數學傳播 38卷2期, pp. 3-11

有朋自遠方來——專訪

Frans Oort 教授 (中)

策　劃：劉太平
訪　問：翟敬立
時　間：民國 101 年 12 月 3 日
地　點：中央研究院數學研究所
整　理：陳麗伍、編輯室

Frans Oort 教授 1935 年出生於荷蘭 Bussum, 1952～1958 就讀荷蘭萊頓大學, 1961 得到萊頓大學博士學位。1961～1977 任教阿姆斯特丹大學, 自 1977 起任教 Utrecht 大學直至 2000 年退休。他是知名的代數幾何學家, 主要的工作在 Abelian Varieties 與其 Moduli Spaces。

中年

Frans Oort (以下簡稱「O」): 我想談談生命中的另一面, 就稱之爲中年吧。大約 35 歲左右我打算放棄數學, 我非常清楚爲甚麼: 做研究通常都是孤單寂寞的, 在研究室裡瞪著一張紙, 鎮日枯坐卻一無所獲。我是個非常外向的人, 因此愼重思考是否該放棄數學, 那時我是阿姆斯特丹大學的教授, 考慮改變人生從事某些完全不同的工作。

翟敬立 (以下簡稱「翟」): 應該是個非常困難的決定。你是荷蘭的教授, 其意義不同於這裡的教授, 我不知道那裡有多少位教授, 相信非常少。

O: 這個講座是 1967 年阿姆斯特丹大學特別爲我設的。我考慮成爲職業長笛演奏家, 或社會工作者。原因在於我覺得目前的職業與他人的接觸少, 對社會的服務也少。如是我長考了一年半, 最終我沒有改變, 想法起自 Grothendieck[1] 就像他曾教過我許多東西, 特別是這個

這是 Frans Oort 教授訪談的第二部分, 第一部分刊載於數學傳播第 38 卷第 1 期 (149 號), 內容包括早期, Aldo Andreotti 和比薩, Jean-Pierre Serre、巴黎及其它, 教學, 哈佛。

[1] Alexander Grothendieck (1928～), 德裔數學家, 1966 年獲頒菲爾茲獎, 是爲近代代數幾何理論奠基的中心人物。

教訓是從他那兒學到的。Grothendieck 是上世紀真正出類拔萃頂尖的數學家之一, 對於抽象思維或經由純粹的思考探索事物有絕佳的稟賦。社會上常發生下面的錯誤: 以爲擅長甲的人, 去做乙或丙也一樣拿手。

翟: 當然完全不正確。

O: 就是! 記得曾看到一本關於巴哈的書, 其中說到巴哈是這麼卓越的作曲家, 那麼他一定也精於像是計算這類的其它事務。事實似乎不是如此。他有一本記事本, 加總日常的支出, 加法卻是錯的。爲什麼他應該擅長加法? 他有其它的才能 (而且是讓人仰慕的才能, 是我一生的最愛之一)。Grothendieck 是絕頂出色的數學家, 1970 年左右, 他動念想要改變生命的軌跡, 從事社會的改造。他發起了一個運動 '*Survivre et vivre*' (生存與生活)[2], 那是個偉大的理念。當時正逢越戰、原子彈試爆等, 我們實在需要發起革命反對這些事。Grothendieck 爲此開始了一個運動, 結果, 他雖然精於數學, 對於群衆心理、經濟行爲等的洞察力, 只有零。其中一件他想做的事, 是讓所有國家解除軍備, 大家都知道這是不可能的, 當然你可以嘗試從緩慢地縮減軍備開始, 卻不可能有辦法立刻銷毀所有的武器。不過他的想法認爲這是可能的。一年後, 這個運動有28個成員。偉大的 Grothendieck 起頭的事, 不知下一步該往哪兒去[3]。1970 年 Grothendieck 在 Nice 的國際數學家大會上 (ICM1970), 召集了一場很大的會議。敬立, 那時你不在。

