

有朋自遠方來——專訪

Nigel Hitchin 教授



策 劃：劉太平

訪 問：鄭日新、夏杼、何南國

時 間：民國 103 年 10 月 17 日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：黃馨霽

Nigel Hitchin 教授 1946 年出生於英國，1968 年牛津大學畢業，1972 年獲得牛津大學博士學位。曾任教牛津大學及 Warwick 大學，自 1997 年起擔任牛津大學 Savilian 幾何學講座。Hitchin 教授在微分幾何、代數幾何以及數學物理上有重要的貢獻，曾獲 Whitehead Prize, Senior Berwick Prize, Sylvester Medal, Pólya Prize 等多項殊榮，並為英國皇家學會院士。

鄭日新 (以下簡稱「鄭」): 我先問一個標準的問題。您有怎麼樣的成長經驗？是怎麼對數學產生興趣的？

Hitchin (以下簡稱「H」): 我大概是 1957 年上中學，那時唸的是一所全新的學校，只有 76 個人。開學的時候，沒有高年級只有兩班一年級的新生。因為只有 70 幾位學生，學校師資不足，所以那時候由法文老師教我們數學。在那個階段我說不上特別喜歡數學，我想我還蠻拿手的，但成績跟其它科目差不多。當學校逐漸發展起來……

鄭: 所以你們上課是用英文授課還是法文？

H: 英文授課？ 喔，不不不，我說的法文老師是一位教法文的英國人。抱歉，不是「法國」的老師，是教「法文」的老師。兩者英文發音的腔調不同，腔調在英文裡很重要，在中文裡也

是，對吧？所以這或許算不上是個很好的開始，不過學校發展起來後，校方聘了一位正式的數學老師。我發展出對這個科目的興趣，老師也給了我更多個別的關注。但一直到中學後期，我真正感興趣的是工程，我的意思是我認為自己日後會投入工程。然而，在中學畢業的大前年，我病了好幾個月，缺了許多堂課，也少修了很多門課，所以我退掉某些科目專注在數學上。隨著我做的數學越來越多，我發覺數學是我真正喜歡的科目，雖然解決個別問題很有挑戰性，卻是我大學想主修的科目，我就是這樣開始的。如果當初沒有生病，我現在可能是一位工程師，但我不認為自己會是一位非常傑出的工程師。或許回過頭來看，選擇數學是對的。

夏杼（以下簡稱「夏」）：您什麼時候發現自己非常擅長數學？

H：我們都經歷過這個過程，對吧？中學的時候我們可能都是班上的佼佼者，或許不是一直都是，可能有三個同學一直互爭高下。成為大學生後，開始了解到相對於來自其它高中的佼佼者，自己的程度到底在哪裡。之後取得大學學位……

鄭：你們有入學考試嗎？

H：有，我唸牛津大學，要參加入學考試，我很喜歡考試問題的風格。我甚至還記得其中一題，給你一定長度的電線，以及電線的半徑，必須把線捲成一顆球，推估這顆球有多大，並給出不同的估計。顯然第一個估計只是總體積，但後來你了解到電線可以……這類問題有點像開放式的問題，卻需要用到一點分析，針對線的纏繞方式給出一些近似值，還有其它像這樣的問題，我很喜歡那些問題。在牛津，除了筆試也要面試。面試時他們同樣問了些有趣的問題，所以在那個階段我覺得自己走在正確的道路上，在大學裡會有不錯的表現。但人生通常是這樣的，進了大學後或許會有比你更優秀的人，你必須重新掂掂自己的斤兩。後來做了第一份博士後的工作，你不是很確定相對於他人自己是否優秀。在每個階段，都要試著衡量是否該繼續下去，評估自己在下一個階段可以表現得多好。所以要說出在哪個階段很難，的確，在進大學的時候，我自認數學很好，但後來經過許許多多的考試，就不那麼確定，直到……

鄭：所以您在第三年還是第四年選擇主修？

H：不，其實英國的體系一進大學就選主修，甚至在申請學校的時候，就選擇了數學……

鄭：從第一年開始……主修數學。

H：對，甚至在進入大學前，你就說，我想要修數學的課。做數學、做數學與計算、或做數學與哲學，由你選擇。所以打從開始我就選了數學，我從來不需要決定要修什麼課。

鄭：不同的體系。

H：沒錯。

夏：我有很多同事做 Higgs bundles，但是他們不懂物理。我們都覺得要了解物理的文獻很困

難。或許您能在應該怎麼樣做，或者怎麼樣試著了解這方面給我們一些建議。

何南國 (以下簡稱「何」): 那也是我要問的問題之一。

H: 對我來說，難的不是文獻，而是人。我的意思是，需要有願意用數學家的語言和數學家交流的物理學家。當然，如果你問他們：「為什麼你要做這個？為什麼你認為這是對的？」他們常會回到物理和量子場論的觀點。數學家有不同的類型，我知道自己這輩子大概都沒有辦法發展出像物理學家對量子場論那樣的直覺，因為我對量子場論沒有深入的了解，我永遠都無法想出物理學家會有的某些想法。我有一些數學的同事很不一樣，他們真的想要知道物理學家在說什麼，他們花許多時間和物理學家交流、做研究，試著了解他們談話中的旨趣所在。我在牛津的同事 Graeme Segal¹便是其中之一。

