

有朋自遠方來——專訪

Philippe Flajolet 教授



策 劃：劉太平

訪 問：黃顯貴、李宣北

時 間：民國99年3月12日

地 點：中中央研究院統計科學研究所

整 理：陳麗伍

Philippe Flajolet 教授 (姓氏的法文念法接近“符拉久類”), 生於1948年12月, 今年 (2011年)3月突然辭世。他的一生幾乎與演算法分析與解析組合兩個領域劃上等號, 是當今數學發展上少數以個人研究工作定義出整個領域的奇才與泰斗。他與普林斯敦大學計算機系教授 Robert Sedgewick 合著兩本書, (一本關於演算法分析, 另一本為解析組合), 皆為經典之作。由於大多數讀者可能對他的研究工作較為陌生, 筆者將另行撰文詳述。他於1994年選上法蘭西科學院准院士, 2003年正式成為院士, 他的突然過世使相關研究領域頓失棟樑。他為人和藹可親, 廣結善緣, 尤其對提攜後進更是不遺餘力, 受他影響與幫助的學者不計其數。去年 (2010年) 三月初訪台十日, 離台前作此訪談, 不料竟成絕響, 令人唏噓。 黃顯貴

李宣北 (以下簡稱「李」): 在開始正式訪問前, 容我先說明數學傳播是一份科普期刊, 讀者對象中包含中學以上的師生以及對數學有興趣的普羅大眾。請問你對科學的興趣是從哪時候開始? 以及如何培養的?

Philippe Flajolet (以下簡稱「F」): 就我的情形來說, 我的父母成年時正逢第二次世界大戰, 他們的教育也因此受到影響, 只比高中教育好一些。但我的祖父是里昂的天文學家, 在我出生後不久過世。祖母是中學老師, 她帶我們小朋友玩耍時都會有一些知性的活動。閣樓裡放

著數學、物理、科學還有天文觀測的書籍以及其他的儀器，小的時候，我總覺得那裡有股謎樣的氣息。後來又陸續認識祖父過去的同事，像天文台台長等。所以從小科學便縈繞在我腦海裡，當時多少帶著些神祕感，而比起商業活動、金融、財務等，對我而言科學一直都是比較重要且珍貴的。這大概也解釋了我傾向從事科學研究的背景。

李：所以你是里昂就學的？

F：沒錯。里昂是我出生的城市，而且我很幸運進入好學校就讀。這些辦得非常好的學校都是公立學校，而不是私立學校。大概13歲時，有一位畢業於巴黎高等師範學校 *École Normale Supérieure*¹ 的老師到我們學校教書。高等師範學校通常是訓練從事數學研究工作的人，很明顯的他對數學有一股熱情。很多人認為他教授的課程過於艱深，但他給了我很高的學習數學的動機，在我12歲到15歲的學習過程中，他扮演非常重要的角色。除此之外他還是那時候高中數學教育改革的推動者之一，這個把邏輯、集合論與形式化加入中學數學教育的改革運動最後很不成功，不過身為改革方案的原始提案人，又因為知道許多背後的理論，所以他有辦法把數學教得既有啟發性又能兼顧形式化的理論。

李：你提到的教育改革是什麼時候發生的？

F：應該是在1960左右。我1966年從中學畢業，所以改革應該是1960年代初期開始，一直延續到1970年代或1980年代初期才消退。

李：幾乎與美國和台灣的數學教育改革同時期發生？

F：我對美國或台灣的中學數學教育知道的不多。不過這些改革基本上可以說都是受到 Bourbaki²的影響。而像我這樣從事應用數學的數學家並不傾向 Bourbaki 這個方向。我可以理解走向形式化 (formalism) 有它正面的影響，但是我覺得這個時期的教育走得有些過頭，過度形式化了。所以我很慶幸自己受教育時不僅學到形式化的層面，而且也學到了背後的直觀。形式化的公理與直觀應該二者並行，但是若不了解背後的直覺就會造成過度形式化，以致於產生了反效果，像近來數學教材太重實用，不談證明的態度多少與此浪潮的反撲有關。