翟: 吾生也晚。

O: 那是一個很大的圓形劇場, Grothendieck 將在此主持與他的運動有關的會議, 我們都情緒高漲, 會場裡的氣氛一觸即發。一屋子滿滿的人, 想著事情就要發生了, 而他有成就大事的身分與地位。Grothendieck 走進來, 環視大家, 問:「誰有主意?」我非常驚訝, 對數學永遠有一針見血想法的 Grothendieck, 現在居然徵詢我們的想法。早在 1958 年, 他就有遠見, 看到未來要做的事, 而且爲代數幾何完全打造了新的基礎。如今, 非關數學,「他問有誰有什麼想法?」會議以災難收場, 有人開始叫囂、爭論, 毫無結論。這事教了我許多, *長於此不一定就精於彼*。我可以在數學上有些成就, 但在長笛演奏上未必能如此 (其實我心知肚明: 不能)。一段時間後, 我決定多花些時間在真心喜愛的事情上, 但留在數學領域。從此我將對數學的嚮往, 與其它的喜好結合, 我開心多了。

如何做數學

接下來我要談談做數學的方法。這一直是非常吸引我, 讓我再三思考的議題。我很幸運能見識到兩種極端, 一端是 Grothendieck, 另一端 (如果我能這樣說的話) 是 Mumford[4]和

[2]一個1970年成立, 專注於和平與生態的政治團體。

[3]Johan Cruijff 曾說:「速度常與洞察力混淆。我看起來跑得比別人快, 是因爲我起步得早。我厭惡人們不知目的就盲目開跑。」

[4]David Bryant Mumford (1937∼), 美國數學家, 1974 年菲爾茲獎得主, 2008 年沃爾夫獎得主, 以其在代數幾何的傑出工作著名。其後 Mumford 改變領域研究視覺理論。

Serre[5]做數學的方式。讓我解釋一下, 思考數學可以經由最抽象、純粹的方式來感知其中的道理, 然後試著建構想法和理論。對於有些人, 這是做數學理想的方式, 在這樣的想法之下, 其它的都不好, 不值得做。當然 Grothendieck 是其中有能力這樣做的, 他波瀾壯闊的想法讓人嘆爲觀止。他以抽象的思維來考量數學素材, 如果他尋覓的東西, 可以經由抽象純粹思考的方式來解決, 我敢說那絕對逃不過他的法眼。如果你想知道的什麼是 Grothendieck 思考而未果的, 那麼非常可能沒法純粹由思辨的論證來解決它。Yuri Manin[6] 曾說:「我認爲創造數學的過程, 是對既存模式的再認知。[7]」在探討某樣東西時, 根據 Manin 的說法, 數學創造過程中的要旨就是找到一個既存的模式, 它已經存在, 但需要找到它。確實, 在許多實際情況下, 數學本質上就是如此, 這是做數學一個極端的方式。

我從巴黎回國時, 第一個工作在阿姆斯特丹大學, 第一件事就是開始一個討論班, 參加的人一起討論例子。不論思考的是什麼問題, 每個人就自己的問題找一個好的、不簡單的例子。這是我針對 Grothendieck 這種完全抽象的做數學方式的對症下藥。純粹抽象思維的路是一個極端, 而另一個極端則是在探討每樣事情之前, 先蒐集所有已知的知識、結果; 研究例子, 試著找出不同的方向, 就像穿過沼澤—方程與例子的沼澤。我做數學的觀點, 實際上是二者的組合。幾年後我成爲阿姆斯特丹的副教授, 要向一般大衆演講介紹自己, 我的題目是「*Vlijt, visie, verificatie* (荷蘭文, *勤奮、視野、驗證*)」*第一個字義是勤奮, 第二個字是發現或尋找新的想法, 第三個則是驗證細節。我認爲三者合起來是做數學的方法。*

勤奮意指先找出模式, 例子, 所有的資料, 過去已有的工作。Andreotti[8]曾對我說:「Frans, 在有任何進展之前, 你必須犯過前人曾犯過的所有過錯。」這是頗有道理的。勤奮就是深入探討大量的細節。然後在看著這些例子時, 可能忽然靈光一現有了想法, 發現了什麼。一個著名的例子是克普勒 (Kepler)[9], 他在研究行星以及行星繞行太陽的軌跡時, 正在教以及講述正多面體, 那是數學的一個很漂亮的主題。有五種正多面體, 有五個行星, 這個想法忽然閃過腦際, 這不是個巧合, 如果讓這些多面體外部接一個球, 內部切另一個球體, 得到些不同的球, 而這些球的半徑, 可以是行星繞行太陽的半徑: 這就是 1596 年發表的 Mysterium Cosmographicum 當中, 克卜勒的太陽系正多面體的模型, 而勤奮在這裡就是他長時間思考這個問題, 視野就是注意到可能相關的結構, 進而發現這*五個正多面體* (正八面體、正二十面體、正十二面體、正四面體、正立方體) 與*五個行星* (水星、金星、地球、火星、土星)*之間的相似之處*。而他'要做的唯一的事', 就是驗證細節。他坐下來寫下數學式子, 結果原先的

