本期演練試題

數學科模擬試題一

朱建正 設計

說明： 此模擬考試的份量嫌重些。但因主要在提供同學參考，所以不想刪減。若是刪去計算繁的28, 34, 與難的 23 題，分量就差不多。

作者的一些感想：

1. 要求每年的聯考試題平均涵蓋高中三年的數學課程，毫無道理。不過，要求每三、四年的試題合起來，大致涵蓋高中的課程，並且允許偏重一致公認的重要基本概念，則較爲合理。學生本來就應該就全部課程，依重要、次要的次序來準備考試，不可以拿去年的試題做準。例如臺大研究所入學考試的複變，去年出的分歧點與單值支，保角映射，今年都沒考，卻考伽傌函數，倒是今年師大研究所入學考試考了分歧點與單值支。

2. 舊題和新題的平衡，對命題者而言，是非常困難的。命題者有能力全出新題。但是學生方面要配合。第一，學生平常要養成解題思考的習慣，不能看見陌生題就不敢做。第二，學生的基本解題的方法和計算，必須純熟，而不可專背公式。其次，考試的時間必須增加，目前各科一律80分鐘的做法不合理。日本的數學入學試，至少爲兩小時。我監考時，三民主義提前交卷的人很多，國文也有幾個，其他各科則極少見。但是照目前情形，全出新題，則可能重演50年的壯觀。所以命題者必須遷就考生，畢竟會做老套，公式記得牢的學生，還是比數學一竅不通的人可取。本試題的丙、己，27，應屬舊題，午題爲去年考過的類似題。

3. 新題必須經過考驗，才可以確定是否好題。高中教師們只要能夠勤勉進修，即可時時創作新題，然後由教學研究會討論後，出給學生做。例如我的甲題的由來是這樣的。我讀到偶完全數的個位數字不是 6 就是 8 的記載（參考科月三月號，益智益囊集），它的證法利用同餘原理，以及任意正整數的幕次的個位數字一定是循環的。因此我想到找 $w^{10}=1$ 的根，它恰好是 cos36°，與正十邊形做圖有關。所以一切線索都在高中範圍內。癸題是我在教微積分課上發現的習題，我發現高中的知識就可以做。我舉這兩個例子說明，大專聯考的新題可能就是經由類似的途徑，由命題者想出來的，倒不見得一定是抄日本，或抄歐美。最後並請讀者參閱本期某高三同學的投書，我這兒的 2，可算是對他的一點答覆。

〔甲〕 設 $w=\dfrac{(\sqrt{5}+1)}{4}+\dfrac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}i$，若已知 $w_k=1$，則

1. (A) $k\in\{7,9,11,13\}$，(B) $k\in\{6,8,10,12\}$，
(C) $k\in\{15,20,25,30\}$，(D) $k\in\{9,12,15,18\}$，
(E) $k\in\{15,30.45\}$ （複選； 3 分）

2. w 的 $2^{18}+3^7+5^8+7^{11}+9^{13}$ 次方的值爲 $\equiv 8 \pmod{10}$
(A) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}+\dfrac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}i$ (B) 1
(C) $-\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}+\dfrac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2}i$ (D) $-w$
(E) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}-\dfrac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}i$ （單選； 4 分）

〔乙〕 從12個全等正三角形中，取 8 個做正八面體，另 4 個做正四面體，則此二多面體的體積之比爲

4. (A) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{3}}$ (B) $\dfrac{3\sqrt{3}}{16\sqrt{2}}$ (C) $\dfrac{1}{3}$ (D) $\dfrac{1}{2}$ (E) $\dfrac{1}{4}$（單選； 5 分）

〔丙〕 聯立方程式

$$\begin{cases}2x+y-2z=1\\4x-2y+3z=2\\6x+3y+z=3\end{cases}$$

的整數解的個數爲

6. (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) ∞ （單選；3分）

〔丁〕 $\arctan x+\arctan y=\arctan\dfrac{x+y}{1-xy}+\mu(x,y)\cdot\pi$

此處的 arctan 表主值，在$-\dfrac{\pi}{2}$到$\dfrac{\pi}{2}$之間。則

8. (A) $\mu(5,6)=1$. (B) $\mu\left(\dfrac{1}{3},\ \dfrac{-1}{3}\right)=0$,
(C) $\mu\left(\dfrac{-1}{4},\ 5\right)=-1$ (D) $\mu\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{3}\right)=1$,
(E) $\mu(-2,-1)=0$ （複選；3分）