我大概是個喜歡接受問題挑戰的人，在物理學家的演講中，注意到某些看似熟悉自認能有所貢獻的東西，就投入其中。所以在第一場演講中我試著解釋的 Higgs bundles，最初因為物理學家帶給我們數學家涉及瞬子 (instantons) 的問題，由此逐漸發展。對我而言，在單極方程 (monopoles equations) 中，邊界條件和最初的解法都由物理學家給出，問題在於要找到方法解決一個更一般的方程。但我會知道 Higgs bundles 其實是因為有篇文章，兩位物理學家在探討他們所謂的互反性 (reciprocity)，他們不稱它為對偶性 (duality)，在 n 維和 $4 - n$ 維之間有某種互反性。這個想法是你有幾組方程，例如四維的自對偶 (self-dual) Yang-Mills 方程用線性代數來解，這是零維的。當你有了單極方程，就會用 Nahm transform，也就是 ODE 來解。我當時想，應該有什麼是處於兩者之間，二維應該對應到二維，物理學家還沒有建構起來。但是 Higgs bundles 的名稱是因為它存在於一個 Higgs 場理論中，之所以稱為 Higgs 場是因為它與單極中的場很類似，而單極則為一個同樣從 standard model Lagrangian 所導出的 Lagrangian 產生的東西。

不過，現在和物理學家談話的重點，並不是要試著全盤吸收他們所說的，而是從中選出某些與你所知有關，而且覺得自己或許能夠有所貢獻的題材。這真的要看看有多少物理學家有耐心，真正用你懂的語言試著和你交談。Witten² 就是其中之一，最近我和 Sergei Gukov³ 談過，是非常寶貴的經驗。這並不意味你必須認同他們正在嘗試的整個計畫，或許你會說，我只是從這棵大樹上擷取某些果實來享用，但這麼做非常有幫助。之後這個果實本身會成爲一個數學主題，一旦發展起來，物理學家或許可以從中看出一些有趣、他們未曾看見的東西。事實上 Higgs bundles 便是如此。我很久以前寫了那篇論文，起初沒有物理學家對它特別感興趣，雖然當時我寄了許多複印本到蘇聯各地。有一次我接到委內瑞拉一群物理學家的邀請，爲他們談了這篇文章的工作，但都止於純數學，直到 Kapustin 和 Witten 在他們化

¹ Graeme Segal (1941~)，澳籍數學家，牛津大學教授，主要的研究興趣在拓樸量子場論。

² Edward Witten (1951~)，猶太裔美國數學物理學家，普林斯頓高等研究院教授，1990 年費爾茲獎得主。爲弦理論和量子場論的頂尖專家，被視爲當代最偉大的物理學家之一。

³ Sergei Gukov (1977~)，俄籍理論物理學家，加州理工學院及加州大學聖塔芭芭拉分校教授。

約後的方程裡，介紹 Higgs bundles 是以 hyper-Kähler 流形為值域 (target space) 的 sigma 模型。所以我不一定會以了解物理學家在做些什麼為目標，不過我知道他們有一組問題在那兒，他們對我熟悉的事有某些直覺，我看不出後來的走向，他們卻能多少預測出可能發生的事情。

鄭：您最一開始怎麼知道那篇論文？您提到您看到一篇論文，我指的是物理的論文。

H：那篇刊載於 *Communications in Mathematical Physics*。事實上我大部分的論文都在這個期刊發表，或許是因為它有物理領域的讀者。

鄭：所以是意外發現的？

H：對，我就拿來用。我想其中一位作者是研究瞬子的 Ed Corrigan，當時我認為這跟我感興趣的東西或許有關聯。確實，我會瀏覽特定的物理期刊只為了了解他們在做些什麼。早期我和 Stephen Hawking⁴ 身邊劍橋的相對論學者 Gary Gibbons 等人多有接觸，討論的主題是 hyper-Kähler 流形和愛因斯坦度量。

鄭：您固定和他們見面嗎？

H：沒那麼固定。但是在瞬子的工作之前，我對由 Penrose⁵ 開始，與物理相關，用扭量理論 (twistor theory) 做的幾何方程感興趣，可以算是我起步的地方之一。但是說到直覺，我記得 Stephen Hawking 很久以前問我，大概是 40 年前，假設一個黎曼流形 (Riemannian manifold) 的純量曲率 (scalar curvature) 大於或等於 0，而且在某個緊緻集合之外是歐幾里得的平坦，它是否一定平坦？我的直覺說不，純量曲率不是一個非常關鍵的不變量。我的學位論文探討與純量曲率有關的消失定理 (vanishing theorems) 以及奇特球 (exotic spheres) 之類的東西，所以我理當是純量曲率的專家。我的直覺說不是，應該有辦法得到很多的解，但是所有的這類問題後來全都確定了。身為物理學家，他在純數學問題上的直覺比我好的太多。它並不在 Lorentzian signature 裡，只在 Euclidean signature 裡。

夏：所以它是一個緊緻流形。

H：不，它不是一個緊緻流形，是漸近地平坦，像歐幾里得空間 (Euclidean space) 一樣平。

夏：所以結論是全部都是平的。

鄭：是正質量定理 (positive mass theorem) 的一個變異。

H：比較簡單的版本是考慮漸近的平坦，但是他給我的是最簡單的版本。

夏：了解。

⁴Stephen Hawking (1942~)，英國著名物理學家，主要工作在廣義相對論及量子重力。

⁵Roger Penrose (1931~)，英國數學物理學家，牛津大學數學系 W. W. Rouse Ball 名譽教授。

H: 就這個特定的問題來說, 在本質上和直覺上他對黎曼幾何了解的比我更多。

鄭: 主修數學的學生在大學時應該學多少物理?