[5]Jean-Pierre Serre (1926∼), 法國數學家, 1954 年獲頒菲爾茲獎, 2000 年獲頒沃爾夫獎, 2003 年得到阿貝爾獎。在代數拓樸、代數幾何及代數數論上有重大的貢獻。

[6]Yuri Ivanovitch Manin (1937∼), 俄羅斯裔德國數學家, 以代數幾何和丟番圖幾何上的工作著稱。

[7]The Berlin Intelligencer, 1998, pp.16–19.

[8]Aldo Andreotti (1924∼1980), 義大利數學家, 研究代數幾何、多複變數函數理論和偏微方程算子。

[9]Johannes Kepler (1571∼1630), 德國數學家, 天文學家, 占星學家, 17 世紀科學革命的主要人物, 以他的行星運行定律著名。

想法並不正確, 在有重力的情形下, 一般來說, 刻畫軌跡的不是圓而是橢圓。就這樣, 他找到了有名的, 描述繞著重力中心 (太陽) 運轉的物體 (行星) 軌跡的定律。很久之後, 才發現行星不是五個, 而有九個。他最初的想法在很多方面都是錯的, 但是啟動了克普勒進行必要的檢驗, 進而找到真相。這在科學研究中, 似乎是典型的思考方式, Shimura[10] 曾這樣評論 Taniyama[11] :「他犯錯, 但是錯在對的方向。」

第一步勤奮之後, 數學上的第二步是發現: 是量子的一躍, 洞察力。第三步是檢驗細節是否就如預期是正確的。這是非常重要的。我很佩服 Serre 能對那麼多例子有通透的了解, 其後當我讀到 Grothendieck 和 Serre 之間的書信[12], 看到他經由提供不平凡 (non-trivial) 的例子, 對 Grothendieck 的影響。另外由 Grothendieck 與 Mumford 的通信[13], 也可見一斑。

同時我也佩服 David Mumford, 他一方面對抽象理論極爲了解, 另一方面他不怕做計算。讓我告訴你一個故事, 1962 年國際數學家大會在斯德哥爾摩舉行, 大家討論代數幾何, 有一個從古早義大利幾何傳下來的問題, (用現代的術語說) 就是某些空間曲線所成的模空間 (moduli space) 是否可約 (現在可以借助 scheme 理論明確地敘述這件事), 這是個待解的問題, 已經懸宕了大約70年之久。第二天有個與會者有了想法, 那是個年青人。他說對於度數 (degree) 爲14的空間曲線。答案是否定的。每個人都很訝異, 有人問爲什麼是14? 他說, 已經計算了度數低於 14 的空間曲線。看到他最後定稿的論文, 那真是驚人的計算; 長長的 exact sequences 有些必須取其極大, 也有些取其極小。經由冗長的計算, 他最終證明度數爲14的空間曲線所成的模空間, 維數至多爲56, 但其切空間維數至少是 57[14]。造出這個例子的是青年 Mumford。這幾乎是不可思議的, 有勇氣從事如此的計算, 又要有洞察力, 看到關鍵的點, 然後是鍥而不捨地鑽研這一連串複雜想法的毅力, 這篇論文裡的計算真讓人佩服, 你說是不是?

翟: 他的聰明是衆所皆知的。

O: 是的, 讓我先回過頭談我對數學工作的猶豫, 後面再回到 Mumford。那時我正在看一個關

---

[10] Goro Shimura(1930∼), 日本數學家, 在 complex multiplication 和 modular forms 上有重要的工作。

[11] Yutaka Taniyama (1927∼1958), 日本數學家, 研究任何數體上橢圓曲線的 L 函數的自守性質。1958年11月17日, 他寫道 :「直到昨天, 我還沒有明確的自殺意願, 但是不少人注意到最近我身心俱疲, 至於我自殺的原因, 我自己也不甚瞭然, 但不是肇因於單一特殊事件, 或是特定的物事。我只能說, 我處在對未來失去信心的心靈框架中。我的自殺也許會造成某些人的麻煩, 或某種程度的打擊, 我誠摯地希望, 這個事件不會在他的未來投下陰影。不論如何, 我不能否認這樣做是一種背叛, 但請原諒我最後一次以自己的方式行動, 因爲我這一生都是我行我素。」