李：你說的中學教育指的是12到18歲嗎？

F：是，大概是從12歲起到18歲左右。因為教育體制不同，所以實際的情況不太好解釋。我那時的體制在法文中是 *lycée*³，或德語中的 *Gymnasium*⁴。從11歲或12歲開始到18歲，畢業後直接進入大學就讀。與美國的大專院校系統不同。

¹譯註：也是所謂 *Grande École* 之一。*Grande École*，法國政府為了培養社會菁英所設的高等教育機構。

²譯註：Bourbaki，為20世紀一群法國數學家發表一系列著作時共同使用之筆名。他們以建立完全奠基於集合論上的數學為標的，且重視數學證明的嚴格性，對後世數學有相當影響。

³譯註：*lycée*，法國教育體系的中等教育機構，約略等同於高中，中等教育完成時需要通過 *baccalauréat* 考試，以取得文憑。

⁴譯註：*Gymnasium*，歐洲部分國家中等教育機構的一種，約略等同於英國的文法學校或美國的大學預科學校。

黃顯貴 (以下簡稱「黃」): 你對語言學也十分感興趣。

F: 我就知道你會提到這個。那時候我在學校裡上的是一個特別的課程, 有非常優秀的老師, 包含文學與古典語文這兩科。大概 13 或 14 歲的時候, 其中一位老師用例子將印歐語系中各個語言之間的關係揭示得十分清楚, 那時候我的興趣已經在科學方面, 尤其是數學和物理, 但我還是做了些深入的瞭解與閱讀, 發現在自然語言中所謂的形態論 (morphology) 中有許多規律的結構。中文就不大一樣, 因為沒有動詞的變化和主、受格等字尾的變化。印歐語系中我所知道的語言, 例如拉丁文、英文和俄文, 它們的格與語音的變化有許多不可思議的規律。事實上在 1900 年左右語言學開始朝這些結構方向發展, 其中的規律、嚴謹與形狀的辨認, 引起我極大的興趣。這也許跟一般人所認為的透過形式練習來證明的數學不同。這裡必須透過對形狀的認知找出規律, 幾乎等同於進行數學研究的步驟。在教學的時候, 推導正式的證明是必經的過程, 你必須具備所有需要的技巧; 但對一個數學研究者而言, 所需要的能力是掌握輪廓、推出形狀或結構。從這方面來說, 這和一個 12、3 歲的青少年在學校學到的數學是不同的。

黃: 所以對你來說從自然語言到電腦語言是一個自然的轉變嗎?

F: 是順理成章。因為我自認為是數學家, 但是我想我應該算是半個數學家、半個電腦科學家, 雖然有的時候我也不確定自己到底是偏哪一邊。當我在巴黎綜合理工大學 École Polytechnique 就讀時, 課程的重心大部分在實分析。

黃: 是因為 Bourbaki 的關係?

F: 應該是受到 Laurent Schwartz⁵ 的影響。雖然他沒有教我那年的課, 但是他是分布理論 (distribution theory) 的奠基者, 再加上當時普遍認為數學應該配合數學物理及物理學本身發展的需要, 所以比較不強調離散數學。不過, 在我就讀的時候, 理工大學開始正式考慮是否要加強這方面的課程, 也就是說增加語言學、形式語言等。因此後來的數學邏輯課程就是朝這個方向發展的。我也是在這個時候遇見我的博士論文指導教授 Maurice Nivat⁶, 不僅如此, 後來經由他的介紹得到我的第一份類似於研究助理的工作。

李: 所以你先在理工大學就讀, 後來才去巴黎第七大學?

