

短波 一

“進擊的數學家 — 孿生之牆的突破”

邱聖夫 · 編輯室

悠長的歷史中，質數的結構曾經一度被數學家突破。1896年終於證明了質數定理*，殘存的質數們逃進了三座巨大城牆 (孿生之牆*，歌德巴赫之牆*，黎曼之牆*) 圍成的領域，阻止了數學家入侵，度過了安逸的一百年。

那一天，質數們終於回想起曾經被寫在黑板上的恐怖，還有被囚禁於數學論文中的那份屈辱

2013年，突然出現的超巨大數學家張益唐一腳踹破了城門*，城外的數學家蜂擁而入，不斷逼近 prime gaps (<http://ppt.cc/U-b8>)。孿生之牆岌岌可危，質數的世界即將發生天翻地覆的變動。

.....

目前可公布的情報 (一):

數學家並不是靠視覺來捕捉質數的，他們似乎會利用質數定理來估計質數群的大略位置與數量。

目前可公布的情報 (二):

孿生之牆的外緣設有一個名為 upper bound 的甕城，作為護門之城。超大型數學家張益唐破壞的是 upper bound 的門，不是孿生之牆。

目前可公布的情報 (三):

有目擊者指出超大型數學家力量雖強，但動作似乎很緩慢，推測他的體力應該無法堅持到足以破壞孿生之牆。不過對於其他伺機湧進的奇行種數學家，仍不能掉以輕心。(詳見上網址)

目前可公布的情報 (四):

最內層的黎曼之牆裡面住的是王族 (質數分布的精密結構)。黎曼之城據說相當堅固，但如果被數學家攻破的話，質數就完了，關於快速分解質因數的祕密將可能曝光，其它的數學猜想也

可能會被證出來。

目前可公布的情報 (五):

數學家似乎沒有消化質數用的器官，換言之，並不是因為肚子餓才研究質數，似乎是興趣或是別的什麼目的。

情報解析

★ 質數定理

說明質數的分布，若以 $\pi(x)$ 代表小於 x 的質數的個數，則當 x 愈來愈大時， $\pi(x)$ 與 $x/\ln(x)$ 的比值趨近於 1。

★ 孿生之牆相應於孿生質數猜想

這個猜想臆測有無窮多對質數其差為 2。

★ 歌德巴赫之牆相應於歌德巴赫猜想

這個猜想臆測任何大於 2 的偶數都可以寫成兩個質數的和。

★ 黎曼之牆相應於黎曼假設(Riemann Hypothesis)

臆測黎曼 zeta 函數

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}, \quad s \in \mathbf{C}, \quad s \neq 1$$

其 non-trivial 零根的實部必是 1/2。

★ 張益唐證明了有無窮多對質數其差距小於 70,000,000。

延伸閱讀

1. 游森棚，孿生質數猜想，科學月刊，2013年8月1日，http://scimonth.blogspot.tw/2013/08/blog-post_9618.html.
2. 劉建亞，質數愈大愈孤獨 — 談質數分布，數理人文特刊，頁 38-43。
3. 王元，質數並不孤獨 — 孿生質數猜想，數理人文特刊，頁 44-48。

—本文主要內容為就讀美國西北大學數學研究所邱聖夫同學發表於 PTT 的文章，經編輯室整理後刊登—