[12] Published by the Société Mathématique de France in 2001, edited by P. Colmez and J.-P. Serre; translated and edited as a bilingual version by the American Mathematical Society in 2003. For reviews see `http://www.math.jussieu.fr/~leila/corr.pdf` `http://www.ams.org/notices/200309/rev-raynaud.pdf`

[13] David Mumford–Selected Papers, Volume II: On algebraic geometry, including correspondence with Grothendieck; Edited by Ching-Li Chai, Amnon Neeman, and Takahiro Shiota Springer, July 2010. For a review, see: `http://www.ams.org/notices/201302/rnoti-p214.pdf`

[14] D. Mumford – *Further pathologies in algebraic geometry.* American Journal of Mathematics **84** (1962) 642–648.

於 Jan Oort[15] 的訪談。他是我的叔伯, 天文學家。很好, 很溫和的人。訪談中他首先解釋經由思考掌握事物的要旨, 提問人對於這些本質的事物不感興趣, 他想看獎牌, 訪談變得不太順暢, Jan Oort 勉強拿出一兩個獎章, 並且想要解釋什麼是最讓他興奮的事, 但訪談人卻想就此結束。Jan Oort 說:「不, 不, 我還想說一件事。」「瞧, 內人對來訪的人極為周到。」他們住在萊頓的天文台, 有許多國際訪客。那棟房子裡的氣氛非凡, 而他的太太是這一切的中心。讓我對這個人著迷的是下面這三個面向 : 對於勳獎的完全不在意, 對於家庭氛圍的珍視, 尤其最重要的, 是他談到純粹思考以及對科學的興趣。看到這個訪談, 對我而言正是時候 : '應該允許' 對問題做深度的思考, 不需汲汲於做眼前觸手可及的事。對事物充滿好奇, 找出自己的想法, 這和我的想法非常相似。後來在一個訪談中, 人家問我什麼是我認為有意思的事, 我說:「能夠經由純粹的思考, 而得到進展, 是很迷人的。」Jan Oort 發現了銀河的結構, 很多人考慮這個問題, 卻沒有人能肯定, 因為銀河只能仰觀不能垂直俯視, 如何能知道它的結構。然而 Jan Oort 以純粹的思考, 證明了實驗、模型、數學公式, 都支持銀河是螺旋的觀點, 而且銀河不是處處以同一速度行進, 不同的部分行進的速度不同, 這是在其他人的想法與實驗之後, 他做的純粹的思考。

再回到 David Mumford。播下種子看到它開花是開心的事, 不過有時候不能察覺這是從灑下的種子開出來的花。這曾以奇妙的方式發生在我身上。David Mumford 針對他考慮的一個問題有個想法; 將阿貝爾解形提升到零特徵 (liftability of abelian varieties to characteristic zero)。那是個高明的想法, 是完全不同於 Grothendieck 的類型。這個問題可以用一般的方法去處理。可以解決某些情形, 但在其它情形則行不通。好多次我目睹 Grothendieck 針對一個問題造一個'機器' (machine) (機器是我的術語), 造一個大機器, 把問題丟進去等待結果, 如果有好的答案出來就很高興, 什麼都出不來就是卡住了。我曾看到 Grothendieck 因為機器卡住, 而將問題拋棄, 不做了。(或者把問題進一步推廣到更難的問題, 這樣做有時候行得通。) 對於這個特定的題目, Mumford 有不同的對治方法, 首先觀察到某些情形這個問題可以類似制式的方式解決。在這個情形之下一般的機器可以提供你想要的, 一旦了解了後面的想法和模式, 情況就很清楚。但其它的情形卻不知如何下手。Mumford沒有放棄, 坐下來思索, 能否把不好的情況改變成好的。但這個變動並不是正規的 (non-canonical), 也不是自然就有的, 必須真正地下些功夫, 必須要了解例子, 捲起袖子動手去做。他先做了些前置的計算, 說服自己這樣做是對的。他把這個想法告訴 Peter Norman[16] 和我。我為此和他聯絡時, 他說:「不過 Frans, 這個想法我不是那麼有信心, 不知道它是否正確。」Peter Norman 和我針對 Mumford 這個妙點子開始動手。由 Mumford 發明的 the theory of displays 真是奇妙, 讓人可以從事必須的計算。但你必須動手, 必須