F: 我在 1973 年得到巴黎第七大學的博士學位, 這是因為當時的理工學院不授與博士學位。那時候我完成理工大學的課業, 然後修了一個類似碩士的學程, 大約三年後拿到博士學位。這是當時一般的模式。不過那時我很幸運, 很快便受聘為 INRIA⁷ 的助理, 就這樣一路升遷任職到現在。那時雖然是研究助理, 但是我們都相當獨立。有些事也許值得一提, 當初是論文

⁵譯註: Laurent-Moise Schwartz (1915-2002), 法國數學家, 曾是 Bourbaki 一員, 1950 年獲得 Fields medal, 他的分佈論的工作給予諸如狄拉克 δ 函數等清晰的數學定義。

⁶譯註: Maurice Paul Nivat (1937 -), 法國電腦科學家, 是理論計算科學的奠基者之一。

⁷譯註: INRIA (L'Institut national de recherche en informatique et en automatique), 法國國家資訊與自動化研究所。

指導教授引介擔任這個職位，後來我加入了法蘭西理論計算機學派，這是 1971、72 年的事，距今也有 40 年了。這是個頗具規模的學派，大部分學者都具有形式語言以及自動機 (automata) 理論的基礎。當時為首的主要人物是 Marcel-Paul (“Marco”) Schützenberger⁸，他著有形式語言學的書籍，並曾與 Noam Chomsky⁹ 合作。Chomsky 是 MIT 的有名的語言學家，後來也熱衷於政治議題。

黃：你後來從程式語言轉換到比較解析的結構分析？

F：我從形式語法及自動機這邊開始研究，這是計算機科學中的一支，探討所謂問題的可決定性 (即是否存在有限時間內可做完的演算法來解該問題)，也是我博士論文的主題。其後，我覺得這個領域稍嫌枯燥。我想人各有所好，有人鍾意研究邏輯、有人選擇研究代數，我很幸運在學生時代曾讀到 Louis Comtet 寫的有關組合分析的書，英文書名是「Advanced Combinatorics」，法文書名是「Analyse Combinatoire, Tomes I et II」，兩冊分別約 150 頁的小書，這書至今仍在流通。我還清楚記得學生時代，放假時坐在亞德里亞海邊 (Adriatic) 的沙灘上讀這本書。我對這個所謂的組合分析頗為喜愛，只是沒有機會實際應用。在我完成博士論文後，Jean Vuillemin¹⁰ 從史丹佛 (Stanford) 大學返國，他只大我一歲，在史丹佛作的論文方向與我相近，都是語意學 (semantics)。不過他受到一個人極大的影響，這個人直到現在仍是這個領域的巨人，Donald E. Knuth¹¹，TeX 軟體的創建者。當時 Jean Vuillemin 滿腦子都是有關演算法分析的想法，而我在這方面知道得很少。大概在 1975 或 76 年的時候，我發現我心中真正喜愛的組合學在分析演算法的效能時可以派上用場。

李：當時綜合理工大學的實分析課程是否由 Gustave Choquet¹² 講授？

F：是的，我念書時上過 Choquet 教授的拓樸學及實分析，大部分是拓樸。另外，我也很幸運上到 Jacques Neveu 教的課，他是知名的機率學家，也是極好的分析老師。他教我們測度論、機率等課程。

李：所以，你有很扎實的數學背景。

F：是啊，綜合理工大學是個很奇特的機構。早年它是訓練工程師的機構，其後在拿破崙時代改為砲兵軍官學校，直到二百年後的今天它仍是一個實行軍事管理的學校。不過，後來有較多非軍事方面的活動，這些演變涉及複雜的歷史。不過基本上，那裡的訓練極好，許多課程都是由數學大師講授，是非常好的學校。

⁸ 譯註：Marcel-Paul (“Marco”) Schützenberger (1920-1996)，法國數學家與醫生，他的工作影響了形式語言，組合數學與資訊理論。

