

有朋自遠方來——專訪

張聖容教授及楊建平教授 (上)



策 劃：劉太平

訪 問：劉太平、鄭日新、陳俊全

時 間：民國 102 年 2 月 5 日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：黃馨霽

張聖容 (Sun-Yung Alice Chang) 教授 1948 年生於中國西安市。1970 年國立台灣大學畢業，1974 年加州大學柏克萊分校博士。曾先後受聘於美國多所知名大學，1998 年起任教普林斯頓大學，專長是幾何分析及偏微分方程，近年的研究興趣在保角幾何。張教授為美國國家科學院士及中研院院士，曾獲美國傑出女數學家獎及美國藝術與科學院士等殊榮。

楊建平 (Paul C. Yang) 教授 1947 年生於台灣彰化。1969 年畢業於加州大學柏克萊分校，1973 年獲得加州大學柏克萊分校博士學位。曾先後受聘於美國多所知名大學，2001 年起任教普林斯頓大學。研究領域為微分幾何及偏微分方程，近年的研究興趣在保角幾何及柯西黎曼幾何。

劉太平 (以下簡稱「劉」): 開始吧！我們要用英文進行，因為未來想出英文版。用英文談數學比較容易，至少對我來說是這樣。

張聖容 (以下簡稱「張」): 是啊，因為在台灣是用英文來教數學名詞的，但現在大陸則是用中文。

劉: 好，那我們開始吧！首先，真的很高興你們這次待在這裡的時間比較長。通常我們剛開始會問一個比較制式的問題，但或許今天我們改變一下：兩位是怎麼認識的？

楊建平 (以下簡稱「楊」): 我們是研究所同學。

張: 在柏克萊的時候。

楊: 那時我正在修代數拓樸, 但有問題不知道怎麼做, 就問她。

張: 哈哈, 我怎麼不記得。

陳俊全 (以下簡稱「陳」): 這個招數不錯。

劉: 有點像中國白蛇傳的故事, 那把傘, 白娘子故意忘了帶傘。

張: 我們系裡有另一對夫婦, Rahul Pandharipande¹ 因為問了他太太 Ana 辛幾何 (symplectic geometry) 的問題, 因此開始交往。我不記得建平你問過我問題。哦, 可能是研究所上 Spanier 課的時候。一年級的時候我好像有修他的課。

鄭日新 (以下簡稱「鄭」): 所以你們同班?

楊: 沒有, 我們不同班, 只是我不知道怎麼做一些問題。在台灣的教育下, 學生很會計算譜序列 (spectral sequence)。

劉: 所以其實你們當時不在同個數學領域。建平, 你是陳省身²的學生吧?

楊: 不, 我是伍鴻熙³的學生。

張: 建平大學也在柏克萊唸。

劉: 柏克萊現在已經變了很多, 是不是?

張: 當時的老師大部分都退休了。

劉: 印象中你們在柏克萊的時候, 柏克萊在學術上是全球頂尖的。

楊: 是啊, 柏克萊那時在學術上非常活躍, 如今也是。

張: 學術氣氛非常蓬勃, 有很多研究生。事實上現在柏克萊的研究生很少, 對整個數學界來說是個損失。聽說現在柏克萊每年有 20~30 位研究生, 但在我們唸研究所的時候, 學校每年錄取 100 位新的研究生, 有些是國外的學生, 其中有許多人有國家科學基金會 (National Science Foundation, NSF) 的補助, 有些人甚至是自費。那時他們收學生的標準比較低, 所以學生很多, 最後都有不錯的成就。據說 Thurston⁴那時候並不是最優秀的學生, 不過也被柏克萊錄取了, 而且最後還成就非凡。

劉: 他們用的是大數法則 (Law of large numbers)。

¹Rahul Pandharipande (1969~), 印度裔美國數學家, 研究興趣在曲線模 (moduli of curves)、Gromov - Witten 不變量及模層 (moduli of sheaves)。