H: 這個問題很難回答, 坦白說, 在我的數學生涯裡, 我從沒有修過任何物理相關的課, 顯然我最後一年選擇很多。

鄭: 您大學的時候呢? 我指的是牛津。

H: 那時選擇很多, 有量子力學、廣義相對論等等的課。

鄭: 是必修嗎?

H: 不, 不是必修, 可以自由選課, 所以我沒有選。我修了交換代數、泛函分析和拓樸。我沒有選任何物理的課, 或許有些遺憾, 但是我修的確實是純數學的課。

鄭: 主修數學的學生有哪些必修課?

H: 在牛津, 第一年要修力學、向量分析的應用和一些勢論。如果你選讀數學課程, 就不需要修任何物理相關的課, 幾乎可以成為完完全全的純數學家。

鄭: 沒有更多力學的課?

H: 有力學的課, 教的是基礎力學、central forces 之類的東西, 但是它們被視為向量方法的應用。

鄭: 量子力學不是主修數學學生的必修?

H: 不是。

鄭: 好讓人意外……

H: 在最後兩年修課選擇很多, 可以避開量子力學不修。

何: 您是否認為做研究有一群人共同鑽研很重要? 對於處於研究上比較孤立地區的人, 您有什麼建議?

H: 問得好。我覺得至少在英國, 數學研究的經費隨著時間也有了改變。贊助單位似乎偏好群組, 群組容易被人注意到。從官僚體系的角度, 獲得一個大的補助比許多小補助來得好, 所以他們就便宜行事。老實說, 牛津的數學研究所現在也分成多個研究小組, 似乎暗示著研究是群組活動。我個人並沒有真的參與這樣的群組, 我的意思是儘管現在我有一位博士後, 我並不以有許多博士後和學生為目標。我了解組研究小組是好事, 因為學生能從博士後身上學到許多, 學生不見得能跟得上教授的思路, 甚至會猶疑是否該問教授一個可能很簡單的問題。所以有博士後在身邊是非常好的, 但是在你的研究領域、參與的部分計畫中, 並不一定要有博士後。我在這方面稍微特別了一點。

我還是學生的時候，嚴格來說不是 Michael Atiyah⁶ 的學生，不過基本上算是。他有非常多的學生，但我不認為他把我們看作一個群組。後來我當博士後，有些人像 Roger Penrose，真的就有一大群人組成非常密切的群組，他們了解彼此的問題。通常每週有小組聚會，除此之外 Penrose 也會與他們個別會面。他有個運作方式，他有一個題庫，每個問題可以出借兩週，如果解不開，就返還題庫。所以整個小組是這樣的：他們說同樣的語言，研究同一類的問題。某方面來看很不錯，因為扭量理論的領域有很多面向，有一部分牽涉到像是費曼圖 (Feynman diagram) 這類的東西，有些部分更涉及代數幾何和層餘調 (sheaf cohomology)，所以 Penrose 確實以群組運作。壞處是，到後來有些人被定型了，在外人眼裡他們不能做其它的事，只能做那些，那些他們被指派做的事。稍後，另一個擁有很大的研究群組的是 Simon Donaldson⁷，他有一大群學生，以群組運作。但是我想，個別的研究者即便在孤立無援的地方仍然可以做研究，只要他們有辦法和他人交流、討論，所以做研究有很多種方式可以嘗試。

事實上，在英國我們有一些方法串連不同的大學，藉由一些非常精密的數位科技，五、六個學校可以一起上研究所課程。學生分別在各校的專用教室裡上某校教授的課，老師在電子白板上書寫。教室有錄影設備，授課教師可以看到各校的學生。對於較偏遠地區的研究生，或是就讀學校在該領域沒有那麼多學者的研究生，幫助很大。但我個人從來沒有真的有過一個小組，我身旁會有許多研究生和好幾個博士後，但這都不是刻意所為。

鄭：您怎麼指導學生？譬如，定期的研討會……？

H：應該說，不同於美國的體系，在英國是指導老師選擇學生。申請研究所的學生假如想從事幾何領域的研究，就由這個領域的人來審閱他/她的申請案，有人覺得合適，願意收這個學生，學生的資格與背景也符合要求，通常就會錄取。所以不是學生找指導老師，而是指導老師選學生。我自己收學生，如果學生來自國外，有時候需要給他們一個研究主題，因為國外的贊助單位想知道主題是什麼。不過大致來說，第一年學生會修各種課程，讀我建議的書，每週和我碰面，融入整個系所。但是中途我會建議一個主題給學生，在第一年末我們會舉行一場考試 (transfer exam)，學生需要寫一篇論文，通過後就可以從見習生 (probationary student) 變為正式的博士生。我通常會在大約年中的時候給學生一個特定的問題，他們需要學更多的東西，但這些東西只跟這個問題相關。