⁹ 譯註：Avram Noam Chomsky (1928-)，美國語言學家，哲學家，認知科學家，被尊為現代語言學與認知科學之父，2010 年 8 月曾訪台。

¹⁰ 譯註：Jean Vuillemin，法國電腦科學家，現任教於巴黎高等師範學校。

¹¹ 譯註：Donald E. Knuth (1938-)，美國電腦科學家，被譽為現代電腦科學的鼻祖，在電腦科學及數學領域發表了多部具廣泛影響的論文和著作。

¹² 譯註：Gustave Choquet (1915-2006)，法國數學家，他的貢獻涵蓋了泛函分析，位勢論，拓樸學與測度。

李：能入學的學生是不是在數學與物理方面都很強？

F：是的，入學考試基本上是看數學與物理。

李：只有這兩科？

F：不全然是，還是有化學、語言等其它的科目，但是不同的科目比重不同，再加上數學和物理的成績。入學後，大致是二種學程，一是主修數學、輔修物理，或是反過來主修物理、輔修數學。

李：我想把話題拉回中學教育，你們中學裡有哲學或類似的課程嗎？

F：這是個很有趣的問題。對於目前的情形我不太清楚，因為我幾乎已經是一個老人了。但是我念書時，在正統的中學我們至少要上六年的拉丁文，六年的法文，包括語言、文學與語文的歷史。這大概是中學前四年最主要的課程，數學其次，或者應該說拉丁文、法文、數學並重。在這個系統下，四年後才開始分科，可以選擇以語文為主的學程，或是數學與基礎科學的學程，以及一個三年的實驗科學學程。如今的情形更加複雜，因為引進了更多包括技職導向的學程，而傳統教育的課程已經淡化或式微。另一方面，文學課可能會要求作所謂的作文分析。當時我們還在上古法文。這門課就會要求有系統的整理文法以及對文句作邏輯的分析。我認為在高中的前二年，這是絕佳的訓練。其後，會要求解讀文本，評論文本是否有歷史或文學上的典故、出處等。再後來，對像我這樣選擇數學的學生，這些課的比重就沒那麼重，此時數學成為最重要的科目。很可惜我們一直到高中最後一年才有哲學課，而且每周大概只有2小時，雖然如此，我卻對它有很好的回憶，老師們非常有趣，他們試著介紹認識論 (Epistemology) 及科學史的一些想法，這些都讓人耳目一新。

李：這樣的課程訓練是否對你日後的學術生涯以及你的思維有任何影響？

F：當然有，這種比較古典式的教育影響很大。拉丁文有點與中文相反，字尾隨著數、格、性、時等變化，必須具備邏輯的腦袋才能清楚掌握這些變化。我們有許多這樣的訓練，而經由這些練習我也真正深入瞭解句子的構造。現在，有些人雖然高中畢業，卻仍有閱讀上的困難。我認為我們那時候，最初幾年的深度閱讀是很好的訓練。哲學是很重要的，也許對每個人都重要，但是我對於逐字的評論文章，比較各個作者，上下文等並不是那麼感興趣。

黃：有一點很明顯，你寫的文章思路明晰，結論清楚而易讀。

F：在這方面也許古典訓練真的有幫助，但我必須說，前面提到的 Jean Vuillemin 以及其他來自美國，從事正在萌芽階段的計算機科學研究的年輕科學家們，帶來了不同的寫作風格。雖然，我成長在一個比較傳統的年代，現在看來也許太傳統。我們今天仍然可以讀到有些文章不解釋寫作的動機，不提未來可以繼續的研究方向或甚至沒有結論，諸如此類的文章，誤導讀者對好的數學文章的認知。很幸運的，Knuth 這一派有書寫清楚、標明具體想法的傳統，而我也受到影響。