²陳省身 (1911~2004), 旅美中國數學家, 在微分幾何及拓樸學的工作上有重大貢獻。

³伍鴻熙, 數學家, 現任教加州大學柏克萊分校數學系, 研究興趣為複幾何。請參看本刊第 37 卷第 3 期 (147 號) 兩篇關於伍鴻熙教授教育工作的文章。

⁴William Thurston (1946~2012), 美國數學家, 1982 年獲頒菲爾茲獎, 是低維拓撲研究的領導人物之一。本期同時刊登 W. Thurston 談美國數學教育的文章。

張：是啊，因為數量之大所以不時可以冒險一試，錄取一些特別的學生。現在柏克萊數學系沒有這樣的自由了。

楊：那時候他們會想辦法盡量運用經費。每位研究生修了兩季的課，第三季就不用註冊，不需繳學費，也沒有獎學金。系裡就是這樣讓經費發揮最大的功效。

張：對，我當研究生的時候，通過資格考變成助教後，接下來一季就不必再註冊。當時是學季制，只要註冊前兩季，第三季就不用註冊，不必繳學費。

劉：系裡的教授用心良苦。

楊：是啊。

張：這樣一來他們就可以補助更多學生。

劉：柏克萊那時候是很開放自由的地方，某方面來說是在致力于普及教育。

陳：相較之下，普林斯頓每年都收多少學生？

張：普林斯頓完全相反。我們的傳統就是收的學生很少，至今仍是如此。每年錄取約 12~15 位學生，過去 20~30 年來都是這個樣子，學生人數非常少。史丹佛呢？

劉：我其實並不知道。但我想整體來看我們隨時大概都有 60 位學生，也就是說每年我們收 15 位學生。

張：嗯，學生人數很少。補助學生很花錢，學校要學生繳學費，也就是說每一位學生我們都要確保有足夠的補助，支付他們的學費和生活費。事實上，補助研究生比補助博士後來得花錢，我們算過，補助 2 位博士後的錢能夠補助 3 位研究生，但這 3 位研究生在你有 NSF 補助的情況下，學校只收一半的學費。如果不用 NSF 的經費，要全額補助學生，會花非常非常多的錢。

劉：因為研究生這麼多，那時研究生的生活應該很不一樣。雖然柏克萊有很多教授，但學生太多很難每個都關照到，不是嗎？

楊：大都是高年級帶低年級，對吧？

張：我想到我的指導教授，這其實因人而異。我的指導教授是 Donald Sarason⁵，那時他同時有 6~7 位學生，基本上都是我們組成討論班，彼此切磋學習，效果很好，也因為人多，就有那個氣氛。記得柏克萊的學術演講，每個研究生都參加，很大的房間全部塞滿了人，我們總得坐在階梯上，來晚了就沒有座位，一直都是這樣的。那個氣氛就是，人人似乎都把學數學當作是最重要的事。這應該跟學生人數多有關。

⁵Donald E. Sarason, 美國數學家，研究興趣在複數函數及算子論。

劉：你們待過很多學校機構。有州立大學，像是馬里蘭大學 (The University of Maryland)，那時我們同事，後來聖容你到加州大學洛杉磯分校 (UCLA)，這所大型的州立學校，現在你們在昂貴的私立大學任教。建平，你覺得呢？

楊：我們跟一般人相反。年輕的時候我們到了非常大型的公立學校，通常一般人走的是另一個方向，在拿到博士學位、有知名指導教授加持後，能取得重要的職位。我想我們走的是比較艱難的路。

張：我們也走錯了方向，我覺得生活過得比較優裕的時候到美西很合理，至少對一些像我們這樣背景的人來說是如此。但我們卻搬到東岸，比較冷的地方。

劉：我們已經談了柏克萊，那麼普林斯頓呢？

楊：普林斯頓是個競爭非常激烈的地方，每天到學校去都會感受到來自同事的壓力，但在西岸基本上沒有那樣的壓力。

張：在西岸你不會感受到壓力。現在的情況跟我們當學生的時候沒兩樣，在 UCLA 的確比較放鬆。

楊：我想，搬到東岸對我們在數學上有很大的幫助，待在西岸的話，我們可能比較放鬆。

張：日子過得比較好...