[15] Jan Hendrik Oort (1900~1992), 著作等身的荷蘭天文學家。在天文學領域中有許多重要貢獻, 且為無線電天文學的先驅者。

[16] Peter Norman, 美國數學家, 研究領域在阿貝爾解形以及 theta 函數。

下功夫。在 Mumford 建議的最後證明中, 我們真的證明了不好的情況可以轉化到好的情形。至此, 一般的想法 (‘機器’) 就可以發揮作用完成其後的工作。這是硬功夫的數學 (hard mathematics), 這個證明結合了聰明的想法、困難的計算, 以及一般的對治方法, 其結果是一個我認爲不平凡 (non-trivial) 的定理。

翟: 這個定理現在仍然可以用在證明任意極化度數的$\mathcal{A}_g$奇異點是一個局部完全交集 (the singularity of $\mathcal{A}_g$ with arbitrary polarization-degree is a local complete intersection)。

O: 確實, 以前這個並不清楚, 對吧。

翟: 我認爲仍然有很多情況還是不清楚的。

O: 現在我就要進入種子與花。很久以後我著手研究 1970 年 Grothendieck 的一個猜測。他嘗試解決一個他認爲合理的問題, 模式很清楚, 可以寫下一個通用的理論, 可以造一個機器, 送一個問題進到機器, 但沒有合理的結果產生, 因爲問題太過複雜。我開始這方面的工作, 顯然這個問題是了解結構的關鍵, 不過看來純粹經由思考並不能得到解, 我花了很長的時間, 終於找到了一個通用的模式, 在好的、特別的情形下, 可以解決這個問題。我非常高興, 又花了很長的時間, 才真正地把正確的處理方式完整地寫下來, 然後我想到這個通用的模式, 應該可以用來證明所有的情形。我請過去的一位學生 Hendrik Lenstra[17] 幫我找出我需要的細節的證明, 結果不成功。他針對我的特別的問題給了個反例 (我很感激)。就這樣終結了我的想法。我得從頭來起, 有時候自忖, 也許我永遠不會知道這個問題的答案。

你問我爲什麼不放棄? 我非常喜歡這個問題。它錯綜糾結, 當然如果能證明一個 Grothendieck 不能證明的問題, 讓人有點飄飄然, 但這不是重點。我鑽研例子, 以自己的方式從頭來起。我休假一年, 那時我只擔任數學系的 dean, 可以離開一段時間, 我到 Princeton 找在那裡的 Johan de Jong[18]。有好長一段時間, 他非常耐心地每天聽我講我的計算, 我的新例子。我查考了許多例子, 對於從何下手、如何下手, 全無頭緒, 但我希望能看到一個通用的模式。在那裡的最後一天, 那時 Johan 已搬到 MIT, 忽然間我有個想法 (而且我立刻感覺這是關鍵, 應該是正確的), 如果我能證明它, 那麼一切都沒問題了。我去找 Nick Katz[19], 問他這個想法是否可行。我的想法是我們現在說的 purity 定理, 有一堆子解形 (a set of subvarieties), 每一個都是由好幾個方程定義出來的 (這是由 Grothendieck 和 Katz 所建構出來的), 方程的數目很大, 不過我想到每次將一個解形包含在下一個解形中, 其餘維 (codimension) 可以是1, 這看起來似乎不是個好主意, 因爲定義子解形通常需要的方程不只一個。我到 Boston 去, 問 Johan 是否還能抽出時間給我, 他原以爲又有例子來了, 不過他對我很有耐心, 我解釋我的想法, 他拍案叫絕 :「當然, Frans, 這是所有東西的關鍵。但我們

[17]Hendrik Willem Lenstra, Jr. (1949∼), 荷蘭數學家, 領域爲數論與計算數論, 以橢圓曲線的分解方法以及 Lenstra Lenstra Lovász lattice basis reduction algorithm 著名。

