

有朋自遠方來——專訪



Frans Oort 教授 (下)

策 劃：劉太平

訪 問：翟敬立

時 間：民國 101 年 12 月 3 日

地 點：中央研究院數學研究所

整 理：陳麗伍、黃馨霽

Frans Oort 教授 1935 年出生於荷蘭 Bussum, 1952~1958 就讀荷蘭萊頓大學, 1961 得到萊頓大學博士學位。1961~1977 任教阿姆斯特丹大學, 自 1977 起任教 Utrecht 大學直至 2000 年退休。他是知名的代數幾何學家, 主要的工作在 Abelian Varieties 與其 Moduli Spaces。

數學家：一個大家庭

Frans Oort (以下簡稱「O」): 我想回頭來講「大家庭」, 世界各地的數學家關係密切, 想法自由流通, 每週至少一次我會收到年輕人寄來的 Email, 他們來信極為有禮, 表示自己正在做某方面的問題, 是否可以請我告訴他哪裡可以找到資料, 以及如何做研究。我撥出時間回答這些問題, 上個月 (2012年 11 月) 就有一位日本學者, 一位伊朗博士生, 帶著他們的問題和想法到我這來, 數學界這樣的結構和氛圍是難以言喻的美好。數學家彼此就如家人般, 熟悉而且可以無話不談。我記得數學傳播訪問過森重文教授 (Mori)¹, 讓我來講兩個關於森教授²的故事, 1983 年我和 Mori 一起從東京搭子彈列車 — 新幹線 (Shinkansen), 他回名古屋 (Nagoya), 我去京都 (Kyoto), 我們相談甚歡, 我告訴他我看過 Faltings³ 證明三個

這是 Frans Oort 教授訪談的第三部分, 第一部分刊載於數學傳播第 38 卷第 1 期 (149 號), 包括早期, Aldo Andreotti 和比薩, Jean-Pierre Serre、巴黎及其它, 教學, 哈佛。第二部分刊載於數學傳播第 38 卷第 2 期 (150 號), 包括中年, 如何做數學, 同儕與合作, 想法、猜測和期許。

¹有朋自遠方來 — 專訪森重文教授, 數學傳播季刊, **132**, 頁 3-18。

²Shigefumi Mori (1951) 日本數學家, 以代數幾何的工作, 尤其是 three-folds 的分類聞名。1990 年在國際數學家大會 (International Congress of Mathematicians) 獲頒費爾茲獎 (Fields Medal)。

³Gerd Faltings (1954) 德國數學家, 以算數代數幾何的著作聞名, 1986 年因證明 Mordell 猜測獲頒費爾茲獎 (Fields Medal)。

有名猜測的初稿⁴，Mori 說：「這很有意思，你可以告訴我他的證明嗎？」當時我告訴他一個相當複雜的證明，一個半小時後火車靠站，第一站就是名古屋，他對我說：「Frans，真是太謝謝你了，我全都懂了！」(太厲害了!)

翟敬立 (以下簡稱「翟」): 那是 1983 年的事。

O: 是 1983。彼此認識的兩個人，在火車上不期而遇，其中一人向另一人解釋某些數學問題，而對方全都了解，這真的很不簡單。另一則也很有趣，我受邀到名古屋演講，我和 Johan 在一篇關於阿貝爾解形中超橢圓曲線 (hyperelliptic curves in abelian varieties)⁵ 的文章中用到 Mori 的一個招數^{6 7}。演講前我去找 Mori，告訴他：「在我演講的某一個階段，你將會很不高興，但請你不要出聲抗議。」他回答：「沒問題!沒問題!」他是個有趣的傢伙。我在演講中解釋 Mori 的招數，在座諸人皆點頭如搗蒜。但我遺漏了其中最重要的細節之一——其中的一個條件，我在台上看著 Mori，他知道這個時候他不該出聲，只是會心地笑笑。我用 Mori 招數的錯誤版本繼續我的演講，從錯誤的版本中，歸結出零特徵阿貝爾解形的 moduli scheme 包含了有理曲線。一眾人等都緊張起來，因為很明顯這是錯的，他們看著我：「你真的在證明這個？」不錯，我用了 Mori 的招數得到這樣的結論，但結論是錯的，因為在某一個地方我遺漏了什麼，我承認自己忘了，故意忘記 Mori 招數中最重要的條件之一，也就是有理曲線的集合必須是有界的。我加上這個條件之後，錯誤的結論完全不可能發生，大家又開心起來。然後我給了這個招數一個證明，並且用在演講中。有趣的是 Mori 一語不發，就只是坐在那和我套招。在座的聽眾看到這個要緊的細節不能省略，也了解了它在我的演講證明中的重要性。