楊：但我不確定我們是否比較健康。我想嚴寒的氣候和四季的變換，真的會讓人工作得更賣力。

劉：說不定有益健康。

楊：是啊，說不定有益健康。

劉：我覺得你們倆看起來整體狀況挺好的。

張：我很喜歡柏克萊，很享受在柏克萊的那幾年。但在那裏的時候我是研究生，當學生和當老師是無法比較的。

劉：我在某處讀到，普林斯頓的數學系和理論物理很有名，校方似乎煞費苦心維護這份聲譽，我也聽說 Lefschetz⁶對數學系的創立幫助很大。關於這點有沒有什麼可以說的？

張：Lefschetz 確實對數學系的成立有很大的貢獻... 出於歷史的因素，每個人自覺要維持數學系的卓越，要讓它成為校內或全球頂尖的系之一。大家都有這樣的自覺。

劉：你是指在所有數學系之中嗎？

張：對，在所有數學系之中和在學校裡都是，學校有這個傳統，數學系和物理系都是。

劉：除了這些自覺產生的壓力之外，在聘任政策上有些什麼樣的作為？每年我們都會談到如何聘

⁶Solomon Lefschetz(1884~1972)，俄裔美國數學家，在代數拓撲方面有開創性的工作。

人，讓系所更好。你們有這方面的討論嗎？

張：建平你覺得呢？

楊：其實我有點不認同妳說的，我覺得那是他們希望你對外說的話。我認為和20年前相比，學校現在並沒有那麼支持數學系和物理系。

張：那是建平的想法。

楊：嗯，那是我的看法。

張：因為我當過系主任，必須要強勢一點。

劉：或許這是美國整體的趨勢？

楊：現在的大學基本上是以 MBA 的形式經營，每個地方都是這樣，如果學校正好在數學物理上有傑出的傳統，校方會要求維繫下去，但盡可能花最少的錢。

張：兩校在行銷上有點不同。UCLA和普林斯頓的經驗相比，我覺得普林斯頓給數學系較多的支持，並且更以數學系為榮。舉例來說，在 UCLA 即便是工學院的系主任要見他們的院長都不容易，系主任見院長是件大事，必須要先預約。普林斯頓因為是小型的學校，很容易就見得到院長，如果要討論事情，撥通電話就可以。見校長也不是那麼困難，如果有事情商討，約一下時間就可以和校長會面。這在 UCLA 幾乎是不可能的事，我在 UCLA 待了 15 年以上，我想我從來都沒有見過校長。但在普林斯頓，每位新進教授都會受邀到校長家共進晚餐，校長會說：「嗨，建平，你好嗎？」

楊：真的是這樣。

張：校長認得每個人、每位教授，這也和學校規模有關係。我們試著向學校強調，我們在全世界大學數學系裡排名數一數二，每次看到排名，就會向校方強調這個事實：我們是頂尖的科系。

劉：的確，要維繫這樣的名聲很不容易。

張：一點也不容易，我們持續而且有意識地努力。大家都意識到要和芝加哥、史丹佛、麻省理工學院、哈佛等學校競爭。幾乎每位教授的聘任和留任，我們都極力的爭取、嘗試。

劉：你當系主任的時候在聘人上做了哪些努力？是怎麼成功的？

張：首先，願意前來任教背後當然有許多因素……薪水、待遇等等，但大多數人看的是系裡與他/她的接觸。舉個例子，假如我們想聘數論領域的人，相對來說很容易，因為我們在數論這方面很強。近幾年我們試著聘機率方面的人，因為這是重要的領域，不過我們沒有這個領域的教授，就很難。所以第一個要素是你的系本身就有的強項，依著這個強項聘人會比較容易。機率這方面，現在我們在討論要同時聘2或3人，建立一個強大的團隊。另一個愈來愈重要的因素是夫妻雙生涯的考量。普林斯頓是個小鎮，一直以來另一半的工作機會不多，早期數