〔戊〕 由$x=2$, $y=4$, $x+y=0$所圍成的三角形的面積設爲A，由它的三個傍心（卽兩外角分角線及一個內角分角線的共同交點）所圍成的面積設爲Σ，則

10. (A) $A=20$ (B) $A=18$ (C) $A=15$
(D) $A=16$ (E) $A=36$ （單；3分）

11. (A) $\Sigma>4A$ (B) $\Sigma<5A$ (C) $\Sigma>3A$
(D) $\Sigma<6A$ (E) Σ爲無理數 （複選；5分）

〔己〕 設α, β, γ爲方程式$3x^3-6x^2+7x-1=0$之三根，又設

聯立方程組$\begin{cases}\alpha^3x+\alpha^2y+\alpha z=1\\\beta^3x+\beta^2y+\beta z=1\\\gamma^3x+\gamma^2y+\gamma z=1\end{cases}$ 之根爲(x,y,z)，則

13. (A) $x+y+z=4$ (B) $x>y>z$ (C) $z>x>y$
(D) $-5x-\dfrac{2}{3}y+2z=3$ (E) $2x+y=0$ （複選；4分）

〔庚〕 通常普通議案通過至少需到會人數的$\dfrac{1}{2}$贊成，重要議案則需$\dfrac{2}{3}$。今有某機關開會，普通議案通過需25票，重要議案需33票，問可能有多少人到會？

15. (A) 46。 (B) 47。 (C) 48。 (D) 49。
(E) 50。 （複選，4分）

〔辛〕 某細菌在理想狀態下增殖，每分鐘增加一倍，設20分鐘後，數目到達一億個。試問什麼時候，細菌數爲1,562,500個？

17. (A) 18分 (B) 17分 (C) 16分 (D) 15分
(E) 14分 （單選，4分）

〔壬〕 設$r=\dfrac{1}{2+\cos\theta}$的圖形爲$L$，$r=\dfrac{1}{1-\cos\theta}$的圖形爲$M$, $L\cup M$將平面分成n個區域，其中有兩個爲有限區域，一個爲凸域，另一個不是凸域。（※若任意兩點在域內，則其連線段亦在域內，此稱爲凸域。）

19. (A) M爲雙曲線 (B) L爲拋物線 (C) M爲拋物線
(D) M爲橢圓 (E) L爲橢圓。 （複選，3分）

20. (A) L,M共有兩個有限交點 (B) L,M有四個有限交點，
(C) L,M有一個有限交點 (D) $n=5$
(E)兩有限區域中，凸域較非凸域的面積小。（複選，3 ）

〔癸〕 平面上有三點$(-1,0)$, $(2,0)$, $(0,2)$，設此三點至直線$y=ax+b$的距離爲d_1,d_2,d_3。並令$d=\text{maximum}(d_1,d_2,d_3)$。試決定$a$, b之值，使d爲最小 （複選，5分）

22. (A) $1-b=ab$ (B) $b<2$ (C) $a>0$
(D) $b=\dfrac{1}{2}$ (E) $2b+a=0$

在區間〔1, 3〕用線性函數$ax+b$來近似地代替函數x^2，使得絕對偏差$d=\underset{1\leq x\leq 3}{\text{maximum}}|x^2-(ax+b)|$爲最小。則

23. (A) $a+2b+5=0$ (B)此時$d=\dfrac{1}{2}$ (C) $a\in\{2,3,4\}$
(D) $a\in\{1,3,5\}$ (E) $a+2b+3=0$ （複選，5分）

〔子〕 考慮方程式$\left|\dfrac{x}{a}\right|^n+\left|\dfrac{y}{b}\right|^n=1$的圖形，$a>b>0$，$n>0$，則

25. (A) $n=1$的圖形爲長方形 (B) $n=2$的圖形爲橢圓，
(C)當n趨近於無窮大時，圖形接近於長方形
(D)不論n爲多少，圖形通過4個定點，
(E)當n趨近於0時，圖形趨近於截取坐標軸而成的十字。 （複選，5分）

