

教學相傳——

談教學中的不變量和應變量

莊 重

編按：莊重教授任職於國立交通大學應用數學系，曾榮獲三次全校傑出教學獎、錄製開放式 (OCW) 微積分及線性代數課程廣受歡迎。以下為 11 月 12 日於交大應用數學系演講精要。

教學是個和老師、科目、學生、地點和時間有關的動態系統

我今天要跟大家分享多年來從事教學工作看到了什麼、學到了什麼。首先我把教學想像成一個可以用函數表示的動態系統。這個高維度函數的輸出就是多元化的教學評量成果。影響這函數教學成果的輸入呢？含老師、科目、學生和地點。每一個老師皆有自己獨到的看法與教法。因此當然跟老師有關。也跟學生有關，因為程度好的學生、普通的學生、大班或小班的教學方法也會因而不同，所以自然跟學生有關。當然也跟科目有關！像英文、物理、數學或國文的科目特質不一樣，因此教學也會有些差距，所以跟科目也有關。把地點加進來，是因為我當時到美國求學，美國的文化跟制度讓我有很大的震撼，美國學生跟台灣學生很不一樣，所以我把地點也加進來。不但這樣，這個函數的每一個輸入都和時間有關。例如說學生的背景，我那個年代的學生是在泥土上玩耍，現在的學生是在網路世界玩耍，所以整個文化差別很大。每一個時代的學生都有不同的特性跟優缺點，因此教學也需跟著變化。更何況梁啟超講過一句話：不惜以今日之我與昨日之我戰。以科目內容來講，隨著時間演化也是很自然的，像有些物理的假設，幾年後發現這些假設已經不合適，需要推廣或者修正，故科目一定也會隨著時間演化。作為一個學科而言，數學是相對穩定的科目。但有些數學科目的教科書還是產生很大的演化。我當學生的時候線代的書跟現在線代的書，就有很大的差異。比方說 Singular Value Decomposition (SVD)，在我那個年代不被重視，而且沒有一個有效率的計算方法。後來史丹佛的教授“Gene Golub”提出一個有效率的計算方法並大力鼓吹 SVD 的應用。因此現在線性代數的書，如果講分解一定會把

SVD 放進來，所以科目內容也是隨著時間在演化。台灣的中等數學教育，也跟著美國經過好幾個變革。美國第一次由數學家主導的教科書，是由“School Mathematics Study Group”（簡稱為 SMSG）所編輯，我念高中那個年代，台灣把“SMSG”的數學版本翻譯過來。結果這群數學家寫的教材太過形式化，太強調集合的概念，也變得太抽象。幾年之後有另外一群數學家，他們用了一個很生動的口號“Why Jonhny can't add ?”來評判 SMSG 所編寫的教材（台灣早些年前國小的建構式數學，也有這個問題）。因此即使是高國中、小的數學教科書，也會演化。

我今天特別要談的是這個函數內在本質 (Intrinsic Property) 的不變量。即一個老師應具備的特質和心態 (不變量)，使得即使學生、科目、地點和時間不同，皆能讓教學成果是好的。今天我不強調教學的技巧和做法，因為本質的問題更重要，作為老師你的特質跟心態是什麼，這些是更廣且更基本。換句話說，就是分享我在這麼多年的教學演化中，看到和學到的一些教學不變量。最後簡要的提到一些制度面的應變量，畢竟制度面的改變影響層面更深遠。

我就依照時間的順序來看看我學到了些什麼，在南投高中三年，我受到三群人很大的影響：南投高中校長王紹楨先生、台大黃武雄教授和南投高中學生。

強烈的責任感、企圖心和改變的決心

首先談王校長對我的影響。我先從一個小故事講起，我第一次跟他見面是在我大四下學期剛開學的時候。我希望能被分發到比較有挑戰性的高中教書。有一天我從台北下去找校長，校長一知道我的來意之後，馬上就跟我說：半個鐘頭後會安排一個班級讓你去試教。數學科主任、教務主任和他會坐在後面聽。沒教學經驗的我也不知道那五十分鐘怎麼過的，可以想像表現是很差，一講完我很沮喪，心裡想大概沒機會了。可是這個校長非常不一樣，他跟我說如果不急著回台北的話，就到校長辦公室聊個天。事後發現校長不只是在看我教書的技巧好不好，其實也希望觀察我的人格特質。不但如此，他問我一句話：很多教數學的老師都說，他們畢業後只是教國高中，有必要認真唸大學的數學嗎（這個問題大家可以去想想。）？我就以微積分為例子，要教微積分，不只要懂微積分本身，最好對微積分在物理、工程、經濟或者生物方面的應用，應有一定程度的了解。往上走比方說對高微、微方或者更上面的東西，如果也多懂一點會更好。這樣子在講解微積分的時候，若對應用的東西多一點了解，可以講得更生動、更直觀。若對高微多一點了解，可以講得更有內涵，讓學生能夠更深入體會課程內容。王校長在南投高中三年，改變了校內文化、風氣，也讓南投的鄉親願意將子弟留在當地念高中。我在他身上看到了強烈的責任感、企圖心和改變的決心。