學這方面 99% 聘的都是男性, 妻子會跟著丈夫一起搬來, 因為這個小鎮很適合小孩成長。但現在妻子也工作, 因此另一半的工作機會變得很重要。

劉: 所以現在聘人不是只在數學系而已, 還會跨到其它系所。

張: 沒錯, 我們必須考量到女性的工作機會和很多因素, 因為絕大多數我們聘的都是年輕一輩的人, 這點變得越來越重要, 說不定史丹佛也有同樣的問題。

劉: 我們的問題是房價太高, 這是個因素。

張: 沒錯, 可以想見史丹佛有房價的問題。

劉: 幾年前 Donaldson⁷到史丹佛去, 看了看, 發現房價實在太高了。

張: 但史丹佛這所學校有很多地, 為什麼不建一些房子給教授住呢?

劉: 蓋房子給教授住, 房子還是學校的。一方面大家不想付那麼多錢, 另一方面希望轉賣時可以獲利, 所以是有困難的。

張: 但在台灣, 台大說不定也有同樣的問題, 在這裡短暫的停留, 我就注意到附近的房價出奇的高, 你們用年輕人、新人的時候會不會也有這樣的問題? 會吧? 居住的問題會成為越來越重要的考量。

陳: 去年我們考慮要用陳子軒, 但最後他去了交大。我想房子是一個因素。

張: 但是台大有很多地。

劉: 這是同樣的問題, 你可以有出租的宿舍... 這是現在的情形, 但很多人都說:「我想要有自己的房子。」

張: 退休之後, 總要有個地方住吧?

劉: 對, 通常他們不允許退休教職員繼續居住。以前可以但現在不行了。

楊: 普林斯頓是兩者的綜合, 買房時以市價打折, 賣房時也是同樣, 所以房價漲的話可以賺一點。

張: 普林斯頓有不同的房屋買賣型式, 我們有 85% 的房屋所有權, 買房時負擔市價的 85%, 賣房時必須同樣以市價的 85% 賣給學校其他同事。

鄭: 你們怎麼開始保角幾何 (conformal geometry) 的工作? 記得你們本來不是這個領域的, 對吧?

楊: 我們剛開始做的是 Nirenberg problem。

鄭: 那是你們合作的第一個問題...。

⁷Simon Donaldson(1957~), 英國數學家, 1986 年獲頒費爾茲獎, 研究領域為四維微分流形的幾何與拓撲。

張: 我們描述高斯曲率 (Gaussian curvature)。

楊: 對, 那時她剛和 Carleson⁸完成 Moser-Trudinger 不等式的工作, 所以做 Nirenberg problem 是很自然的事, 我們真正是從這裡起頭, 漸漸的對保角幾何知道的越來越多。

張: 建平在研究所是做複幾何的問題, 對吧?

楊: 對。

張: 這是非常幾何的問題。我做的是非常分析的問題, 後來他開始問我一些問題。保角幾何有點介於幾何和分析之間, 討論這個問題對我們是很自然的。

劉: 這是什麼時候開始的?

楊: 大概是 1985 年。

劉: 你什麼時候拿到 PhD?

楊: 1974 年。但這是很自然的, 她做了 Trudinger- Moser 不等式方面的工作。那時有種感覺, 如果你能夠把譜 (spectrum) 掌握得很好, 說不定我們可以一起做一些問題。

張: 我想這是我們的一項優勢... 我們起步不同, 他的論文和我的論文方向不同, 我們的研究方向後來才趨於一致。如果我們很早就開始合作, 不知道會如何, 我們剛開始的研究方向不同有一點點優勢, 在我們合作之前, 大家就知道我們是兩個獨立的個體。如果一開始我們就合作, 特別是對女性, 別人可能會認為你是在丈夫的庇蔭之下。大家都認為我懂的幾何不多, 也許是對的, 但另一方面, 至少我們在合作前已經各有獨立的研究, 建平有他的領域而我有我的領域, 因此我們合作起來更有信心。