〔丑〕 賭客付給莊家A元後，可以投擲兩個骰子，其中一個爲公正骰子，另一個出現每個偶數的概率爲$\dfrac{2}{9}$，出現每個奇數的概率爲$\dfrac{1}{9}$。設兩骰現出之點數之和爲n，則莊家需付n元給賭客。當A爲若干時，此爲公平賭博？（取近似值）

27. (A) $A=5.5$元， (B) $A=6$元， (C) $A=6.5$元
(D) $A=7$元 (E) $A=7.5$元 （單選，6分）

接上題，令公平骰子出現偶數之事件爲E，兩骰和爲n的事件爲S_n，則

28. (A)當n爲奇數時，E與S_n爲獨立事件
(B)當n爲偶數時，E與S_n爲獨立事件。
(C)對所有n, E均與S_n相關。
(D)除了$n=4$時，E與S_n，獨立外，其餘均相關。
(E)對所有n, E均與S_n獨立。

〔寅〕 216 塊正方塊積木，堆成一個大立方體。現將此大立方體之5面塗漆。則僅有一面塗漆的方塊有

30. (A)72 (B)80 (C)88 (D)96 (E)104 (單選，3 分)

僅有二面塗漆的方塊有

31. (A)24 (B)28 (C)32 (D)36 (E)40 (單選，2 分)

三面塗漆的方塊有

32. (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0 (單選，2 分)

四面塗漆的方塊有

33. (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0 (單選，2 分)

〔卯〕 求 n! 有一個近似公式，即

$$n!\sim\sqrt{2\pi}n^{n+\frac{1}{2}}e^{-n}.$$

用上述計算公式，從52張牌中取13張的組合總數，用科學記法，答案設爲 $\alpha\times10^{\beta}$，則

34. (A) $\beta\in\{9,11,13\}$ (B) $\beta\in\{8,10,12\}$, (C) $\beta\in\{7,8,9,10,11\}$ (D) $\beta\in\{9,12,15\}$ (E) $\beta\in\{11,12,13,14\}$ (複選，4 分)

※參考數據：$\log_{10}2=0.30103$, $\log_{10}3=0.47712$
$\sqrt{2\pi}=2.51$ $\log_{10}7=0.8451$ $\sqrt{13}=3.6$

52張牌，平均發給 4 人，共有多少種方法？答案設爲 $r\times10^{\delta}$，則

35. (A) $\delta\in\{21,24,27,30\}$ (B) $\delta\in\{22,24,26,28\}$ (C) $\delta\in\{20,25,30\}$ (D) $\delta\in\{23,25,27,29,31\}$ (E) $\delta\in\{23,25,28,31\}$ (複選，4 分)

〔辰〕 令 $e_1>e_2$ 爲已知。對應於非零的 x，y，q 的分式方程式

$$\frac{x_2}{q-e_1}+\frac{y^2}{q-e_2}=1$$ 的根爲 q_1, q_2，則

36. (A) q_1, q_2 爲共軛複數 (B) $q_1<0, q_2<0$ (C)設 $q_1>q_2$，則 $q_1>e_1>q_2>e_2$ (D)設 $q_1>q_2$，則 $q_1>0, q_2<0$ (E) q_1, q_2 的性質，隨 x，y 之值而變。(複選，2分)

今設 $\alpha>6>\beta>2$，$\dfrac{x^2}{\alpha-6}+\dfrac{y^2}{\alpha-2}=1$ 之曲線爲M，$\dfrac{x^2}{\beta-6}+\dfrac{y^2}{\beta-2}=1$ 之曲線爲N，則有

37. (A) $M\cap N$ 爲四點的集合 (B) M 與 N 的焦點相同 (C) M 與 N 皆爲橢圓 (D) $(0,2)$ 爲 M 的焦點之一 (E) M 的離心率爲 $\dfrac{2}{\sqrt{\alpha-6}}$ (複選，3 分)

〔己〕 三維空間中，有平行六面體。已知頂點 $(4,5,3)$，$(3,5,8)$，$(5,2,3)$ 與頂點 $(1,2,3)$ 相隣。令此平行六面體體積爲V，則

41. (A) V 爲 6 的倍數 (B) V 爲 5 的倍數 (C) V 爲 9 的倍數 (D) V 爲 8 的倍數 (E) V 爲 7 的倍數 (複選，4 分)