黃：從1970年代以來，理論計算科學在法國蓬勃發展，非常活躍，是否請你描述一下演進的過程？

F：好的，1970年代，大多數的理論工作都圍繞在計算模型上，包含自動機 Turing 機，以及一些理想化的抽象機器，可是問題在於能夠用它們或其它有限的機器來描述什麼？它們可以發展出什麼形式上的功能？其後1970年代晚期到1980年代初期，在法國包括我在內的一些人嘗試考慮複雜度 (complexity) 這個概念。複雜度不僅涉及實用，如機器運作指令所需的成本多寡，我認為它也是一種概念，是我們不甚了解而且潛藏在演算法的動態行為中，經常需要深思熟慮才能釐清的一種思想上的概念。所以時序進到1980年代，複雜度的概念也變得更重要，並且漸漸形成一個新的演算法學派。以我自己的經驗來說，因為身邊有些人對計算機代數有興趣，所以不管是以它作為工具或是因為它本身的理論，我們逐漸對它感到興趣，因而促成1990年代更進一步的發展，包含一連串數學與計算機科學更密切的互動。這些可以稱作理論計算機科學，我認為更正確的說法應該包括計算機代數、計算幾何、演算法分析、以及與我的領域較遠的有關機器證明程式性質的方向。這是以模型為主來發展程式的證明系統，在數學邏輯有一部份的發展也是因為在計算機科學中有自動驗證程式性質的需要。在這一方面，例如幾年前有科學家成功地發展了一套軟體，可以證明有名的四色問題 (即所有平面地圖在相鄰兩區須異色限制之下只須四個顏色即可完全上色)，這是第一個完整地由計算機執行且驗證的證明。這絕非表面看起來那樣簡單，不僅證明本身需要設想周全，還需要設計這個證明系統的人有極高的智力，才能處理技術上非常困難的問題，並且實際驗證它。

李：未來電腦可不可能取代數學家的工作？

F：嗯，我個人認為應該不會。從1960年代開始，便有許多關於人工智慧的預測，認為將來電腦可以解決一切。要知道我們人類擅長組織、思考與建構。這些層面雖然電腦極有助益，但即便是在百年後，我認為依舊無法取代人類。

李：所以雖然我們可以用電腦來證明定理，但是這條路似乎還很漫長。

F：是呀，再以有名的四色定理為例，雖然最終所有細節都讓計算機來驗證，但從一開始的想法到步驟設計，知道電腦能做什麼，都得靠人腦依賴許多背景知識才能完成。現今電腦仍無法獨立從事此種創造性的工作，這種現象可能還會持續至少幾十年。

黃：還有一些數學領域像機率、統計，你都曾密切合作過。

F：是的，我們來到顯貴和我都有興趣的複雜度領域。所以你有一個計算的問題，通常解決問題需要計算成本，我們就把這個成本的度量稱做複雜度，解題所需的計算量與資料的大小有關，因此就產生了複雜度的函數。當然問題越難，複雜度函數的值就越大。有很長一段時間，人們考量複雜度問題的時候，著眼的都是最壞的情況，比方說將整副牌排序，最糟的情況是

什麼，許多計算機科學家如 Knuth, Michael Rabin¹³ 都研究過這類問題，結果發現真正有關、而且比較重要的不是最壞的情形，而是大多數情況發生的機率。假如你的問題是將資料排序，你所關注的焦點不是去設想有個虛擬的魔鬼，知道你下一步要做什麼，然後讓你每一步都碰上最壞的窘境，而是著眼於最有可能發生的狀況。也就是應當關注於有較高機率或有相當機率發生的情形，而不是一味悲觀地考慮所有最差的情形。這個試圖了解演算法的複雜度的領域，因此很自然地與機率論的數個領域相接，特別是離散隨機變量 (discrete random variables) 以及離散模型 (discrete models)。演算法分析目前與上述領域有很頻繁的接觸與交流。而當今隨機離散結構發展的重要一環，便是嘗試瞭解這些結構 (如隨機圖、隨機排列、隨機字串等) 的極限隨機行爲。