專業的追求、熱情、使命感

接下來要講台大黃武雄教授對我的影響。我先提一下當時的背景，我在念高中的時候，我們把美國那套 SMSG 的數學教材搬過來，它的缺陷剛才也稍微描述了。後來美國另一群數學家認為這樣訓練學生是有問題的，所以他們開始就不用這個版本。台灣也是有一群人覺得高中數學也需要改進。項武義先生就寫了實驗版本的第一冊跟第二冊。台大黃武雄教授寫第三、第四冊。我師大畢業要去當高中數學老師的時候，已有不少學校使用實驗版本。當時就想收集一些資訊，以便能當個稱職的老師，那時候沒有網路而且資訊流通非常慢且少，只能到台北重慶南路書局，去看看有沒有中學數學的東西，後來發現“數學傳播”這本創立不久的季刊。“數學傳播”當時是寫給研究生、高國中的數學老師還有學生看的。很多對數學有理想的一些數學老師也在上面發表文章，黃武雄先生寫的文章，尤其吸引我並且對我有很大的啟示。黃先生很有使命感，不但寫了高中數學的實驗教材，還到彰化中學去試教一年並把他的教學內容寫了一本書叫做數學教室，我當時讀他的數學教室和數學傳播上的一些文章後，讓我覺得可以心安理得去當一個稱職的高中老師。除了專業的追求外，更進一步的，我作為一個高中老師又會出去國外唸書，受到他影響是非常的大，舉例來說，我在南投高中的時候，每一兩個禮拜，我就寫一個如何解題的大字報貼在學校的中廊。在大字報中我會把不斷嘗試錯誤或者修正的過程，也寫出來，最後整理出一個解題思路。不但這樣我還成立一個實體的數學教室，把南投高中還有我自己的數學圖書，全部搬到那個開架式的教室裡。我周末也在那裏、晚上也在那裏，學生可以隨時來和我討論數學，這些我覺得都是黃武雄先生給我的感召，尤其是看到他的使命感及對中學數學教育所做的投入都讓我有很大感動，所以我自己當時作為一個高中數學老師，時時都會問自己：我如何做能夠幫忙學生。

從學習者的角度出發和充分準備

在南投高中的學生身上，我也學了很多。特別是了解教書要從學習者的角度出發，我認為想當然爾的事情，學生還是不懂。所以那時候我即體會教書應該從學生的角度出發。這對我作為一個老師是一個很重要的看法。另外我要講一個關於充分準備的小故事，我到南投高中幾個月之後，學務處就問我，有沒有興趣在朝會給個演講，題目自訂。我以準備上課的方式來準備朝會的演講，但大型的演講和上五十個人的數學課是不一樣的。結果五十分鐘的朝會，草草的十分鐘就結束了。這次的經驗也讓我學到充分準備的重要性。

關心與贏得老師學生相互的尊重

接下來，我就談談我在美國這完全不同文化和制度下當 TA 時的一些教學經驗及想法。我在美國當 TA 需要負責上課、出考題、改考卷、期末給成績。我一開始進教室學生是坐得滿滿，

我一走進去就有一群學生馬上離開教室，那時候給我很大的震撼，等到我開口講英文，又有一堆學生離開。等到我教到一半，又有一些人走出教室。學生第一次走出去，可能是看你皮膚的顏色。第二批學生的出走，可能是聽不懂我講的英文。第三批的出走就不只是英文的問題，可能是不適應我的教學方法，第一個學期教完之後，我們的 Graduate Advisor 就把 TA 找進來一起看學生的教學評鑑。輪到我一進去，Graduate Advisor 就跟我講說：從來沒看過這樣的教學評鑑，每一個學生都抱怨說我英文很差，他們的學習有很大的困難，但是每一個學生都在教學評鑑上面說滿喜歡我的，給我的分數還不錯，這是矛盾的現象。最後他告訴我一件事：每一個學生都說你這個老師很“Care”他們，所以“Care”這件事情其實是跨年紀、跨種族、跨膚色，所以你對學生的關心和用心，學生自然很清楚。另外剛才提到第一次上課時部分學生書包、課本一收就走出去，讓我學到一件事情：作為一個老師，你要 Earn your respect。以前台灣的文化制度，做為一個老師，不但自動地引起學生的尊敬，那個年代連家長都對你尊敬。在美國的經驗就讓我看到老師不是自動就能贏得學生的尊重，做一個老師，你要去努力才會贏得學生的尊重（這幾年我也慢慢覺得，尊重是雙向的，學生也要自助人助，才會贏得老師的尊重）。

上面所談是比較偏向教師個人特質的教學不變量，隨著科技電腦時代的來臨，在教學制度面上的影響更值得我們留意。接下來談一些應變量。教育部“五年五百億”第一期計畫時交大拿大約八千萬元，用來推動教學改進計畫。理學院在李遠鵬院長和白啟光副教授的帶領下提出開放式課程 (OCW) 計畫，這是 MIT 於 1999 年因網路興起所提出的 “We open, We share” 的教育理念。交大也成為華人地區第一個推出開放式課程的學校，這些開放式課程的推出，特別對對資源不足的弱勢學生也產生很大的幫助。以微積分為例，從 2009 年 7 月至 2013 年 9 月，期間共超過 38 萬的訪問人次，平均每月有 7500 訪問人次。網路結合教學能扮演的正向功能所產生的普及性和深遠性是值得我們做為教育工作者深思的。另一個在教學上有重大影響的是 “Massive Open Online Course” (MOOCs) 的推動，從早期的 OCW 和近年的 MOOCs 都是某種型式的 open education and online learning。MOOCs 是美國的一些菁英大學和公司在推動，歐盟和亞洲也正在積極跟進的，這對高等教育的影響為何？這是一個新的辦學或教學趨勢嗎？這是不可扭轉的趨勢嗎？我們太高估或低估它嗎？或者是傳統的教法需要改變嗎？可以說開放教育和網路科技正在改變整個教育體制也不為過，這些由 MOOCs 產生關於學生的大數據，如何用在管理、教與學上？這樣的年代提供的問題比答案多，提供的機會和變化也比過去多，我們且拭目以待。