〔午〕 設 $\begin{vmatrix}1 & x & x^3 & x^5\\ 1 & y & y^3 & y^5\\ 1 & z & z^3 & z^5\\ 1 & u & u^3 & u^5\end{vmatrix}=(x-y)(x-z)(x-u)(y-u)(z-u)\times(\alpha\Sigma x^3+\beta\Sigma x^2y+\gamma\Sigma xyz)$

式中 Σx 表示所有同形項的和，則

42. (A) $\alpha+\beta+\gamma=1$ (B) $\alpha+\gamma=0$ (C) $\beta+\gamma=-1$ (D) $\alpha+\beta+\gamma=3$ (E) $\alpha+\beta=1$ (複選，3分)

數學科模擬試題二

林 聰 勤 設計

1. 設 x，$y\in R$，若A表 $x^2+y^2<1$，B表 $|x|+|y|<1$，C 表 $|x|<1$ 且 $|y|<1$，則① A是B的必要條件② A是C的必要條件 ③ B爲A的充分條件 ④ B爲C的充分條件 ⑤ C是A的充分條件

2. 設 n 爲介於 400 到1000之間的自然數，已知 n 除以 7 餘 4，除以 5 餘 3，除以 3 餘 2。設如此之 n 共有 k 個，總和爲 s，則① $k=5$ ② $k=6$ ③ $k=7$ ④ $s=4143$ ⑤ $s=4413$

3. $f(x)=8x^5+12x^3+lx^2+mx-7$ 除以 $2x^3+x^2+nx-4$ 除 $2x^2-x-3$，則① $l+m+n=6$ ② $l+2m+3n=10$ ③ $l+m+n=-6$ ④ $l+2m+3n=-10$ ⑤以上皆非。

4. $\dfrac{15x^3+x+26}{(2x-3)(x+1)^4}=\dfrac{a}{2x-3}+\dfrac{b}{x+1}+\dfrac{c}{(x+1)^2}+\dfrac{d}{(x+1)^3}+\dfrac{e}{(x+1)^4}$，$a$，$b$，$c$，$d$，$e\in R$ 則① $a=2$ ② $b=3$ ③ $c=5$ ④ $d=-10$ ⑤ $e=-5$

5. $\forall x\in R$, $ax^2+(a-1)x+(a-1)<0$ 恒成立，則實數 a 的集合爲① $\left\{x\,|\,x<\frac{-1}{3}\right\}$ ② $\left\{x\,|\,x>1 \text{ 或 } x<\frac{-1}{3}\right\}$ ③ $\left\{x\,|-\frac{1}{3}<x<1\right\}$ ④ $\left\{x\,|-\frac{1}{3}<x<0\right\}$ ⑤ $\left\{x\,|-1<x<\frac{-1}{3}\right\}$

6. 使 $1+\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2+\cdots\cdots+\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}>198$ 的最小自然數 n 爲①11 ②12 ③13 ④14 ⑤15
($\log 2\doteq 0.3010$, $\log 3\doteq 0.4771$)

7. 已知 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=3n^2$, $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{a_2+a_4+\cdots+a_{2n}}-\sqrt{a_1+a_3+\cdots\cdots+a_{2n-1}})=$① $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ③1 ④ $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ⑤ $\sqrt{2}$

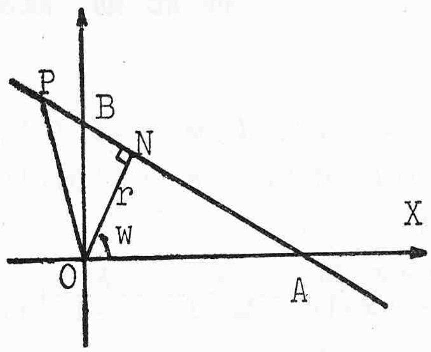
8. 方程式 $2ax^2-(a+1)x-6=0$ 的二根 α,β 爲 $-2<\alpha<-1$, $1<\beta<2$, 則實數 a 的區間爲① $\left(\frac{2}{5},\ \frac{4}{3}\right)$ ② $\left(\frac{4}{3},\ \frac{5}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{3},\ 7\right)$ ④ $\left(\frac{2}{5},\ 7\right)$ ⑤以上皆非。