這些是數學家生命中的美好經歷。讓我來說說另一個故事，是我很想在這裡提到的。在德國的波昂 (Bonn) 有個馬克斯 — 普朗克數學研究所 (Max-Planck-Institut für Mathematik)，基本上是由 Friedrich Hirzebruch⁸ 創立，他在幾個月前過世 (2012年六月)⁹。他是位傑出的數學家，為人極好，東德瓦解後，他在團結東西德數學家方面是重要的推手。每年召集組織的工作會議 (Arbeitstagung) 是他的一項重要貢獻，這個會議完全不同於我能想像到的任何會議，它的架構如下：沒有議程，第一個演講通常由 Atiyah¹⁰ 主講。在首次演講開始前，Hirzebruch 上台徵求推薦講者和主題，但是不能毛遂自薦，推薦的同時要提出

⁴G. Faltings – *Endlichkeitssätze für abelsche Varietäten über Zahlkörpern*. Invent. Math. **73** (1983), 349–366.

⁵F. Oort & J. de Jong – *Hyperelliptic curves in abelian varieties*. Published in: “Manin’s Festschrift”, Journ. Math. Sciences **82** (1996), 141–166.

⁶S. Mori – *Projective manifolds with ample tangent bundles*. Ann. Math. **110** (1979), 593–606.

⁷Serre 曾寫信告訴我：『有關用一般的方法或特別的招數來證明定理，「招數」這個詞帶有貶義，但有一點需謹記在心： N 年的招數到了 $N + 2$ 年常常會變為定理。』我想這也適用於「Mori 的招數」。

⁸Friedrich Ernst Peter Hirzebruch (1927~2012)，德國數學家，1988 年獲頒沃爾夫獎 (Wolf Prize)，研究拓樸學、複流形以及代數幾何學，是該時代的指標性人物。

⁹參見 2012 年 6 月 10 日紐約時報上的訃聞。Atiyah 回憶：『[演講中] 你跟著他，不知道走到哪裡，然後，忽然在演講的尾聲，一個漂亮的結果呈現出來，這是藝術，看似稀鬆平常卻是精心策畫。』