所以不再要求學生修更多的課，而是要他們試著讀一些跟問題有關的東西。這些東西或許可以讓他們對問題更加明白，或許需要研究層餘調，他們讀了相關資料，可能又涉及霍奇理論 (Hodge theory)，再把它弄明白，如此這般導引至一個特定的問題，幸運的話這個問題可以發展成第一年的論文。論文不需具獨創性，但是通常學生讀的夠多，一些新的觀點和方法就

⁶Michael Francis Atiyah (1929~)，英國數學家，1966 年費爾茲獎得主，主要研究領域為幾何，被譽為當代最偉大的數學家之一。

⁷Simon Donaldson (1957~)，英國數學家，1986 年費爾茲獎得主，研究領域為四維微分流形的幾何與拓撲。

會應運而生。所以這是種訓練，讓學生有能力寫一篇學位論文之類的小論文，同時也嘗試以探討一個主題對特定問題影響的方式，來學習這個主題。這個階段結束之後，有時學生不喜歡這個領域，我們就會做完全不一樣的東西。或者如果他們表現得很好，這些就會變成他們論文的第一章，諸如此類。在第二年初，我們會完全專注在一些理想中可以發展成論文的問題，第一年就比較像是訓練了。

鄭：您身為 Michael Atiyah 教授的學生、研究夥伴及同事，我們很想知道每個階段您和他一起工作是怎樣的情況？

H：令人振奮，很有活力。因為如果你聽過他說話，他講話的速度非常快，很激動，有很多想法，他要求學生要有回應。他曾經收過一位學生，最後卻被他開除，因為太安靜了，只是坐在那。一種情況是，Michael Atiyah 討論得過於熱切，有時候順著某些思緒，會犯下明顯的錯誤，他需要有人說：「且慢！且慢！」這樣來來回回的討論很重要。我想他跟 Raoul Bott⁸ 或 Isadore Singer⁹ 一起做研究時，他們扮演了非常重要的角色，不僅回應了他的熱情，還緩和了他的急切，讓雙方能夠聚焦，所以當他的學生過程充滿活力。除此之外，有時候見完指導教授出來，感覺很好，但是坐下來試著在紙上複製他剛才講的內容時，會突然發現比當時以為的來得複雜許多。不過，那是強而有力的支持，假如指導教授能夠說服你，你做得很好、你能夠做到，儘管嘗試的過程困難重重，我想這也很重要。如果指導教授很負面，總是挑你必須面對的問題，學生會很頭痛。Atiyah 一直都有這種正向的態度，雖然你必須理清頭緒，找出他直覺中的錯誤。我認為這是很有感染力的，過程就像：「對，我們可以再前進一步，可以的！可以的！」

夏：所以他選了你。

H：嗯，坦白說，他從來不是我正式的指導老師，事實上拓樸學家 Brian Steer¹⁰ 才是。我成為研究生後不久，Atiyah 就離開牛津，擔任普林斯頓高等研究院的永久研究員。普林斯頓的學期四月底結束，而牛津有三個學期，夏季學期四月開始，所以 Atiyah 通常會回牛津，他在牛津還有房子，每年夏天都會回來。有一年夏天我的指導教授 Brian Steer 休假，請 Michael Atiyah 照看我，我們從那時開始一起做研究。嚴格說來他只有指導我兩個夏天，但已足夠給我許許多多做研究的想法。

鄭：所以你不是 Atiyah 正式的學生。

H：對，如果你看過我的數學族譜，我有兩位指導教授。正式來說應該只有一位，但實際上 Atiyah ……當然照規定我們現在不行這樣，不過那時 Atiyah 還當了我博士資格考的評審。如果他是我正式的指導老師，那是不被允許的。

⁸Raoul Bott (1923~2005)，匈牙利籍美國數學家，在幾何方面有眾多貢獻。

⁹Isadore Singer (1924~)，美國數學家，任教麻省理工學院。1962年與 M. Atiyah 合作提出 Atiyah-Singer 指標定理而聞名。

¹⁰Brian Steer，牛津大學數學系教授。

夏：同理，Donaldson 呢？您是他的指導老師嗎？

H：沒錯。Atiyah 在普林斯頓三、四年之後回到牛津，擔任皇家學會的特別講座，原先他在牛津的職位由 Ioan James 接任。身為研究小組的領導人，James 負責審閱研究所的申請文件。他拿一個檔案給我看，說道：「你看，這個劍橋來的小伙子，有一封拓樸學家 Ray Lickorish 的推薦信，信上說他是十年來最好的學生。」又說：「我知道 Ray，這是很強的措辭。我們何不早點讓他進來？其它學校可能搶著要他。」我說：「好啊。」就收他為學生。他顯然非常優秀，每個我問他的問題，他都會在幾週後回來跟我說「我解決了，這是我的解法，下一步該做什麼？做這個？還是看這個？」

我們對 Yang-Mills 理論很感興趣，因為那時大約是在 Clifford Taubes¹¹ 證明瞬子在任意四維流形存在的時候。所以已經有了一個開頭，很明顯是一個新的領域。我的意思是，以前我將瞬子和自對偶幾何結構，視為某種黎曼曲面理論 (Riemann surface theory) 的四元數類比 (quaternion analogue)，四維中自對偶幾何和其上特別束的研究。在那之前我認為這是個完備的主題，非常好，卻是黎曼曲面理論的四元數版本。後來有了 Taubes 的研究，我察覺其實它的全貌不止於此，所以做了嘗試，同時它也跟複幾何也就是後來為人所知的 Kobayashi-Hitchin 對應有關。