9. $f(x)=3x^5-x^4-2x^2+5x-4=0$ ①無負根 ②至少有一正根 ③有2實根3虛根 ④無實根 ⑤無「有理根」。

10. $\log_x(4x-3)>2$ 的解爲 $a<x<b$ 或 $b<x<c$，則 $a+b+c=$① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{15}{4}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{19}{4}$

11. $\log_{(x-1)^2}(x+1)=\log_{x+1}(x-1)^2$ ①無整數根 ②有無理根 ③有負根 ④恰有3實根 ⑤以上皆非。

12. 如圖，直線 L 分別交 x 軸，y 軸於 A, B。$\overline{ON}$ 垂直 L 於 N。設 $ON=\gamma$, $\angle AON=\omega$，則① $AN=\gamma\tan\omega$ ② $\frac{BN}{AN}=\cot^2\omega$ ③ $AB=\frac{\gamma}{\sin 2\omega}$ ④ $\overrightarrow{ON}=(\gamma\cos\omega,\ \gamma\sin\omega)$ ⑤ $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{ON}=\gamma$



13. $0\leq\theta\leq\pi$, $t=24\cos\theta-7\sin\theta$，則①在 $\theta=\pi$ 時，t 有極小値，② t 的極小値爲 -24 ③ t 的極小値爲 -25 ④ t 的極大値爲25 ⑤ t 的極大値爲24。

14. $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, A 在 $\overleftrightarrow{BC}$ 上的投影爲 H，若 $\overrightarrow{AH}=k\vec{a}+l\vec{b}$，且 $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=\sqrt{2}$, $\angle A=\cos^{-1}1/\sqrt{6}$，則① $k+l=2$ ② $2k+l=1$ ③ $k-2l=1$ ④ $4k+l=2$ ⑤ $2k-l=0$

15. 某人在 A 點測得一山頂 C 的仰角爲 28°，面向 C 點水平前進 1000 公尺到 B 點再測得 C 點的仰角爲 40°，則山高爲①1303 ②1356 ③1408 ④1451 ⑤1505公尺。

x	cos 12°	cos 28°	cos 40°	cos 50°	cos 62°	cos 78°
$\log x$	$\bar{1}.9904$	$\bar{1}.9459$	$\bar{1}.8843$	$\bar{1}.8081$	$\bar{1}.6716$	$\bar{1}.3179$

x	1.303	1.356	1.408	1.451	1.505
$\log x$	0.1149	0.1322	0.1485	0.1618	0.1775

16. 一直線通過原點且將以 $A(1,0), B(0,1), C(2,0)$ 爲頂點的三角形分成等面積的兩部分。設此直線斜率爲 $\frac{\sqrt{a}+b}{4}$, $a, b\in Z$，則 $a+b=$①11 ②12 ③13 ④14 ⑤15。

17. 設某廠生產蘆筍汁和蕃石榴汁。假定市場不成問題，但由於廠內固定設備和人力的限制，使廠主對兩類果汁的產量須加控制，以謀最大利潤。已知

	採收	加工	包裝	利潤
蘆筍汁每10公斤須費	2人小時	1人小時	1人小時	60元
蕃石榴汁每10公斤須費	0.5人小時	2人小時	1人小時	40元
設備和人力的限制使一天最多只能提供	80人小時	120人小時	64人小時	

問蘆筍汁、蕃石榴汁各生產多少可得最大利潤？ ①兩類產量一樣 ②蘆筍汁 80 公斤，蕃石榴汁 560 公斤 ③只生產蘆筍汁 ④只生產蕃石榴汁。 ⑤蘆筍汁 560 公斤，蕃石榴汁80公斤。

18. 點 $P(1,0,-1)$ 到兩平面 E_1: $2x-3y+4z+9=0$, E_2: $x+y-3z-3=0$ 的交線 L 的距離爲 ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$。P 關於 L 的對稱點爲 $P'(a,b,c)$ 則 ④ $a+2b+c=0$ ⑤ $a+b-c=0$

19. 已知 $x^2+y^2-8x-12y+43=0$，而 $\frac{x-2y+11}{2x+3y-14}$ 的極大値爲 M，極小値爲 m，則 $M+m=$① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{20}{3}$ ⑤ $\frac{22}{3}$