楊: 我認為知己知彼會影響我們對問題的選擇, 我知道她擅長哪類的分析, 選問題的時候就會有意無意的朝向那個方向。

陳: 我讀了你們 Nirenberg problem 的論文, 還有其它高維相關的論文。標準球面的保角群讓這些問題的解失去緊緻性。你們引進適當的限制來控制保角群, 再利用群本身來定義一個「度」用以消除額外限制帶來的拉格朗日乘數。這樣的想法很吸引我, 你們是怎麼想出來的? 對我來說, 這不是一般會想到的。在你們的工作之前, 我從來沒看過這麼漂亮的想法。

張: 我想這個想法現在已經廣泛運用在不同的地方, 看起來比我們開始的時候來的自然。我們開始做 Nirenberg problem 時有過很多討論, 那年我們在蘇黎世, 不用教書, 每天討論這個問題。我仍然認為我們這個在二度球體 S^2 上早期的工作, 可說是我最好的研究之一。我們每天心無旁騖, 花很多時間思考和討論這個問題。

陳: 所以, 大致說來是這樣的: 你們起初無法解的 PDE 問題, 後來加上某些限制之後可以解決。

⁸Lennart Carleson(1928~), 瑞典數學家, 以在分析上的重大貢獻得到許多殊榮, 包括 2006 年的阿貝爾獎。

然後用群作用來去除拉格朗日乘數 (Lagrange multiplier), 讓它變成零, 於是得回原來的方程。太妙了!

張: 這是我們引以為傲的工作, 雖然後來引用的人相對來說不多, 但這是我們研究的基石, 我們的第一個共同研究。

楊: 是啊, 我們倆對變分學 (calculus of variation) 都懂得不多。

張: 我們從頭開始學, 沒有受他人影響, 所以整個來龍去脈都想過。此外, 我們也不懂完全非線性 PDE, 如果我們懂的話, 說不定就會受到其他人影響。

楊: 我想, 同樣問題的解法... 如果用現在的技巧會更容易。但我們的方法就像在釣問題的答案, 拋餌、釣魚然後試著抓魚。是的, 我們發明了自己的解法, 現在沒什麼人用, 但在當時卻很有效。

劉: 那是什麼時候的事?

張: 1980年代... 是嗎?

楊: 88年, 就在我們從蘇黎世回來後完成。

張: 85、86年... 我女兒是85年生的, 那年我們在蘇黎世... 87年發表。

陳: 家裡有兩位數學家很不錯, 是吧?

張: 有好有壞, 是一體的兩面。譬如我們可以一起旅行走訪各地, 有相同的時間規劃, 因為我們都在同個圈子, 這是個優點。但也意味著, 我們圈子裡的所有朋友都侷限在這個領域。我女兒常抱怨我們的生活範圍實在太狹隘了, 在同個領域工作的人真的會這樣。

劉: 孩子小的時候, 對夫妻兩人都工作的家庭來說要兼顧很不容易, 對吧? 你們倆都工作得很賣力。

楊: 我們真的很幸運, 聖容的爸媽在關鍵時刻幫了我們, 否則我想我們應該無法完成...

張: 真的很難...。

劉: 他們來幫你們多久?

楊與張: 五年或者六年。

張: 他們輪流來幫我們照料小孩, 如果沒有他們, 我們可能只有一個小孩。有兩個小孩是因為得到家裡很多的幫助。

劉: 這是很中國人的做法, 對吧? 在台灣阿公阿嬤多半會幫忙帶小孩, 我是這麼覺得。

張: 比較普遍...

楊: 對小孩也是好的。我兒子女兒常回來看外公外婆, 因為孩子們記得他們。

劉: 建平, 你高中就到美國嗎?