老實說，這不過是我在日本的谷口 (Taniguchi) 會議後出版的問題集裡的一個臆測，有人把這兩個名字放在一起。想法是這樣的，向量束的穩定應該對應到 Hermitian-Einstein 度量的存在，不過尚未證實，而 Taubes 的工作告訴大家，不同的一般四維流形都能有瞬子。我給 Donaldson 的題目，是要他試著證明現今所稱的 Kobayashi - Hitchin 對應。實際上他做的是將問題重新敘述成 moment maps 問題，探討無窮維的 moment maps 問題。他研究 (或許是在 C^∞ 情況下) 一個 complex bundle 上，所有酉結構 (unitary structure) 的空間，但是將它視為由 moment maps 問題給出的東西，研究 moment maps 的零集 (zero set)，想要證明在複化的規範群變換 (complexified gauge group transformations) 下，能得到穩定性，由此就能得出 moment maps 的零集。

這是一個關鍵的時刻，因為那時大家都在做 moment maps，我的意思是 Atiyah 和 Bott 已經用 moment maps 研究 Narasimhan-Seshadri 定理，Atiyah 已經有了環面作用 (torus action) 的 moment maps 其值域為凸集的證明，他的學生 Frances Kirwan 也將 moment maps 用在代數幾何裡的 Mumford 不變量理論中。所以這些研究已經在這個領域持續進行，由於 Atiyah 教授對 moment maps 涉入極深，Donaldson 又這麼優秀，我想應該將 Donaldson 交付與他收為學生，我個人就是因為這樣的轉換，即便只是非正式受業於 Atiyah，而受益良多。我覺得 Atiyah 是這麼傑出的人物，應該也會因此受益，就這樣

¹¹ Clifford Taubes (1954~)，哈佛大學數學系教授，研究規範場論 (gauge field theory)、微分幾何以及低維拓樸。參見本刊 37 卷 1 期 (145) 有朋自遠方來。

約一年半後進行了這件事。在成為 Atiyah 的學生之後，他發展出自身對任意四維流形上瞬子的想法。我記得有一次 Atiyah 說：「(他) 有些進展，我不知道是什麼，我不知道在黎曼幾何裡有一個問題，因為原先如果要用 Cobordism 來論證，需要證明這個瞬子模空間是平滑的。」

那時要證明這件事的唯一方法就是用消失定理，也就是具有某一類正曲率的性質，所以這不是一個有關拓樸的敘述不是很清楚。因此他們思考原本關於相交矩陣是否正定的問題，它是直和 (direct sum)，直到後期 Donaldson 擾動方程式，證明藉由擾動方程可以得到消失，也就是可以經由擾動方程得到模空間的平滑性。但我認為在那個階段，即使是教授 Atiyah 都不知道發生了什麼事。Donaldson 幾乎是獨自埋頭苦幹。

鄭：先前的「有朋自遠方來」曾經訪問 Frans Oort¹²教授，他提到已故 Hirzebruch¹³教授組織的工作會議 (Arbeitstagung)¹⁴。Atiyah 教授是那裡的固定講者，您是否到過那裡？有什麼難忘的事，您願意談談嗎？

H：是的，那是在還沒有網路的年代。最新的研究結果藉著這樣的集會得以交流傳播。至少在拓樸和幾何學方面，那裡是學習新事物、與人交流最重要的場合。我大概是在研究所的最後幾年參加工作會議。那裡確實有這樣的傳統，Michael Atiyah 教授給第一場演講，基本上大家會討論由誰演講，不過第一位講者向來是 Atiyah。後來我每年持續參加，因為一方面，對年輕人來說這是個好地方，如果雀屏中選……這就是關鍵。你必須被選為講者，但是那裡有個投票機制。在所有議程開始前有個會議，大家提出自己心目中的講者，看來遵循民主程序，但是 Hirzebruch 教授有時視而不見，有時聽而不聞，所以被提名者有些不在他寫在黑板的名單中，有些則有。這些都在幕後，看來很民主。如果你得出一個結果，成功說服該領域的重要學者它有用而且重要，就有機會被選為講者。

所以這對年輕數學家來說很重要，我不記得我第一次在那裡演講是什麼時候，完全忘了。我想那大概是我人生中一個重要的時刻。那時的會議第一場由 Atiyah 主講，演講後大夥步出會場拿取接下來的演講議程，在沒有網路、筆電等東西的年代，這是很不得了了，因為這些議程摘要是以一種複雜且機械式的方式繕打、複製出來，卻又非常有效率。我知道 Oort 教授是那裡的常客，Serre¹⁵和 Tits¹⁶也是，有些人固定與會。拓樸、幾何和代數幾何的人也為數不少，所以有好多年我每年都參加。