[18]Aise Johan de Jong (1966∼) 荷蘭代數幾何學家, 目前任教哥倫比亞大學, 2000 年得到美國數學學會的 Cole Prize。

[19]Nicholas Michael Katz (1943∼), 美國數學家, 領域爲代數幾何。

是不是該先拿一個例子來看看這是否真的有用?」「好吧。」我就開始了,「你計算的時候, 我可以在一旁看著嗎?」「當然。」我檢驗一個例子, 結果正是我們要的, 於是我們著手做一般的情形, 我有個證明的想法, 但是在我的構想中, 缺了某些細節, 不過我們相信這樣做應該是對的, 一個月後, 也補上了缺少的細節。

這個餘維爲1, 看似新穎的想法, 爲後來一整串想法開了頭。在這裡就看到了勤奮, *先檢視例子, 知道了它的風光地貌, 知道了它的枝微末節, 然後有了想法 (視野), 如果證明這個想法是對的 (驗證), 你很篤定一切都會圓滿。*很久以後我才意識到, 我是根據 Mumford 在其它證明上的模式, 也就是有個問題在某些 (‘好的’) 情形下, 可以證明所要的結果, 於是你將不好的情形, 轉化爲好的, 而在好的情形也有一般的理論可以得出所要的結果。這真是我的數學生涯中美好的一面。這個問題我做了七年, 即便證不出來, 我還是同樣地高興。爲什麼不! 在做的過程當中我曾以爲有生之年都看不到它被解決。數學美而且難, 有許多我們不了解的東西, 相形之下, 我太笨拙, 這樣也無妨。當然能找到像這樣的證明, 真是太好了, 許許多多東西由此衍生出來, 我並不是以此傲人, 但因此而揭露出數學的美, 是這樣的有成就感。我也很樂於看到其他人應用這個結果。

有一個細節是個複雜的證明, 出乎我意料之外地, 到現在都還沒有人找到更好的證明, 也還沒有其它的證明方法。這很奇怪, 許多時候找到一個證明, 幾年之後會有更好的證明出來。這星期我要講 Weil 猜想的一個證明, 是 André Weil[20]對於阿貝爾解形所給的證明。爲此他寫了三本書, 現在我們有兩個引理 (一般的結構, 一個根據 Serre 信上所給的想法) 來證明這個結果, 這是常見的模式。在數學裡你找到了某些東西, 後來當問題變成習題以後, 他人會找到更聰明的方法來解決。Mumford在我腦海裡種下的小小的種子發了芽。我在解決問題的時候, 並沒有察覺到自己是照著 Mumford 的模式, 首先嘗試將一般的情形轉變爲較好的情況, 而好的情況有通解。不過, 後來我察覺到在證明 Grothendieck 的猜想中, 我已經循著 Mumford 的模式。這說明了在這兩個極端中我的選擇, 一個極端是通用理論, 建構一個機器, 另一個極端是做例子。有時候必須在細節上下苦功, 才能得到結果。1966 Grothendieck 在給 Mumford 的信中寫道:「...我發覺要證明一個表面看來敘述單純的定理, 必須潛心其中, 如此之深, 如此之遠, 真是讓人吃驚。」我認爲美好的事實, 以及數學真正的美, 就是有時候必須「*潛心其中, 如此之深, 如此之遠。*」

有很長一段時間, 人們對我的數學評價不高。我審視各種例子, 這不是一位正經數學家的行徑, 再加上我從事的領域險阻重重障礙其進展, Yuri Manin 1966 的博士論文中, 以很漂亮的方式說明某些東西, 由此一個很大集合的阿貝爾解形 (abelian varieties in positive characteristic), 有了很好的描述。但是在他的理論中, 沒有說明「走到邊界」(這裡的意思

[20]André Weil (1906∼1998), 法國數學家, 在數學許多領域都做出實質的貢獻, 以代數幾何和數論著名, 是二十世紀最有影響力的數學家之一。1979年獲 Wolf Prize, 1980年獲 AMS Steele Prize。

是改變p-結構) 會發生些甚麼, 他的理論一直缺少這方面。事實上這是困難的。Grothendieck的猜測則確立了在真正能動手了解會發生什麼之前, 必須要知道的事。從1966和1970開端, 直到90年代後期, 我們終於找到了處理這個結構的好的途徑。