楊: 初中。

劉: 所以那時候中文的底子已經很扎實了。

楊: 我不確定。

張: 口說還可以, 建平喜歡讀金庸小說、武俠小說, 他用這樣的方式持續學中文。

劉: 但是金庸小說的中文不簡單, 有很多很難的中文。

楊: 現在讀起來比較容易, 可以上 Google 查。

劉: 我可以問一下你的大學生活嗎? 傳記文學有篇文章⁹, 你應該有印象, 講的是女性數學家的崛起。

張: 我認為是陳省身先生的主意, 執筆的人是楊忠道¹⁰先生的夫人, 她和我們每一個人聯繫, 我們提供一些資訊給她, 最後她整理之後寫就這篇文章。

劉: 文章是關於你的五位同學, 對吧?

張: 對, 包括李文卿¹¹、金芳蓉¹²、我自己、滕楚蓮¹³ 還有吳徵眉¹⁴。

劉: 我從你們班上男同學那邊聽到他們說過類似這樣的話: 「雖然我們不像女生那麼優秀, 但我們還是很不錯的! 」你的大學生活怎麼樣?

張: 我覺得我的大學生活很精彩, 其中一個原因可能是我們班女生很多, 那時候我還沒了解到這點, 直到後來到了柏克萊, 才發現女性數學家很少。我們大學那班很特別... 我記得剛開始有 10 個女生, 後來有一位還是兩位轉系生, 我們班上大概有 35 個人, 女生占了 10 到 12 位, 所以我們形成一個很好的團體。

劉: 很強的團體。

張: 非常強。我們有五個人一起唸書。從大一開始就組了討論班, 有一幕我還歷歷在目, 我們上繆龍驥教授的高等微積分, 他用的是 Apostol 這本很難的教科書, 作業通常是每章後面習題的奇數題, 但在我們的討論班我們每題都做, 我們每個人都回家做習題, 沒有課的時間,

⁹陳省身, 記幾位中國的女數學家, 傳記文學, 66 卷 5 期 (1995)。

¹⁰楊忠道 (1923~2005), 中研院院士, 曾任美國賓州大學數學系教授, 中研院數學所所長。

¹¹李文卿 (Wen-Ching Winnie Li), 數學家, 現任教美國賓州州立大學數學系。

¹²金芳蓉 (Fan Chung Graham), 數學家, 現任教美國加州大學聖地牙哥分校數學系及電算系。

¹³滕楚蓮 (Chuu-Lian Terng), 數學家, 1971 年台大數學系畢業, 小 1970 年畢業的張聖容、李文卿、金芳蓉及吳徵眉一屆, 現任教美國加州大學爾灣分校數學系。

¹⁴吳徵眉 (Jang-Mei Wu), 數學家, 現任教美國伊利諾伊大學厄巴納-香檳分校數學系。

類似週六下午，我們一起唸書、一起討論作業。有人可能會說：「這題我只知道第一步，就不知道怎麼做了。」另一個人說：「我看出另一個要點，但我不懂你的想法是什麼。」就這樣討論，問題有時就迎刃而解。我們有很多這樣的經驗，最後每個人都做了所有的習題，但我們不只唸書，我們還一起吃晚餐、一起看電影、一起去公園郊遊，一起爬山。真的很好玩！這樣的經驗對我們幫助很大，後來我們討論班的很多成員，都繼續唸研究所或從事學術工作，我覺得跟這樣的經驗是有關係的。我們都覺得數學很有趣，當時的小組活動對我們有很大的幫助。我的班上有你們應該都知道的李文卿、金芙蓉、吳徵眉、胡守仁¹⁵以及劉小詠，小詠很年輕就去世了。吳徵眉也待在學術界，還有梁潤葵，她是馬來西亞大學的教授，當時她是僑生。我們有很多人待在學術界，很特別，真的很特別。

