

John von Neumann 的早年生活、 洛斯阿拉莫斯國家實驗室時期 及電子計算機之路[†]

Peter Lax*

April 30, 2014 (TWSIAM 授權中文翻譯)

本文原載台灣工業與應用數學會電子報第三期, 經 Peter Lax 教授及 TWSIAM 同意轉載, 僅此致謝。

— 編輯室

我之所以撰寫這篇文章, 有以下兩個目的: 第一是要描繪 von Neumann 豐富的思想、研究的本領以及他的才智, 第二是要敘述他的信念以及行動是如何刻畫未來。在他逝世後約六十年的現在來看, 他預知電子計算機時代來臨的重要性更是日益顯現。

von Neumann 不僅僅只是數學家。他的天賦在於將數學抽象概念及數學方法結合成不平凡的常識, 一切他對事物的想法都能觀察到。如果 von Neumann 活得更久一點, 他一定能夠獲得阿貝爾獎、以及諾貝爾經濟學獎、諾貝爾計算機科學獎和諾貝爾數學獎等殊榮。這些諾貝爾獎項雖然還不存在, 但是總有一天終究會設立。所以我們現在正在談論一位諾貝爾獎三冠得主, 如果我們考慮他在量子力學基礎的重大貢獻, 也許該改成三點五。但我有點離題了。

一如往常, 故事總是伴隨著英雄的誕生而展開。von Neumann 於 1903 年 12 月 28 日出生在匈牙利的布達佩斯, 一個中上階級的猶太家庭中。他的父親 Max 是個銀行家, 家中共有三子, 他排行老大。當時十九世紀末到二十世紀初的布達佩斯正值一個充滿活力與希望的年代, 在 John Lukács 撰寫的書《布達佩斯 1900》中有詳細記錄這段相關的歷史。而這個時期對數學與物理學界而言更是如此。例如 Fejér、the Riesz brothers、Pólya and Szegő、Haar、Polányi、

[†]本文譯自作者 2014 年 4 月 30 日於 University of Maryland 研討會 “Modern Perspectives in Applied Mathematics: Theory and Numerics of PDEs” 的演講版本: John von Neumann: The Early Years, the Years at Los Alamos, and the Road to Computing.

*參閱本刊第 26 卷第 4 期「有朋自遠方來—專訪 Peter Lax 教授」、「Peter Lax 教授小傳」、「Peter Lax 演講—數學與計算」。

von Kármán、Szilard、George Hevesi、Wigner、Teller、Dennis Gábor、George Békesy 等人都是在這二十五年間出生的。學校系統在 von Kármán 的父親改革後，對於發掘資賦優異孩子的敏感度是相當敏銳的，因此 Rácz László (福音高級中學的數學教師，該校一半以上的學生為猶太人) 能一眼就看出 von Neumann 的非凡天賦便不令人意外了。老師通知他的家長和 József Kürschák (匈牙利數學界的賢明長者)，並安排年少的 von Neumann 接受專門教育。他第一位私人教師是 Gábor Szegő。Gábor Szegő 本身也是一個天才，後來先後於柯尼斯堡大學和史丹佛大學任教，他的妻子總喜歡回憶 Szegő 第一次與 von Neumann 見面那天，回家時眼眶中含著淚水的情景。Szegő 前往德國後，Michael Fekete (後來任教於耶路撒冷希伯來大學) 成爲 von Neumann 第二位私人教師。1922 年，正值 19 歲的 von Neumann 與 Fekete 發表了他生平第一篇論文，論文主題爲超限直徑。此後，Fekete 一生專注致力於超限直徑相關主題的研究。

神童在數學界並不罕見。除了是因爲其擁有邏輯能力的大腦外，最有可能的原因是因爲在理解和解決數學問題時並不需要對廣泛情境背景有所理解 (這樣的能力只能藉由世俗經驗學習)。但這也產生了令人遺憾的後果：許多數學家會迴避非數學情境中的數學問題。當然並不是所有數學家都這樣，但如同 von Neumann 一般全心全意研究現實世界中的問題者卻是少之又少。根據他同爲數學家摯友 Stan Ulam 的說法，他的思維不屬於幾何化，也不是具象化的，而是比較偏向代數性的，他可以一方面運用代數符號描述問題自如，另一方面能夠闡釋各個代數符號在不同應用所代表的意義。這可能可以解釋爲什麼他擁有能在衆多不同的環境中思考的能力。

結束高中課程後，他的父親認爲以數學家作爲志業很不切實際，而覺得修讀化學工程較有前途，於是年輕的 von Neumann 便前往柏林，兩年後又轉往蘇黎世。在此他認識了兩位重要的數學家：George Pólya 和 Hermann Weyl (直覺論領導者之一)，更準確地說應該是他們兩位認識了 von Neumann。1926 年他拿到在蘇黎世聯邦理工學院的學位，同時期他也註冊於布達佩斯大學攻讀數學博士，即使出席率低仍順利完成學位。畢業時，他還不到 23 歲。

von Neumann 在柏林準備蘇黎世聯邦理工學院的入學考試，並在 1923 年以傑出的表現通過。同樣的考試，20 年前的愛因斯坦卻沒能通過。同一時間 von Neumann 開始著手他的數學博士學位論文，研究一項看似偏向技術層面實際上卻有哲學深度意涵的主題，論文題目是《超限序數序論 (The Introduction of Transfinite Ordinal)》，後來以《集合論的公理化 (An Axiomatisation of Set Theory)》爲題發表。這篇論文的目的是在於解決一個正在逐漸醞釀成形的數學危機，以下是 von Neumann 對此問題的描述：