20. 錐線 $x^2+2\sqrt{3}xy+3y^2+8\sqrt{3}x-8y+12=0$ 的①頂點爲 $\left(\frac{3\sqrt{3}}{8}, \frac{-3}{8}\right)$ ②焦點爲 $\left(\frac{-7\sqrt{3}}{8}, \frac{7}{8}\right)$ ③準線爲 $\sqrt{3}x-y-1=0$ ④焦距爲 1 ⑤以上皆非。

21. 錐線 $P:36x^2+24xy+29y^2+120x-10y-55=0$ 的①對稱中心爲 $(-2,1)$。過焦點的對稱軸的斜率爲②$\frac{4}{3}$③$-\frac{4}{3}$ ④$\frac{3}{4}$ ⑤$-\frac{3}{4}$。

22. Γ 同 21 題。經坐標軸平移及旋轉一正銳角後，可將 Γ 標準化爲①$\frac{x''^2}{9}+\frac{y''^2}{4}=1$ ②$\frac{x''^2}{4}+\frac{y''^2}{9}=1$，Γ 的離心率爲 ③$\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④$\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤$\frac{2}{3}$

23. 設 $P(a,b)$ 爲 $\Gamma:36x^2+24xy+29y^2-180=0$ 上的動點，ab的極大值爲M，極小值爲m，則①$M=\frac{6+3\sqrt{29}}{5}$ ②$m=\frac{6-3\sqrt{29}}{5}$ ③$M=\frac{-6+3\sqrt{29}}{5}$ ④$m=\frac{-6-3\sqrt{29}}{5}$ ⑤以上皆非。

24. 設 $(2+i)^{14}=a(3-i)^{14}$，則$a=$①$\frac{1}{128}$ ②$\frac{-1}{128}$ ③$\frac{i}{128}$ ④$\frac{-i}{238}$ ⑤以上皆非

25. 設 $\omega=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}$，則 $(2+\omega)(2+\omega^2)(2+\omega^3)(2+\omega^4)\cdots\cdots(2+\omega^9)=$①312 ②325 ③338 ④341 ⑤357.

26.
$$\begin{vmatrix} x-1-\cos\frac{\pi}{12} & \sin\frac{\pi}{12} \\ -\sin\frac{\pi}{12} & x-1-\cos\frac{\pi}{12} \end{vmatrix}=0$$
的二根爲α, β，則$\frac{\alpha^{12}}{\beta^{12}}=$① 1 ②$-1$ ③ i ④$-i$ ⑤以上皆非。

27. 長 l 的線段 $\overline{AB}$，端點A, B分別在正交系的x，y 軸上移動，自原點作 $\overline{AB}$ 的垂線，垂足爲 P。以原點 0 爲極點，x 軸正向爲極軸方向，則動點P的軌跡方程式爲①$\gamma=2l\cos2\theta$ ②$\gamma=2l\sin2\theta$ ③$\gamma=\frac{l}{2}\cos2\theta$ ④$\gamma=\frac{l}{2}\sin2\theta$ ⑤以上皆非。

28. 曲線 $\Gamma:\gamma(5+5\cos2\theta-12\sin2\theta)=144$。下列何者爲眞？①$0'\left[-13, \tan^{-1}\frac{12}{5}\right]$爲 Γ 的對稱中心。②$\left[8, -\tan^{-1}\frac{12}{5}\right]$爲 Γ 的一頂點。③$\left[18, -\tan^{-1}\frac{12}{5}\right]$爲 Γ 的一頂點。④離心率爲13。 ⑤焦距半長 $c=13$。

29. 將 5 件不同東西，全部分給甲、乙、丙、丁、戊 5 人，不可共有，則①每人恰得一件，分法有51種。 ②甲至多得 2 件，其他人不限，分法有 $23\cdot2^7$ 種。 ③甲至少得一件，其他人不限，分法有5^5-4^5 種。 ④甲恰得 3 件，其他人不限，分法有 $5\cdot2^5$ 種。 ⑤以上皆非。

30. 將上題「5 件不同東西」改爲「5 件相同的東西」，則①每人恰得一件，分法有 1 種。 ②甲至多得 2 件，其他人不限，分法有 111 種。 ③甲至少得 1 件，其他人不限，分法有70種。 ④甲恰得 3 件，其他人不限，分法有10種。 ⑤以上皆非。