劉：可說是很成功的一班。

張：跟我們組織討論班和彼此鼓勵很有關係。

陳：她們好像被稱為台大五虎將。

劉：五俠客？

陳：大概是那樣吧。

劉：五女俠。

張：即便到了美國很久我們還有聯絡。

劉：建平，你聽過妻子大人的這些故事嗎？

楊：聽過，真的，年輕人相互學習非常重要。同儕相互學習比起自己摸索，學習成效更好。

劉：只要一旦有過這樣的經驗，就知道那是很愉快的事。

楊：你會了解總有人看事情的觀點和你不同。

張：這跟我們討論班的成員都有強烈的學習動機有關，所以我們每個人在討論之前都會做足功課，不想讓別人知道我懂的比較少。

劉：所以每個人都有所貢獻。

張：嗯，每個人都試著有所貢獻，跟這也有些關係。

劉：建平，你大學生活過得比較輕鬆是吧？

楊：其實我在大學學到的數學不多，那是柏克萊活動很多的時期。我大部分的數學，甚至是大學的數學都是在研究所時期學的。

張：我覺得男生沒有組討論班可能沒那麼要緊，因為研究所的時候可以認識很多其他男生，有很

¹⁵胡守仁，淡江大學數學系教授。

多機會交往互動。但女生因為人數不多，缺乏這樣的機會，所以一開始的討論班對我們很重要。

劉：所以大學的時候你們班上女生的人數達到一個臨界質量。

張：臨界質量是關鍵字，沒錯，有這些同伴就不覺得被孤立。我們這群在班上功課好，聲音大。其他人很優秀，但我們更團結，真的是這樣。我記得有一次有個男生跟我們開這樣的玩笑：「你們現在都是班上頂尖的，但20年後你們都會變成待在廚房裡的黃臉婆。」他們那時常說這樣半開玩笑的話。

劉：之前你說你們倆會一起做晚飯，真的很難得，我還告訴我太太。

楊與張：是啊。

劉：台灣很多年輕夫妻都不在家吃飯，你應該知道。

張：我喜歡在家吃，吃些簡單的食物。

劉：日新有很多其它的問題要問，他把我們帶回比較嚴肅的問題。

鄭：是一些制式的問題，其中一個是「你們是如何選定研究問題的？」你們選問題是依據重要性，還是另有原因？

楊：大部分是經過不斷嘗試的過程。當然希望能做重要的問題，但又不是很確定，就從類似而且已經熟悉的題目著手。比如當時我們研究 CR 幾何 (CR geometry) 就是這樣的過程。保角幾何做出來了，就找類似、你很了解的問題來做。剛開始我們做了些非常基本的嘗試，但失敗了，最後黃振芳告訴我們怎麼解決這個基礎的問題，然後有了進展，才不斷往前邁進。要說怎麼選問題是很難的，要碰點運氣，剛開始要不斷的嘗試。

張：另一種方式是嘗試有名的問題，試了以後發現不知怎麼的無法再做下去，就打住了。像我唸研究所的時候，有名的問題是單複變的 Corona 問題，單變數和多變數的 Corona 問題很有名，很多人都在做，我就一頭鑽進去跟著做，但最後發現自己毫無進展。現在這個問題還沒有很多進展，也許是需要的技巧尚未成熟。

劉：妳在這方面有些不錯的成果。

張：有一點但還差得遠，屢試屢敗，仍然需要不斷嘗試，對吧？我的意思是問題有不同的類型，一種是你自己尋找的問題，另一種是每個人都在關注，已經在那裏、很有名，具有挑戰性的問題。

楊：你的心底有某些想要努力的方向，它是你的原動力。做的時候你會試著讓事情變得簡單些，能夠做出來，你不希望做一個問題，五年後仍然一無所獲。

陳：楊教授有很多篇關於不同幾何背景下極小曲面的論文，像是 CR 幾何的海森伯群 (Heisen-

berg group), 有些是跟鄭教授一起做的。

楊: 跟鄭教授和振芳, 黃振芳。

陳: 我們知道極小曲面在黎曼幾何中很重要。那麼在其他幾何背景下, 極小曲面有怎麼樣的重要性?