「在 19 世紀末和 20 世紀初，Georg Cantor 的集合論 (抽象數學的一個新分支) 導致了難題：某些推論會產生矛盾。雖然這些推論並不是集合論中核心的部分，但在

某些正式標準檢驗下總是很容易被發現，儘管如此，卻不知道爲什麼這些推論的正當性比同一理論中成功的部份還小。」

這個危機讓數學界分成了兩派：直覺論及形式主義。直覺論者會嚴格的限制無限集合的操作方式；形式主義者則認爲本著歐幾里得的主張，適當的公理化讓我們能夠用想要的方式操作無限集合，同時能免於矛盾。形式主義的領袖是哥廷根大學的 David Hilbert，他是柏林數學界的重要教授，爲 Erhard Schmidt 的指導老師。Schmidt 曾經幫助年輕的 von Neumann。數年後，在 1954 年，即使此時的 von Neumann 早已不需要爲撰寫數學學術論文費心，加上行政工作繁忙，已有一段時間不再動筆，但爲了表示對 Schmidt 的感謝，他特別爲一紀念文集《Festschrift》撰稿稱頌年邁的 Schmidt。

他在集合論基礎上的研究吸引了年邁的 Hilbert (任職於哥廷根大學) 的注意，von Neumann 逐漸成名讓他獲得洛克菲勒基金會贊助，前往哥廷根大學研究訪問一年。當他抵達哥廷根大學後，發現當時最急需解決的研究主題不是集合論，而是新發展的量子力學。海森堡和薛丁格所提出的新理論需要使用數學去釐清，此後在他有生之年，von Neumann 斷斷續續地研究相關的數學問題。他提出的希爾伯特空間中的無界自伴算子理論 (unbounded self-adjoint operators in Hilbert space)。該理論提供量子力學令人滿意合邏輯理論基礎，這個理論同時也是現代數學的奠基石。此外，他不僅建立理論基礎，同時也展示如何將理論應用於有趣特定的物理問題上，這也是典型的 von Neumann 作風。

此時 von Neumann 聲譽卓著，他先後在柏林大學和漢堡大學擔任講座，後來又受邀至歐洲各地演講。不過在 1920 年代末期，他便著眼於美國，部分原因是歐洲缺乏工作機會，他比大部分人都還早預見這樣的趨勢。因此在 1929 年普林斯頓大學邀請他講授數學物理，特別是量子力學新興領域時，他便欣然地接受。此後四年，他便將他的時間平均分配給普林斯頓以及德國。

這幾年間有一件對 von Neumann 來說相當重要的科學事件：Gödel 證明形式主義的希爾伯特計畫 (the Hilbert program) 註定會失敗。1931 年 Gödel 證明除非依靠更強的邏輯系統，否則任何邏輯系統絕不可能被證明免於矛盾。這個證明結束了 von Neumann 公理化和集合論的研究，但他的努力並沒有白費，反而幫助他構想出電子計算機應有的架構。第二項對未來有決定性影響的事件則是 Chadwick 於 1932 年發現了中子的存在。

前面所說時間均分的完美安排在 1933 年突然地結束了，第一是因爲希特勒崛起，第二是因爲 von Neumann 同時被任命爲普林斯頓大學及新創立的普林斯頓高等研究院教授。這是一個非常受人尊敬的職位，愛因斯坦和 Hermann Weyl 也是其中一員，Gödel 隨後也加入行列。

1930 年代中期是 von Neumann 多產的時期。他和 Francis Murray 合作完成了他最歷久不衰的發現：算子環理論 (a theory of rings of operators)，現在稱爲 von Neumann

代數。同時，逐漸累積的政治危機讓他了解戰爭一觸即發，並且無法避免。他同時也預見戰爭會導致歐洲猶太人的毀滅，嚴重程度如同第一次世界大戰時，土耳其政府毀滅亞美尼亞人的規模。

因此，當他敏銳地發現戰爭即將爆發，便思考如何利用他的數學長才協助美國備戰。當時，戰爭中與數學最有關連的便是彈道學。阿伯丁試驗場距離普林斯頓大學不遠，因此他積極投入爆炸和衝擊波的研究。在這過程中他差點就成了軍械部的陸軍中尉，只可惜他的年齡稍稍超過35歲的年齡限制，因此戰爭部長不願破例任命。拜此之賜，von Neumann 免於軍旅生涯的束縛，可以徜徉於各式各樣的研究當中。他被指派至各種委員會，並且積極參與相關的討論研究。很快地，他致力研究實用應用數學的名聲遠播，如同15年前他以優秀純粹數學研究而聞名一般。推崇他的人包含軍械部的 Simon 將軍和科學研究與發展辦公室的領導者 Vannevar Bush。1943年初時 von Neumann 被派至英國協助反潛作戰和空中戰爭，在此他貢獻所學並同時在英國習得關於引爆的相關知識，獲益良多。沒有多久他便活用這些新習得的知識投入一項重要的戰爭計畫：製造原子彈。更準確地來說，是製造核彈。