¹⁰Sir Michael Francis Atiyah (1929~)，英國數學家，1966 年獲頒費爾茲獎，專精幾何學。

演講的題目。經過一番建議、討論的過程大家最想聽的的演講就會浮現，而這些就是接下來兩天的演講。這真的是 Hirzebruch 大師級的傑作。敬立，你參加過嗎？

翟：有，在 1995 年的時候。

O：的確，Hirzebruch 進行議程的討論非常高明，面對人數眾多的聽眾，要如何排定議程，Hirzebruch 可說是箇中高手。首先他對數學有高遠的看法，再者他有很好的管道，知道數學界當前的現況，哪些是熱門的主題；另一方面，如果有任何他所不知道的新知，他會傾聽而後列入建議案中。這些在極為友好和諧的氣氛中順利地進行，除了某天... Hirzebruch 有一位非常難纏的同事，讓他的日子不得安寧。我知道 Hirzebruch 因為這位同事的關係，曾經要辭職，在前往郵局寄出辭呈的途中，有人叫住他問他要做什麼，他說要辭職，所幸，在勸說下他打消辭意。不過這位同事依然如故，在一次討論議程的集會中，他大吼：「應該要讓 OOO 和 XXX 演講！」Hirzebruch 宅心仁厚地將這些名字記下來，從中選出一或兩位來演講。在兩天後的議程討論過程中，這位仁兄又大吼大叫，爭論不休，提出很多人名，讓接下來的討論很難理性地進行。他說：「我們應該要有在地的講者！」Hirzebruch 回答：「但這位就是在地人士。」不過這是位經常來 Bonn 訪問的人，Hirzebruch 開了個玩笑，但那人不肯罷休，情況越演越烈，大夥都很不高興，但你能怎麼辦？Hirzebruch 這時一如往常，溫文地搓著手說：「我有個辦法，我認為我們應該透過民主程序來決定。」我自忖：「喔！不！九十位聽眾、民主決定？你要怎麼做？」他接著說：「我們來投票決定，但是只有參加過之前每場工作會議的人才投票權。」除了 Hirzebruch 自己以外，就只有 Atiyah 有資格，幾乎所有人都大笑起來，結束了這場鬧劇。後來就由 Atiyah 和 Hirzebruch 坐下來擬定議程。

我認為這個例子顯現的是以真正的科學價值為基礎的優雅和善意。Hirzebruch 待人慷慨，從不阻撓他人，他對一般的數學有很好的洞見，若有人堅持特定主題，他會退讓，而後也許會有些成果。上述的例子體現出基於真正科學價值的才智和友善，我認為這是我們行事的典範。

我有過很多學生，很幸運地一直以來我遇到真的很不錯的人。我在訪談之初談到 Johan Felkamp 教我吹長笛的精神，成為我指導學生的方針。我從不強迫學生做任何他們不喜歡的主題，我自己隔天就退回老師所給的主題。我認為人人各有所好，要做自己不喜歡、同時和個人特質不合的數學，幾乎是不可能的。每個人跟數學接觸的時候，都有他/她最直接的喜好。在阿姆斯特丹我曾考過一位大學生 Rob Tijdeman¹¹，他很有天分，但是在我給他的小小測驗中，討論的代數理論一點都不合他的胃口，他無法掌握，不過一遇到解析數論，他馬上就知道要做什麼，得到很漂亮的結果。我有過這樣的情形，我的學生也有過，他們對數學有各式的喜好，在他們要求我給題目時，我會給適合他們的題目。曾經有位研究生想找我指導碩士論文，我認為他喜歡我做數學的方式，他到我這來要我給他一個題目，我從他的眼

¹¹Robert Tijdeman (1943) 荷蘭數學家，從事數論的研究。

中看出他很怕我會給他關於 scheme 或其它抽象的題目, 對此我採用了一貫的作法, 給他三篇不同主題的論文, 要求他即使論文內容很複雜, 每一篇只能花一個上午的時間, 看完之後他要盡快告訴我喜歡哪一篇。我給他一個編碼理論的問題, 預期他會喜歡, 以及另外兩篇論文。結果他一點都不喜歡另外兩篇, 但編碼理論他一看就愛上, 後來成爲精研編碼理論的專家。

這是我指導學生的方式, 讓他們選擇自己的題目, 跟著自己的喜好和感覺走, 不過當然還是要引導他們。在做數學研究時, 可能會花時間做看似無意義的事; 這裡有個想法、那裏算一算, 有個模糊的觀點等等。我有個一直解不出來的問題, 一次在晨浴時靈光乍現有個想法, 發現對於大於 1400 的質數可以派得上用場, 這個想法只在我手邊沒有紙、沒有電腦, 手邊沒有任何東西, 只有天馬行空的思緒時躍入腦際。我和 Katsura 教授¹²研究後, 發現這個點子很管用, 證明我們的定理對於所有大於等於 11 的質數成立。