31. 設一動點P在數軸上的原點，今投一公正骰子，若出現 3 的倍數則P向右移動一單位，否則向左移動 3 單位，共投 8 次，則P回到原點的機率爲①$\frac{211}{1656}$ ②$\frac{112}{6561}$ ③$\frac{3}{65}$ ④$\frac{2}{13}$ ⑤$\frac{1}{6}$。

32. 某地區的天氣，依多年觀察知，每年平均下雨80天，多雲120天，晴天165天°又氣象預報者可能預報不準確，經一段長時間的記錄，驗證天氣預測的準確性如下：每10個雨天，預報者預測 8 個雨天，1 個多雲，1 個晴天；每10個多雲的日子中，預報者預測 7 個多雲，1 個雨天，2 個晴天；每10個晴天預報者預測 9 個晴天，1 個多雲。若天氣預報者說明天是晴天，則明天確爲晴天的機率爲①$\frac{297}{361}$ ②$\frac{64}{361}$ ③$\frac{3}{4}$ ④$\frac{9}{10}$ ⑤以上皆非。

33. 某商店對某物品在試銷期間的銷售情況，得如下結論：每天至少賣出 4 件，至多賣出 7 件，機率分佈爲

4	5	6	7
25%	26%	27%	22%

設每件成本爲 30 元，賣出時提高爲 50 元，每件可賺20元。賣不出去時，隔天必作廢，此商店對每一件賣不掉的就會損失成本30元。試銷期滿後，因運輸問題，此商店須在前一天訂貨。問此商店每天須訂這種物品幾件利潤才會最大？①4 ②5 ③6 ④7 件 ⑤以上皆非。

34. 投擲二公正骰子，設隨機變數X表出現點數的最小數，則①$P(X=3)=\frac{7}{36}$ ②$E(36X-4)=87$ ③$E(36X-4)=87$ ④$Var(36X+5)=2555$ ⑤$Var(36X+5)=2560$

35. 設 $R^3 \longrightarrow R^3$ 的函數

$f(x,y,z)=(2x-y+z, 6x-2y, 6x-2y+\overrightarrow{z})$,

而 $x=(x_1, x_2, x_3) \neq \vec{0}$ 滿足 $f(\overrightarrow{x})=k\overrightarrow{x}$,

則 k 可爲① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

36. 設 f 同上題, f 的反函數 $f^{-1}(x,y,z)=(a_1x+b_1y+c_1z, a_2x+b_2y+c_2z, a_3x+b_3y+c_3z)$, 則 ① $c_1=-\frac{1}{2}$ ② $b_2=2$ ③ $a_3=3$ ④ $c_3=2$ ⑤ $a_1=1$

37. 下列何者滿足

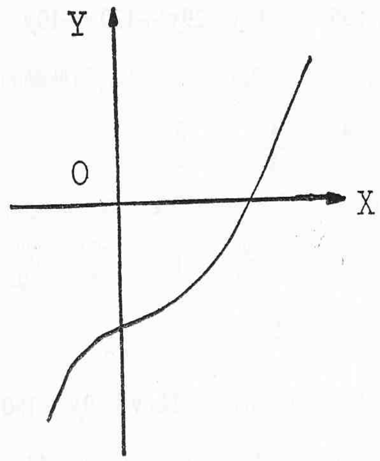
$$\begin{vmatrix} 1-x & 5 & -2 & 1 \\ 1 & 3-x & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 4-x & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} > 0$$

① $0<x<1$ ② $1<x<2$ ③ $2<x<3$ ④ $3<x<4$ ⑤ $4<x<5$

38. 設函數 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, 當 $x=-2$ 時有極大值20, 又 $x=4$ 時有極小值 m, 則① $a=3$ ② $b=-24$ ③ $c=-8$ ④ $m=-88$ ⑤ $m=-92$

39. $a \in R$, $x^3+ax^2-7x+15=0$ 有一虛根, 其絕對值爲 $\sqrt{5}$, 則 $a=$① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

40. 設 $y=f(x)=2x^3+ax^2+bx+b$ 圖形如下:



則① $-6<a<0$ ② $0<a<6$ ③ $b>0$ ④ $b<0$ ⑤以上皆非。