何：現今有許多合作在進行，對於合作您有什麼看法？合作有時候可能結果不是很好，有時結果

¹²參閱本刊 38 卷 2-3 期 (150-151)「有朋自遠方來 — 專訪 Frans Oort 教授 (上)(下)」。

¹³Friedrich Hirzebruch (1927~2012)，德國數學家，研究領域為拓樸、複流形及代數幾何，被視為戰後德國最重要的數學家。

¹⁴參閱本刊 38 卷 3 期 (151)「有朋自遠方來 — 專訪 Frans Oort 教授 (下)」。

¹⁵Jean-Pierre Serre (1926~)，法國數學家，1954 年費爾茲獎得主，在拓樸學、代數幾何與數論有根本的貢獻。2003 年獲頒阿貝爾獎。

¹⁶Jacques Tits (1930~)，法國數學家，研究群論及幾何。1993 年獲頒沃爾夫獎。

非常好，您對合作有什麼建議？比方說應該抱持怎樣的期待，或者該怎麼善盡本分才能讓合作成果豐碩？

H: 我自己不是很常與人合作。我的幾篇關於瞬子的論文都是和 Atiyah、Singer 以及 Manin¹⁷ 合作，我是資歷最淺的，算是研究助理。當時我沒有任何全職的教職，簡單來說，我的工作是全職，不過是研究職位。Singer 從美國帶來問題和 Atiyah 討論，後來我們一起討論這些東西，因為 Penrose 做的一項研究也與此相關。我做的部分是探討變形理論 (deformation theory)，讓後續的研究可以開始進展。有一個橢圓複體 (elliptic complex) 我幾年前就很熟悉，運用指標定理 (index theorem) 剛好可以將它放在整個架構裡，我們可以計算維度。在這個合作中，我是資淺但有貢獻的成員，提供了一些東西；Atiyah 有代數幾何的背景，研究 monad，這是建構全純束 (holomorphic bundles) 的方法；Singer 帶來他和物理學家討論來的問題，他有些基本的例子。他到牛津來對這個主題進行一系列的演講。所以在這個案例裡，我是合作的一部分，因為我有特定的貢獻。

其它合作我想幾乎都是因緣際會。後來我和 Atiyah 又一起寫過論文，研究單極散布 (monopole scatterings)。這個合作是怎麼開始的？我到紐約大學石溪 (Stony Brook) 分校一年，他們給我一個職位，我大概在 1983 年到那裡，基本上待了一年，到了年底必須決定是否要回牛津，最後我決定回去。不過對我來說那是豐收的一年，就是在那裡我開始和不同領域的物理學家交流。從 Martin Rocek 身上，我學到所謂的 hyper-Kähler 商建構 (quotient construction)，夏天的時候我帶著這個 hyper-Kähler 流形的有限維建構回來。我和 Atiyah 提到這個，他說：「喔，好，Taubes 已經指出在單極模空間上的某種四元結構，我們或許可以用無窮維 moment maps 這種方法，如同他和 Bott 曾用的方式，實際找出這個度量。」所以這次的合作是他發掘出問題。我先前曾對單極很感興趣，但還沒有真正好好思考這個議題。我發展的是技巧、一般的技巧，商建構。所以我們有點像把它們放在一起，放在一起意味著我們知道有這個 hyper-Kähler 度量，之後我們知道它的性質。然後我從扭量的觀點處理，Atiyah 則從 ODE 的觀點著手，我們的合作其實是相輔相成。

我們後來寫的幾篇論文主要關於單極散布，也就是實際找出這個度量的測地線 (geodesics)。Atiyah 對這方面有興趣，因為過去他一直和劍橋的物理學家 Manton¹⁸ 討論物理現象背後的直覺，也是他找了 IBM 製作影片¹⁹。在這個案例裡，我想我發展出一些東西，但是我通常不會主動與人合作，不過今天早上我提到和 Olivier Biquard 的合作，這個合作我認為現在是可行的，我刻意選擇與他合作。我有 hyper-Kähler 度量的邊界值問題，我知道他研究過一些不同邊界值的問題，但都是同一類的結構。所以我邀請他來牛津給一場演講，講的

¹⁷Yuri I. Manin (1937~)，俄籍數學家，以在代數幾何及 Diophantine 幾何的工作著稱。

¹⁸Nicholas Manton，劍橋大學應用數學及理論物理教授，研究興趣遍及理論物理及數學物理領域。

¹⁹參見 <https://people.maths.ox.ac.uk/hitchin/>

其實是別的，同時我開始和他討論。這樣的合作是我知道他有那方面的專長，我們還沒有證明定理，不過我認爲他有我需要的專門知識，我認爲這個合作會成功。但是我也知道有些數學家走遍世界各地，組成合作小組，寫在他們的履歷上。我不會那樣做，一切順其自然，只有最後提到的例子，其餘我想都是意料之外的合作。

何：有時候參加會議，聽到別人聊天，有些人會說：「或許我們應該想一個問題來合作。」

H：嗯，對此你的反應是什麼？

何：我會說：「嗯……這樣啊，那要做什麼問題呢？」

H：沒錯，是有那樣的人。但合作似乎是好的，是吧？不過不是每個問題都需要合作，也不是每個人都需要，我們每個人都有各自工作的方式。對於許多問題，我想要了解發生什麼事，我的目標是針對一些東西，了解它，知道發生了什麼。而鑽研特例、閱讀文獻、檢視還有什麼其它的資料，是一段孤獨之旅，或許不那麼適於合作，你不是很清楚自己尋找的是什麼。問題一旦釐清，合作才可以開始。但是不同的人有不同的工作方式，我剛才提到，Atiyah 的方式是很熱切的討論事情，從一個地方很快地移到另一個地方，給出建議。我想他很適合合作，事實上，他曾被問到同樣的問題，被問到選擇好的合作者的訣竅。他一直有很好的合作者，Bott、Singer等人，但是我的許多論文都是單一作者……我花了許多時間試著了解問題的原委，探討許多例子，從中演繹出更一般的結果，寫成論文。現在有些贊助機制鼓勵合作，我想從贊助者的觀點，他們的想法是既然我們都知道同一件事，我們就彼此交換意見，這當然重要。但合作是否能具體形之於特定的論文，就另當別論。