所以我帶學生最主要做的是, 要求他們動腦, 隨機嘗試各種可能, 到這裡走走, 到那裏逛逛, 到圖書館找找。曾有學生 Bert van Geemen¹³到圖書館想找特定的書, 卻意外拿到旁邊那本, 翻閱後對書中內容很感興趣, 於是著手研究。這樣的因緣際會使人進步, 但經過一段時間, 還是需要沉澱, 我會對學生說:「你已經漫無目的地摸索了一陣子, 現在請拿出一張紙, 精確地寫下你的問題, 以及對問題的了解。」結果很多問題完全無意義, 一旦把問題精確地寫下來, 你將發現有些問題只是無稽的幻想。如此這般, 有時到處閒逛, 漫無目標地醞釀想法, 然後精確地檢視正在做的問題, 對研究非常有助益。我認爲論文指導者必須要讓這個過程非常明確。曾經有位學生想做一個非常困難的問題, 我告訴他:「這問題太難了, 你可能不會有什麼進展。」三年後我說:「聽好, 你在這個問題上仍一無斬獲, 我給你一個月的時間, 你必須在一個月之內決定一個不同的題目, 一個可以真正完成的題目。」後來我爲他多申請了一年的補助, 他順利取得並完成論文。我非常確定如果當初我沒有插手, 他會繼續鑽研那個難題¹⁴, 這個問題的困難在於我們不知要從何入手, 從計算? 從理論內涵? 當然他嘗試了很多方式, 我們也討論過許多, 但那實在太困難了 (問題至今未解)。我很高興他願意改變題目, 也很欣慰看到他完成一篇不錯的博士論文。基本上題目由學生決定, 那是他們的喜好, 我的任務則是指導學生研究的架構, 我很驕傲我的學生都沒有「失敗」。

翟: 「失敗」? 怎麼說?

O: 嗯, 我常看到有人做博士研究, 開始後半途而廢, 沒有完成研究計畫, 這從未發生在我任何一位學生身上。

翟: 真了不起!

¹²Toshiyuki Katsura, 日本數學家, 從事代數幾何的研究。

¹³Lambertus N. M. van Geemen, 荷蘭代數幾何學家, 現在米蘭任教。

¹⁴Is the rank of \mathbf{Q} -rational points on elliptic curves over \mathbf{Q} bounded or unbounded?

O: 其中的一個要素是我從不收我不熟知的學生, 我的學生應該要具備創造力, 以及好好表現的能力。曾經有位大學生想當我的研究生, 我問他你對代數幾何有任何了解嗎? 「喔, 我想學它。」我說好, 有個代數幾何的定理, 請試著了解它的架構和想法, 如果你能了解其中的細節, 我們才能更進一步。我給他 Hurwitz 定理¹⁵的三個不同的證明, 分別是解析上、代數上和拓樸學上的證明, 但是他完全沒輒, 覺得很難, 我認為這不過是代數幾何基本的東西, 並不難。我很確定收他當博士生不是個好的決定, 會毀了他的人生。有另一位碩士生, 現在是我的好朋友, 他想成爲我的博士生, 我出了一個我知道解答的問題給他, 他擅於理解和複製數學, 成績優異, 然而一旦要用到創造力就束手無策, 他到辦公室找我, 告訴我不知道從何開始, 不知道如何進行。他有豐富的數學知識, 卻缺乏洞察力, 最後他接受自己不適合做數學研究, 轉換跑道, 現在擁有快樂人生, 攻讀截然不同領域的博士學位, 他很高興先前就發現自己不適合從事數學領域的研究。我身邊有好幾個這樣的案例, 學生往往預想自己的方向, 後來發現並不適合而轉換跑道。對此我是開心的, 許多轉換跑道的學生和我至今仍有緊密的聯繫, 就如家人一般。我想我該結束這個主題, 謝謝敬立和我過去多年愉快的相處, 也期待未來更多美好的時光。