李：許多學生覺得數學很難，如果他們把數學當成一種語言，是否比較容易些？

F：我不確定，在某些意義上，數學是一種語言，因為它把許多自然界的事物形式化，幫助我們分析了解人、事、物等等。但是數學的推理，歸納是非常重要的。我認爲數學是訓練人類如何處理複雜的結構，以及結構與結構之間關係的一種方法。你必須學習如何用數學來推理，而不僅僅把它看作定義的集合。當然定義很有用也很重要，但是我認爲完整的概念化對於思考世界或社會等結構極有幫助。如果受過數學訓練或律師訓練，對社會或經濟會有截然不同的看法，並且受益於這些看法。

黃：如果時間倒轉三、四十年，你還會選擇走同樣的路嗎？

F：現在回過頭來看，我在很多方面都滿幸運的。因爲有些決定實際上不是我能掌握的。首先，要進高等師範學院，或是綜合理工大學，二者都是 Grande École¹⁴，也都是競爭激烈，大家搶著要進的學校。入學考試時我很篤定，可是很慚愧的高等師範學院我落榜了，而綜合理工大學卻輕鬆上榜，所以我就進了綜合理工大學，雖然它可能不是我的第一志願，不過卻是我父親的首選，因爲畢業後很快就有不錯的工作。在1960年代學運不久之後我進入大學，我不喜歡成天接受軍事管理，所以沒有選太多課，也蹺掉沒有興趣的課，也就是說我不願意走大家認定的通往研究的主流方向。某種意義來說，我偏離了數學分析，雖然當時那是我喜愛的科目，這個轉向也許可以歸因於當時所處的環境與背景。然後過去對自然語言的興趣不經意地幫助我進入與計算機科學相近的形式語言學。我也選修邏輯和 decidability theory，加上有一位教授約好了要見我卻爽約了，於是我雖然不知道任何計算機科學，卻還是轉回理論計算機科學，而當時知道計算機科學的人也很少。有一天，教授同我以及一位一起工作的朋友說：「我的機構有二個位子，你們有興趣嗎？」我從來不曾聽過這個機構，但這是我僅有的機會，就接受了。這個機構原先叫做 IRIA¹⁵，現在叫做 INRIA。所以沒有經過太大的困

¹³譯註：Michael Rabin (1931-)，以色列計算機科學家，1976年獲頒 Turing Award。

¹⁴譯註：Grande École，法國政府爲了培養社會菁英所設的高等教育機構。

¹⁵譯註：IRIA (Institut de Recherche en Informatique et en Automatique)，INRIA 的前身。

難我就找到了事。那裡有一個人叫做 Marco Schützenberger，事實上我才讀到關於他的文章，沒想到一個星期後就見到他。那是像西部拓荒時代般的場景，沒有一樣東西是就緒的，沒有所謂的資深資淺，每個人都在20多歲到35歲之間，而這個領域是前所未有的。我想我真是非常非常的幸運，一連串的因緣際會，讓我走上這條路。不過品味很重要，而建立發展自己的品味，並且選擇受適當的大師影響也是很有幫助的。

李：你都一直待在巴黎？

F：是的，40年後我仍待在最初雇用我的機構。

李：可否給那些對科學感興趣的年輕學生提些建議？

F：我認為學習科學是一個奇妙的經驗，它的奇妙在於不僅可以發展心智，還可以發展人格。如果你喜歡科學，別遲疑，熱愛它，學習它，但不一定用傳統的方式學習，嘗試發展自己的品味，多讀書（可以自己找書，買書並瀏覽），喜歡的話閱讀科學雜誌，也可以利用網路學習，並規劃自己的小型研究計畫，即便是錯的也沒關係，開拓自己的想法。從我自己的經驗，我發覺如果你站在數學與理論計算科學的交界處張望，你會看到從另一邊來的許許多多有趣的問題。所以如果你對應用感興趣，多留意物理、工程以及資訊科學方面的動向。

李：謝謝您撥出時間接受我們的訪問。



此圖表由黃顯貴教授提供

—本文訪問者黃顯貴任職中央研究院統計科學研究所，李宣北任職中央研究院數學研究所，整理者陳麗伍為中央研究院數學研究所助理—