何：我想特別是對年輕人，也有壓力。因爲剛開始他們必須找到工作，像是博士後，一個還沒結束又要申請下一個，之後申請長聘的職位等等，通常每個聘期都很短，必須要在非常短的時間內做出足夠的結果。我想很多人多少覺得，和很多人一起工作對找事會有幫助。

H：嗯，沒錯，那確實是人生的另一面。憑我博士後那時的著作目錄，我現在大概找不到工作。我當博士後時非常懶得動筆寫論文。不該說懶，應該說我認爲只有高標準的研究才值得發表，我做了某些研究，自忖：「嗯，這個其他人也可以做，不值得我來寫。」另一方面，現在回頭來看，我早期的著作目錄真的很糟。我花許多時間審查博士後的申請，不得不說我們和其他人一樣，都會注意申請人的著作。現在有 arXiv 可查，我認爲時代已經變了，我們確實越發看重著作。如果我現在年輕些，我的態度會不一樣。另一方面，有些我沒有發表的想法，有時會以不同的形式在後來開花結果，所以並沒有白費心力，不過我了解現在年輕人有全然不同的壓力。

夏：我想要問一下，您跟 Grothendieck²⁰ 是否有過任何互動？

²⁰ Alexander Grothendieck (1928~2014)，法國數學家，現代代數幾何的奠基者，1966年菲爾茲獎得主。參閱數理人文雜誌第1-2期「宛如來自空無的召喚——數學大師格羅騰迪克的生平（上）（下）」。

H: 我在巴黎的地鐵見過他一次, 只有那次, 我不認為我們之間有很多話可以談。我覺得我們用的方法非常非常不同。1970年我到法國尼斯 (Nice) 參加國際數學家大會 (ICM), 那時他在政治上十分活躍, 有個叫做「生存與生活 (Survivre et vivre)」的組織, 還出版刊物, 事實上我的同事 Graeme Segal 也參與其中。但在1970年代我還是研究生, Grothendieck 在國際數學家大會上製造了許多聲浪, 他批評 Pontryagin²¹, 我想是因為 Pontryagin 的演講是關於控制理論 (control theory), 與飛彈有關, 與數學等等的精神違背。所以老實說, 在我當博士後之時, Grothendieck 傾注心力投入的, 與其說是數學, 倒不如說是這些政治議題。你想見 Grothendieck?

夏: 對, 最近有人看到他。他就這樣消聲匿跡了。我去京都參加 dessin d'enfant²² 的會議, 大家共進晚餐時, 談到 Grothendieck 離世隱居, Schneps²³ 說她曾在法國中部的一個小鎮看到 Grothendieck, 但她不打算告訴我地點。他們後來和 Grothendieck 保持聯繫。

H: 有一位英國拓樸學家 Ronald Brown, 他算是廣群 (groupoid) 領域的人, 經常寫信給 Grothendieck, 我知道他和 Grothendieck 有接觸, 但不知道最近如何。

鄭: 您生涯至今, 曾接觸許多數學家, 其中一些是很重要的數學家。有哪幾位數學家在哪些方面帶給您深刻的印象?

H: 我想 Witten 在很多方面都讓人印象深刻, 特別因為他是一位真正的物理學家, 卻願意和數學家談, 試著用數學家的語言和他們談話。他寫的文章通常很長, 因為他努力讓數學家和物理學家都能理解。我仰慕他的不只是他的直覺和貢獻, 還有他在這方面投注的時間。Edward Witten 令我欽佩, 而 Michael Atiyah 顯然在我生涯的許多階段給予眾多幫助。有很多數學家是傑出的講者, 也有很多是出色的寫手, 有些你喜歡讀他們的文章, 有些你喜歡聽他們的演講, 還有很多人兩者兼備。或許要列一張表出來很危險, 大家會問為什麼自己不在其中? 最近我讀到一個羅馬的古老故事, 內容大概是這樣, Cato²⁴是有名的羅馬人, 有一次被問道:「為什麼羅馬廣場裡沒有你的雕像?」他回答:「我寧可別人問:『為什麼廣場裡沒有 Cato 的雕像?』, 也不要別人問:『為什麼這裡有 Cato 的雕像?』」提別人的名字很好, 不過我想沒被提到的人可能同樣也很優秀, 列出人名或許不太妥當。

夏: 物理學家會用到數學, 對吧? 為何兩者間存在著巨大的鴻溝? 我不懂物理學家寫的文章, 幾乎就像邱吉爾說的, 美國人和英國人是被共同語言分割的同一種人。您認為為什麼會有這樣的情形?