翟: 我知道你想就此結束, 不過有很多人和我提起, 希望我問你下面這個問題, 這個問題可能無法闡述得很有條理, 希望你不會覺得突如其來。

O: 不會, 一點也不會。

翟: 首先, 台灣和荷蘭在歷史上有些淵源, 此外兩國在地理上和人口稠密度上類似, 地理上都臨海, 儘管一國多山另一國則否, 但是兩國人口都很多。不同的人問過我, 其中有些是數學家有些則不是, 兩個不同的國家, 某種程度上來說資源都不算豐富, 在科學和文化發展方面, 我們都知道荷蘭有身爲歐洲大陸一員的傳統, 有黃金年代等等; 而單從科學發展來看, 儘管我對歷史的認識不多, 但就代數幾何這個領域而言, 是在戰後某段時期開始發展, 而你是其中的關鍵, 一手建立起代數幾何以及數論的荷蘭學派, 真的很不簡單。很多人都想知道你是怎麼辦到的, 我知道這個問題問得不是很好, 但人們想問的是, 台灣還未達到接近這樣子的水準, 而台灣不缺乏人才, 我的意思是台灣有才智出衆的人。

O: 當然, 當然! 很高興你問這個問題, 但這是我先前完全沒有準備的, 我了解你的問題, 你想知道代數幾何在荷蘭是如何發展的, 以及台灣是否可以從中學到什麼。

翟: 是的, 或者是數論或其它領域。

O: 至少包含兩個層面, 一方面, 擁有不會讓人喘不過氣的傳統, 對發展幫助很大; 在瑞典要做微分方程幾乎是不可能的事, 因爲有大師主導整個領域, 其他人相形渺小。在荷蘭我們有幾

¹⁵或稱作 Riemann-Hurwitz 定理; 是關於黎曼曲面的覆蓋上, 兩個相關曲線的虧格與分支指標的定理。

何學的傳統，像是 Van der Waerden¹⁶，但在 1945 年之後沒有代數幾何方面的大老，起步時沒有人引領，所以我們必須出國取經。起初我覺得這是個缺點，當我到阿姆斯特丹時，沒有任何一位幾何或代數的專家。當時的群論課程是由 Delft(一所科技大學)的講師每週來一次授課，代數方面的課程由他講授，沒有代數幾何、交換代數或任何其它的課，我孤軍奮戰，覺得情況很糟，但也許這樣反而更好，因為我能發展自己的觀點，擁有自己的學派以及非常優秀、想要立即加入學習的學生，他們有個人的想法，願意捲起袖子開始工作，跟著我從頭學起。我們有一些傳統，不過不是威權的傳統，那是發展的理想基地。幾年後 Nico Kuiper¹⁷來到阿姆斯特丹，打造出一個能夠激發想法的數學環境，你知道 Nico Kuiper 嗎？

翟：我知道一位姓 Kuiper 的人，但不確定是否是同一個人。

O：他研究微分幾何和拓樸學，後來成為法國高等科學研究所 (Institut des Hautes Études Scientifiques, IHÉS) (在 Bures, 近巴黎) 的所長。他心胸非常開闊，能尊重不同的意見，營造出良好的氛圍，我們常互相調侃，他問我：「Frans，這在特徵 p 中對嗎？」我回答：「嗯，Nico，特徵零只有一個，但特徵 p 有無限多個。」在 Barry Mazur 紀念 Raoul Bott 的文章¹⁸中，記述 Bott 說：「我想不出任何數學是我不喜歡的。」Nico Kuiper 也是如此。他開創一種嶄新形式的研討會 — de schoven club，參與者來自全國各地，在荷蘭文中「schoof」代表「sheaf(層)」，而「club」則有年輕人聚在一塊做有趣的事的意涵，目標是了解 sheaf。注意一下這是在 1950 年代，比 FAC¹⁹發表時間還早。當時的動機是要了解新的發展，這是全國性的研討會 (如你所知，荷蘭不大，與會者搭火車當天來回不是難事)，從 1950 年代一直持續至今，我主持了很多年 (現在有從比利時的大學來的數學家)。我們探討新事物；在研討會上我常報告經由閱讀預印本或聽到傳言得知的新進展。當然這都還只是初步的結果，但我們嘗試引進新思維。有時我個人的瞭解不完善，有時我會為研討會準備講義，經常在學生的桌上看到講義上面有許多手寫的註記與疑問。這個研討會讓我們能在一開始便掌握新的發展。舉例來說，在很早期的時候，我們就有關於模曲線 (modular curves) 的研討會，那時參加的數論家、幾何學家對模曲線就很感興趣，遠比 Wiles 證明的有名結果和 Mazur 在他的長論文中描述的還早。

