓樸、幾何具有關聯，引領了代數及表示論突破性的發展。1979年，他與 Kazhdan 引入組合學工具，具體而微地描述 Schubert variety 的拓樸與幾何。始自 1986年，他又深入研究 quantum groups。他優游於眾多領域，結合各領域的精髓，成功計算了李型有限群及李代數不可化約表現的特徵標 (characters)。他喜歡獨自研究，進行繁複困難的計算；內向靦腆，酷愛瑜珈，言辭簡潔，思路清晰；在欲言又止間，流露大師風範。

關於例外群 degree 之計算，Lusztig 教授於訪談中提及電腦科學所提供之莫大助益。本期另有數篇文章精心闡述或示範數學與電腦科學相輔相成的景況。

先談著色問題。1928年 van der Waerden 證明了定理：「對任意自然數 k 和 l ，若一段自然數之長度不小於於某一數 $n(k, l)$ ，則將其著 k 色之後，必存在同色而長度為 l 的等差數列。」張鎮華教授鋪陳相關結果之發展脈絡，並對重要結果給予淺顯易懂的證明。

日前，藉助於超級電腦，三位電腦科學家總算解決了「布林畢氏三元數問題」。該電腦輔助性證明，文件大小達到 200 TB，相當於美國國會圖書館所有數位化資料的總和，是人類迄今得到的最「長」的一個數學「證明」。李信明教授講述相關歷史，並提供讀者可入手的相關問題。

布林畢氏三元數問題初由 Ronald Graham 和 Paul Erdős 於 1970年提出：「能否將正整數集合 N 中的每個數字分別染上藍色或紅色，使得 N 中滿足畢氏定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 的任意三數 a, b 和 c 不同色？」三位電腦科學家利用對稱性和數論的技巧，將交付電腦計算的可能染色方法減少至 1 萬億種左右；電腦進行平行計算大約 2 天後，「證明」正整數集合 $N = \{1, 2, \dots, 7824\}$ 具有問題所述的性質，但加入 7825 後就不復如此。不無遺憾地，人類無法閱讀此「證明」，也無法用紙筆驗證之。

而在線上決策問題，所有可能之決策呈機率分布，另有損失函數衡量各決策所招致的損失。在每回合，決策者根據之前各回合的損失做出決策。為衡量決策者表現之優劣，另有數個專家，在所有回合做固定決策。進行 T 回合後，最佳專家累積損失為 L_T ，決策者累積損失之期望值為 E_T ，遺憾程度 (regret) 則定義為 E_T 與 L_T 的差。決策者若適任，其遺憾程度應以 sublinear $o(T)$ 的速度成長。呂及人教授深耕線上決策領域，在文章中清晰有趣地介紹該領域，且概要講解他的研究成果。他並將該領域與賽局理論做深刻的連結：在特殊形態的賽局，若每個參與者採行低遺憾程度的線上演算法，則整個賽局會快速趨近某種 Nash equilibrium。

蘇柏奇、陳明璋、顏貽隆先生的文章示範繪圖軟體在數學證明及數學教學的應用。讀者何不也親自用軟體做做動態實驗？

數學傳播電子版網址：

<http://w3.math.sinica.edu.tw/mathmedia/default.jsp>

梁惠禎

2016年12月

數學傳播 160

第四十卷
第四期

目錄

有朋自遠方來——專訪 George Lusztig 教授	3
任意長度等差級數—— van der Waerden 話當年	張鎮華 18
需要十億年才能看完世界上最長的數學證明	李信明 30
線上決策與賽局理論	呂及人 44
數播信箱	周伯欣 46
拋物線的切線族交出奇跡	蘇柏奇 · 陳明璋 · 顏貽隆 47
遞迴數列的「特徵多項式」與「線性衍生遞迴式」...	陳建輝 57
回響：兩個幾何問題的另解	連威翔 63
超級正交拉丁方與超級雙重幻方系	梁培基 · 邱荷生 71
楊輝的六階幻方	聶春笑 82
三個著名定理的等價證明	趙國瑞 89
空間多邊形的幾個性質	吳 波 93