當 von Neumann 到達洛斯阿拉莫斯國家實驗室時，發現有許多重要急待解決的問題，他必須逐一克服這些問題，才能成功製造鈾彈。鈾同位素會自發裂變並釋出中子，匯集中子數量的速度必須夠快，以達定量才能預先引爆任何炸彈。內爆是當時最有希望的匯集方法。因為 von Neumann 具有高效炸藥的經驗讓他安全並迅速地完成這個任務。這項成功的事蹟連同許多其他在物理和工程問題上的技術貢獻，為他建立起「顧問」的聲譽。實驗室中許多赫赫有名的人也相當推崇他，這些人包含 Oppenheimer、Bethe、Feynman、Peierls、Teller 等人。

核子武器的設計不能採用試誤法，每個提出的設計細節皆須用理論測試。其核心技術就是對非線性，不可壓縮流體方程式之求解。

von Neumann 深刻地了解到單純使用古典數學分析方法不足以應付這項工作，唯一能夠解決問題的方法便是將其連續力學方程式離散化後並用數值方法求解。要有效率地進行這樣的計算需要的工具有：高速且可程式化的電子計算機、大容量的儲存裝置、程式語言、一個微分方程的穩定離散理論、再加上對各式各樣離散化方程式快速求解的演算法。在戰爭期間及戰後，von Neumann 皆投注相當大程度的精神在這些任務上。他敏銳地發現了電子計算方法是相當關鍵的，不僅能用來設計武器，也能解決眾多且多元的科學及工程問題，其中對氣象與氣候之理解特別引發他的興趣。他了解到電子計算比費力的人力計算更能夠解決實際問題。

在此我引用1945年他在蒙特婁一場演講的片段，此時電子計算機仍僅僅只是他腦中的構想，他說道：「我們當然可以繼續提出更多例子來證明我們的論點：因純粹分析方法不足以解決非線性問題，許多純粹數學與應用數學的分支都很需要計算工具來打破現在所面臨的困境。高效能高速計算能力可能可以為非線性偏微分方程領域，連同其他正面臨困境或仍無法探索的各種領域，提供推動數學各方面實質進展而需要的關鍵啟發。以流體動力學為例，從直覺論開始至今

已逾兩個世代，雖然爲了突破該領域的僵局已投入許多一流的數學貢獻，但這些關鍵點都仍未出現。在極少數的情況下，這些關鍵點出現了，卻是源自於物理實驗的結果。現在我們可以讓電子計算變得更加有效率、快速且更有彈性，這樣使用這些新的電子計算機提供所需的關鍵技術便是有可能的，而且最終可能促進分析的重要進展。」

大家都知道 von Neumann 是現代電子計算機之父，但不是每個人都知道他也是計算流體力學之父，以下我將仔細地介紹他在這個領域當中的兩項貢獻。

von Neumann 在差分方程理論發展中，一項重要貢獻便是提出穩定性的概念，後來其中一種檢驗離散格式穩定性的方法是以他的名字來命名，由此可知它的重要性。他的陳述爲：這個檢測方法只適用常係數的線性方程穩定性分析。但 von Neumann 大膽斷言，它也能夠推廣到變係數系統的情況，結果也果真如此。

von Neumann 在計算可壓縮流上最具有深度的想法便是震波捕捉法 (shock capturing)。在可壓縮流中，震波以及不連續解的現象是必然發生的，該法把流場中所有點都視爲普通的網格點，震波在網格點上是以急速變化之離散近似解來表示，而非流場內不同區域的邊界解。在 1944 年進行的數值實驗中，von Neumann 成功地研究一個一端被封閉的管中的氣流問題。當氣流進入管中，靠近封閉牆附近氣體開始向氣流相反的方向運動。質點的移動路徑在震波附近突然改變。他觀察到在震波附近的質點路徑是擺動的，這表示該處的速度場在振盪，這些非物理性振盪發生的原因，是因爲他所採用的差分法具有消散的性質所造成。隨後在一篇與 Richtmyer 合作的論文中，他們引進人工粘性項以消除因不穩定數值方法所造成的振盪。

如果 von Neumann 活到今日，不知道下列哪個事件最令他吃驚呢？是人手一台且物美價廉的個人電腦？網路的發明？電腦和計算科學現今的發展？氣候的數值計算至今仍然一個難題？基因解碼？人類已經登陸月球？蘇聯的解體？還是地球還沒爆炸呢？

von Neumann 的早逝是數學界和科學界的不幸，讓我們失去了一位天生的領導者和雄辯的發言人，也使得年輕世代無緣遇見 20 世紀中最令人欽佩的知識份子。

—本文作者爲紐約大學科朗數學研究所 (CIMS) 教授—