翟：The Eisenstein ideal.²⁰

O：沒錯，正是 Eisenstein ideal。

¹⁶Bartel Leendert van der Waerden (1903-1996)，荷蘭數學家，以抽象代數和代數幾何的著作傳世。

¹⁷Nicolaas Hendrik 'Nico' Kuiper (1920-1994)，荷蘭數學家，從事微分幾何和拓樸學的研究。

¹⁸http://www.math.harvard.edu/~mazur/remembrances/raoul_bott.pdf; *Raoul Bott as we knew him. A celebration of the mathematical legacy of Raoul Bott*, pp. 43–49, CRM Proc. Lecture Notes, 50, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2010.

¹⁹J-P. Serre – Faisceaux algébriques cohérents. *Ann. of Math.* **61** (1955), 197–278.

²⁰B. Mazur – “Modular curves and the Eisenstein ideal.” *Publications Mathématiques de l’IHÉS* **47** (1977), 33–186.

翟：所以這個研討會是在1970年代初了。

O：研討會成果豐碩，營造出的氣氛鼓勵人跨越自身研究領域，培養多元興趣，創造了各式的跨界發想。從1950年到現在，我們有好幾個長計畫，其中一個關於模 (moduli)，一個關於奇異點 (singularities)，一個關於算術代數幾何。這些活動要讓年輕輩了解新的發展，同時也讓資深研究人員受益。數學家如 Johan de Jong 也參加這些活動。一旦建立起一個認識新知的氛圍，自然就有優秀的人才和大量的知識隨之出現。此外我在阿姆斯特丹辦了好幾年的「wiskunde in wording (意為試著創造數學新點子或建構中的數學)」，讓博士生談論他們的研究、問題和未完成的發想等。有系統地闡述和討論通常很有幫助，其他人會給予建議和提問。

翟：Utrecht 的學術演講 (colloquium) 體制真的很不錯，我不知道這是 Utrecht 所獨有，還是一個普遍的傳統。

O：不是，荷蘭的氛圍普遍如此。

翟：Utrecht 學術演講本身的風格不同凡響，要做到並不容易，我暗自希望能夠從中移植一部分。

O：我們的做法是堅持學術演講的對象是每一個人。當然不可能和完全沒有基礎先備概念的人，討論艱深的細節。我們有一種方式是將學術演講分為兩部分，第一部份針對一般聽眾介紹主題，內容是基本的；第二部份則很專業，你聽了前一小時之後離開，沒有人會介意，這完全是許可的，對講者也不會不尊重。如果你對某個題目一點概念也沒有，但想知道一個梗概，就去聽第一個小時的演講。講者在第二個小時可以有較多自由討論艱深的問題。

我在這裡以質數為題的演講²¹，將採用我們在 Utrecht 設計的方式。背後的想法是這樣的：教數學有兩種方式，一是選定一個問題開始研究，接著收集解決問題所需的知識。但這種方式效率不彰，因為有些數學問題相當容易，兩週內就可解決，有些則極端困難，要建立解題技巧及了解基本道理，需要好多年的時間。而介於難易之間的問題並不多，舉例來說，在醫療上使用的電腦斷層掃描，是高深數學的應用，但是短時間很難解釋清楚。正確的教學方法是，在教授困難的應用或高深的抽象素材之前，先從基礎的微積分、線性代數、基礎代數和進階代數等教起。這樣的缺點是學生與真正要做的事脫節；上了幾個月的基礎教材，沒有告訴學生用意何在，學生對於正在進行的課程會變得不感興趣，而有「這哪裡有趣？我們可以拿線性代數來做什麼？」的反應。可見兩種方式都有其缺點，解決之道就是教授基礎課程，逐步建立所需的技巧，同時講授任何你喜歡的主題，諸如應用、實務、邏輯、純粹的思維及生物等方面，隨興地跨越領域的藩籬，讓學生知道可以有什麼應用，也能激發他們的興趣。