這段期間我做各種的計算, 以及考量各種結構, 當然也許比我聰明的人不需要這麼長的時間來得到我需要的結構。我認爲發展這些結構是必須的, 其中我極其喜歡的一個結構是 the theory of foliation。告訴你一個故事, Johan de Jong 有一次對我說:「噢, Frans, 我真希望 theory of foliation 在我的名下」, 我說:「Johan, 好啊, 那我們來交換吧, 你得到我的 foliation」, 他看著我, 「而我得到你的 alteration」, 「不行, 不行」。Alteration 是 Johan 發展出來的一個強而有力的技巧, 可以取代 resolution of singularities。

我的思路不適合 Grothendieck 式的數學。我受 Serre, 其後受 Mumford 極大的啟發, 他們嫻熟一般的理論, 然而也知道特定的、困難的例子, 而且他們容許一個基於特定的情形 (緊鄰一般理論的情形) 來入手的方式。他們給了我靈感。啟迪我由例子自下而上逐步建構, 對我至爲重要。

同儕與合作

我想談三個方面, 其中之一, 我想你也瞭解, 做數學在我是非常群體的事務, 與其坐在辦公室, 我喜歡與他人一起做數學。從與我合寫論文的數學家的人數, 就可以反映出來。我樂於和他人討論數學。

翟: 尤其是你和 Tate 的論文, 以及 Mumford 的合作。

O: 我說過和 Tate 合寫的論文, 我的貢獻是零。

翟: 不盡然真是這樣。

O: 沒有一個在論文定稿中的論述直接得自於我。但另一篇文章我的貢獻有95%; 我們僅有過一番討論, 我把自己最後的想法寫下來, 之後另一個人問他, 我們可以把你的名字列上去嗎? 他同意。這是有的事。當然在好的合作中, 最後不再分得出誰有最先的想法, 誰有技術上的點子等等, 這是很美好的事。我對所有合作過的31位數學家, 有非常好的回憶, 真是非常開心。當然敬立是我的合作者之一, 我們一直以緊密的方式共同研究, 彼此互補。我非常高興和敬立的合作方式, 能在技巧上更好地將想法落實, 這是我很珍惜的事之一。我從合作以及合作者中得到許多樂趣。

想法、猜測和期許

下面談近日我做數學的方式。就如前面提到的, 我以前一位學生說:「噢, Frans, 你技巧不行但你有直觀。」1995 我 60 歲, 過去的學生們組織了一個會議, 是很愉快的會議。愉快是因

爲參加的人很快就沉浸在數學中, 完全把爲什麼來開會丟在腦後。我原本不該演講, 但覺得自己該出點力, 我秘密地寫下一篇文章, 臚列了我的數學想法, 特別是一些待解的問題。題目是「*代數幾何中的一些問題*」。原先有23個問題, 我想想:「不行, 這不可以。」

翟: 23是不錯的數字。

O: 確實, 但 Hilbert 在 1900 年提了 23 個問題[21]。現在提 23 個問題有賣弄比附之嫌, 就刪了幾個。這些問題後來成爲凝結想法的關鍵點。最近幾乎所有的問題, 都被證明, 而大部分的想法已經證實是正確的。好多次我看到問題的研究一經啟動, 新的想法陸續冒出來, 走出新的路來。有些證明的方法與我預期的不同, 我差一點就證明了一個關於模空間完全子解形的猜測, 現在仍努力對付這個還差一點的證明而不可得, 別人拿起這個問題, 給了一個我完全不懂的證明, 但是真真確確地證明了所要的結果。所有這些想法, 這些猜測, 都是引導人們何去何從的指標, 我很高興看到這些想法是根本的, 但我們也看到這些想法源自何處。

有個猜測是從敬立 1995 年的論文發端。我很幸運, 在這篇文章發表前就看到初稿。他與我的想法相同, 敬立有個漂亮的定理, 而我對更一般的狀況有個猜想。我們從此一起探討這個問題, 現在我們推廣了敬立的定理, 證明了我的猜想。這是典型的一個人有了想法, 而別人有個幾乎一模一樣的想法, 結合二者可以創造出新的東西。好些個猜想在證明的同時引出了更多的問題。

—本文訪問者翟敬立訪問時任職中央研究院數學研究所, 整理者陳麗伍當時爲中央研究院數學研究所助理—

[21]德國數學家 David Hilbert 發表了 23 個在當時未解決的數學問題, 其中一些問題對 20 世紀數學影響甚深。