楊: 它的方程式很特別, 比較像守恆定律, 是比較橢圓而非雙曲型的退化方程。這個領域基本上都是義大利人在研究。我們是第一個參與的非義大利研究群, 能有一些進展真的很幸運, 一旦有了些進展, 就更有信心, 現在它變成真正的課題了。

劉: 有一些義大利人加入你們。

楊: 對, Malchiodi 是其中的一員。

張: 我覺得做問題有時候要碰運氣。尋找方向的時候, 某一刻可能靈光一閃, 或聽到某些東西, 剛好與你要找的相符, 我們在做 Q 曲率的時候就是這樣。 Q 曲率中有拉普拉斯純量曲率, 還有二次曲率的部分, 很長一段時間我們都不懂它的意義, 很久沒有進展, 直到我們到普林斯頓之後, 有一天聽了研究生 Viaclovsky 的論文答辯, 才了解到他講的跟我們正在做的有關聯。

劉: 重要的似乎是要一直不停的思考它。

張: 就是這樣, 不停地思考, 靈感就會應運而生。

劉: 讓你一直思考的原因應該就是日新剛才講的, 你認為問題很重要, 才會一直想著它。

楊: 對。這是非常簡單非常好的方程。這些至少對我來說跟高斯-博內 (Gauss-Bonnet) 有關, 這點很重要, 所以就開始尋找關聯性, 最終找到了。我們想用 PDE 來研究幾何, 重要的性質是它能控制主要的拓撲, 這是很初步的理由, 不過就是尋找合適的東西罷了。

張: 與 Viaclovsky 工作的關聯, 在於他研究 Schouten 張量的對稱函數, 我們看了之後領悟到, 我們不懂的部份是特殊情形下 Schouten 張量的對稱函數, 也就是我們尋找的結構, 就是這樣的靈光一閃。

楊: 我修正一下。應該說是陳-高斯-博內。

張: 我讀瓊瑤小說, 有一本「心有千千結」。每次看到就聯想到, 數學家就是這樣的啊! 我們總是一直在想一些事情...

劉: 陳先生是怎樣的人?

張: 他是讓人讚嘆的人。我們當時都是柏克萊的研究生, 我一開始做的是分析。跟他的研究沒有什麼關係, 但他常和我聊天。我們在校園碰到, 邊走邊聊, 他還請我吃午餐。他很照顧每個

來柏克萊的人，我真希望自己當時多跟他學一點數學。我修過一門他的課，那時覺得自己以後要做分析，不是幾何，所以沒有真正從他身上學到數學。

劉：不過建平你在數學上跟陳先生就很接近了。

楊：我覺得他真正教會我們的是怎麼當學者。我沒有從他身上直接學到很多數學，但他帶學生的方式、和朋友同事互動的方式，教會我們怎麼過學者的生活。

劉：怎麼當個學者。

楊：嗯，怎麼過學者的生活。

劉：要怎麼過學者的生活？

楊：享受美食。

劉：那是必要條件，不是充分條件。

張：心很寬。他很容易和人做朋友，有件事讓我印象很深刻……因為不同文化背景和語言能力的關係，許多在美國的華人或外國人有時會覺得受到歧視，或覺得其他人可能會看不起你。我對這類的問題很敏感，陳先生有一次告訴我，他一直不懂，他覺得這輩子沒有任何人看不起他，他總是很自在。他在德國唸書，後來因為戰爭的關係從中國到普林斯頓高等研究所 (IAS)。普林斯頓高等研究所是菁英薈萃的地方，我不知道當時的情況，但至少他是在德國受教育的。我不知道當時他的英文怎麼樣，如果敏感的話，很有可能會覺得自己被忽視或被別人看不起，但他告訴我，他在任何場合都很自在，一點也不覺得別人看不起他，我覺得這點很值得我們學習。

陳：當然他很有自信，但我覺得不止如此，我的意思是他知道如何在新的環境保持自在。

張：我的解讀是，他是恢弘大度的人，度量比較大，這影響到他看待事情的方式和感受事情的方式。

楊：嗯，他凡事都往正面想。只要能幫得上忙，他都會助上一臂之力。

(未完待續)

—本文訪問者劉太平、鄭日新任職中央研究院數學研究所，陳俊全任教國立臺灣大學數學系，整理者黃馨霈為中央研究院數學研究所助理—