比方說要如何安排火車的班次等等是應用數學的問題，要讓學生了解問題很漂亮但要解決

²¹Prime Numbers, 2012年12月7日，臺灣大學天數館101室。

很不容易，又例如推銷員的問題 (traveling salesman) 真的很難，千萬別以為赤手空拳就可以解決，許許多多懂電腦、懂邏輯的人都試著破解。學生聽了一小時的課，覺得很有趣，非常興奮，他們試圖了解問題，發現直接的解決途徑過於困難，因而想要學習使用更多的數學技巧，這成為未來他們修習基礎課程的動機，因而願意繼續往下學習。我以質數為題的演講就是這樣的形式，我會提到特定的問題，大約一半的問題很簡單，另一半則很難，至少在目前對所有的數學家來說都很難。在這種情況下我們根本不知道要從哪裡著手，這是典型的數學：有些問題簡單，有些很困難。當我考慮要從阿姆斯特丹轉換到 Utrecht 時，這種呈現問題給學生的方式，引發了我的興趣，正是這種對教育和數學的觀點，讓我們設計出 Utrecht 研討會的方式。

翟：那真的很不簡單，期待這樣的方式能夠播下一些種子。

O：我回答了你的問題嗎？

翟：某種程度來說是，教書的確很重要，雖然我們在中研院不需要教書，我仍衷心希望能夠播下一些種子，待來日開花結果。

O：但是我回答了你的問題嗎？

翟：有，你回答了我的問題。我想也許問的人想要的是關於大方向的答覆，但你的回答很務實、很有幫助。

O：我很幸運常連續幾年教到很好的學生，我通常將年紀不同的學生，年長的和年輕的安排在同一間研究室，他們彼此學習，也許比從我身上學到的還多，那是很不錯的方式。

翟：在台灣我們也這麼做。

O：此外，這也和氣氛有關。我來舉個不同的例子，你可以反駁我。很久以前我在哈佛的時候，那裡普遍的態度是，演講的內容要難才能顯示出自己的厲害。如果你講的東西非常高深，不管旁人能否了解，大家會肯定你，認為你是優秀的數學家。

翟：那是哪一年的事？

O：1980年代的事，後來我又到哈佛，帶著我的博士生 Moonen²²。他給了一場完全顛覆哈佛作風的演講，演講中他解釋所有的細節，符號也都前後一致，也許你會說這不是哈佛的風格。

翟：嗯，與我個人的經驗不大一樣。

O：不大一樣？怎麼說？

翟：我當研究生的時候，參加代數幾何研討會，前兩年我完全聽不懂，我覺得幾乎我在哈佛的整個時期都是這樣。第三年過後有一位了解這些事的同學告訴我：「這不是你的錯，每個來這裡

²²Ben Moonen, 荷蘭數學家，從事代數幾何與算術代數幾何的研究。

的講者都只把一位聽眾放在心上, 想得到他的肯定。」我這才恍然大悟。

O: 但是這與我的故事相當吻合。

翟: 我不清楚是否哈佛整體都是如此, 但至少在我那個年代的代數幾何研討會是這樣的。在哈佛代數幾何研討會演講的唯一目的和重點, 就是要得到某一個人的認可。

O: 沒錯, 跟我在 Utrecht 的研討會不同。

翟: 這是個重點。

O: 在我的研討會裡, 學生都知道演講後我會和他們針對演講的內容和方式進行討論。

翟: 這是我們應該效法的。然後你會用尺敲學生的腦袋?