²¹Lev Pontryagin (1908~1988), 蘇聯數學家, 在學術生涯後期研究優化控制理論。

²²Dessin d'enfant 為研究黎曼曲面的一種圖嵌入 (graph embedding)。

²³Leila Schneps (1961~), 美國數學家, 任職於法國國家科學研究中心及巴黎第六大學。1991年 Grothendieck 隱居, 後來 Schneps 和 Pierre Lochak 等人共同創辦以提供 Grothendieck 訊息為宗旨的 "Grothendieck Circle"。

²⁴Cato (234~149 BC), 以 Cato the Elder 及 Cato the Censor 為人所知。羅馬共和國時期的政治家、演說家, 是羅馬史上第一位重要的拉丁語散文作家。

H: 嗯, 如果你看過很古老的數學論文, 會發現有些類似的東西。Atiyah 八十歲時, 我決定以他發表的第一篇論文為題給一場演講。論文內容是關於扭撓三次曲線 (twisted cubic curve), 三度有理正規曲線 (rational normal curve of degree 3), 文章的寫作風格與現在極為不同。所以如果回頭看八十年前的數學, 要看是哪篇論文, 不過那時很多數學論文對讀者的程度有所假設, 現在來看大概是不可行的。Atiyah 的這篇文章, 假設讀者了解射影幾何 (projective geometry) 的所有內容等等, 因此論文非常短, 沒有花時間鋪陳。我覺得物理學家和數學家很不一樣, 和數學相較, 在物理的領域對於你應該做些什麼、應該走哪個方向, 有比較普遍的想法。數學家比較個人, 得到一個好的定理會讓我們覺得自己有所貢獻; 物理學家則是試著了解某些東西, 了解基本粒子或是宇宙如何運作等等。物理也有潮流, 潮流一變, 他們就一窩蜂地轉向。所以我認為他們寫論文時比較有這樣的想法, 認為文章針對的聽眾或讀者群都了解他們研究可能進行的基本走向。

除了像 Witten 等人願意花時間解釋給數學聽眾聽, 因為他們認為這和數學家有關之外, 我想物理的論文很難讀的原因在於, 他們假定讀者已經知道所有的專有名詞, 所以這就是為何需要有人從旁協助, 需要其他物理學家用數學詞彙解釋, 或至少從論文中擷取要義講給數學家聽。但我同意你的看法, 其實我在石溪之後寫的一篇論文是與三位物理學家合作。剛開始我抱著很大的希望, 希望我們可以真的合寫一篇論文, 他們從 hyper-Kähler 商建構的觀點切入, 我從別的方面探究。但最後我們得到的是一個像條虛線般可以分割為兩部分的共同觀點, 原則上這些觀點都在那篇論文裡。所以雖然幾年來我們非常努力想寫一篇真正結合數學和物理的論文, 最終卻還是分成兩個部分, 我想這是難以避免的。

何: 有人說一個好的數學家要很固執, 同時還要具備足夠的彈性。就您的經驗, 您是否曾放棄某些問題, 或者當您做不出來的時候, 怎麼知道要繼續嘗試多久? 什麼時候該放棄改做其它問題?

H: 這個問題很難回答。我曾經很固執, 有時候不放棄是因為問題一直在那裡, 或許幾年後就有了想法, 所有做過的工作都變得相關。如果你持續嘗試證明某個東西, 最後卻失敗了, 你還是會獲得許多經驗, 無法成功的經驗。這些經驗是正面的, 雖然感覺像是失敗。不過實際上你還是增長了知識, 因為你知道哪些東西行不通。所以, 我從不覺得執著在某個地方是白費力氣, 但是我同意某些時候還是得放棄。有一篇關於 Painlevé 方程的幾何論文我做了很久, 我試著找出一些和代數幾何模型有關的明確的解。我不停地回到先前的計算, 嘗試新的方法, 用 Mathematica 算, 再回頭來做, 卻沒有一個管用。

嗯, 我真的就把它擱著。但是後來我用了很不一樣的方式回頭來做, 因為其他人用了不同方法找到確切的公式。後來我改成…… 我想知道讓這個公式能夠運作背後的幾何是什麼。所以我最初的目標是得出一個公式, 告訴這些分析學家, 可以用幾何來解微分方程。結果, 他們用微分的方法來解微分方程, 但我對背後的幾何很滿意。所以你不能一直盯著同一個問

題，你一直在做的東西可能有關聯，但要用不同的方式看待。要知道什麼時候放棄很難，但我不認為這是白費力氣。現在，我做問題通常會在 $\text{T}_\text{E}\text{X}$ 上做筆記，以免幾年後回頭看看不懂。我發現早期手寫的筆記現在很容易弄丟，所以我有許多未完成的 $\text{T}_\text{E}\text{X}$ 檔，是一些我從未真正解出的計算和問題，都存在電腦裡。我不知道大家是不是都這麼做，你知道現在年輕人怎麼做研究嗎？

何：我還是手寫，寫在紙上。

H：嗯，我剛開始也是那樣，但我試著改用 $\text{T}_\text{E}\text{X}$ ，感覺可以保存比較久。

夏：可以帶著隨身碟，我就是這樣。

H：對。

夏：超過 30 分鐘了。

H：Okay.

夏、何和鄭：非常謝謝您！

—本文訪問者鄭日新任職中央研究院數學研究所，夏杼任教國立成功大學數學系，何南國任教國立清華大學數學系，整理者黃馨霈為中央研究院數學研究所助理—

2016 The Third Taiwan International Conference on Differential Geometry

日期：2016年1月18日(星期一)～2016年1月22日(星期五)

地點：台北市大安區羅斯福路四段1號 天文數學館202室

詳見中研院數學所網頁 <http://www.math.sinica.edu.tw>