O: 嗯, 不是真的敲頭。有學生講完後來辦公室找我, 知道有些地方不太妥當, 說:「好吧! Frans, 你說吧。」我說:「嗯, 這是很好的演講, 有好的想法!」他說:「但是?」他說。於是我向他解釋另一種安排和呈現相同素材的方式, 可以讓聽眾更了解結果的美。我們可以在這個層次上教導學生, 爲什麼不?

翟: 我擔心我這樣做是否能達到同樣效果, 有時說不定是反效果, 麻煩就來了。

O: 我來講個笑話給你聽。我在哈佛演講你的文章, 有個問題顯而易見: 能否經由化約模 p (reduction of mod p) 得到結果? 我說:「接下來有個問題, 我要給大家做個小練習。」這個小練習是關於化約模 p 以及取 Zariski 閉包 (closure), 這兩個運算能否交換? 剛開始有些聽眾沒看出答案, 如果答案是肯定的, 敬立的定理就很簡單, 因爲我們都知道特徵零的結果, 因此可以推導出敬立在特徵 p 的結果。不過這些運算不能交換, 如此一來無法得出一個「廉價」的證明。此外, 我的提問也點出了問題的本質。

翟: 但這是在 1990 年代, 有某個人不在場, 不然這個小練習一定迎刃而解。

O: 當然囉! 我告訴過你 David Mumford 的故事嗎? 那時 Johan de Jong、Ben Moonen 和我一起到哈佛, 休假到外地訪問時我通常會帶著研究生同行。我坐在電腦室, 玻璃窗映入走廊部分景色, 可以看到人們在走廊的空間討論數學。Johan 和 Ben 正在討論由 Mumford 建構的 \mathcal{A}_4 裡的曲線。我們稱之爲 Mumford 曲線, 每一個都是維數爲一的 Shimura 解形, 但是「Shimura 曲線」已經另有所指, 那時對於是否有任何 Mumford 曲線包含在 Torelli 軌跡中並不清楚 (直到現在仍然未知)。我看到他們正討論這個問題, 忽然有個人經過, 聽到「Mumford 曲線」, 有一刻他凝神瞪著黑板, 會過意來就走開了。之後我告訴學生:「知道剛剛走過來的是誰嗎?」他們壓根兒不知道, 那人就是轉換領域不再討論代數幾何的 David Mumford。「Mumford 曲線」這個詞通常指的是不一樣的東西, 有一秒 Mumford 很困惑, 但懂了之後就繼續走他的路。

確實，唉，Mumford 不在 1990 年代哈佛的聽眾中，如果他在，我的話還沒說完之前，他就知道我要說什麼並且給出了答案。喔，那的確是個漂亮的定理，我很開心能夠講述這個結果。

翟：這場訪談實在太豐富了，我甚至都忘了看時間。

O：我也忘了。

翟：非常感謝，這場訪談很精采。

O：很感謝有機會接受訪問。

—本文訪問者翟敬立訪問時任職中央研究院數學研究所，整理者陳麗伍當時為中央研究院數學研究所助理，黃馨霈現為數學所助理—

勘誤

數學傳播第38卷第2期(150)

第10頁第12, 13行... 對我至為重要。漏譯 Oort 教授為此句所加的附注：Serre 寫道「以聰明的招數規避深刻理論的障礙，用這種『不當的方式』即使得到好的結果，也會激怒 Grothendieck。」見 the correspondence Grothendieck-Serre 頁18。

103 學年度核心課程

Real Analysis

授課教師：劉豐哲

Undergraduate Independent Study in PDE

授課教師：劉太平

Undergraduate Independent Study in Representation Theory

授課教師：程舜仁

日期：2014年9月～2015年6月

地點：台北市大安區羅斯福路四段1號 天文數學館

詳見中研院數學所網頁 <http://www.math.sinica.edu.tw>