數 播 信 箱

許明隆來函

編輯先生:

本人有些疑難想請教，請惠予提示或解答:

一、

$f(x)=ax+b$，$1\leq f(1)\leq 2$，$3\leq f(2)\leq 4$，求$f(3)$範圍

解一:

$$f(1)=a+b\Longrightarrow 1\leq a+b\leq 2$$
$$\Longrightarrow -2\leq -(a+b)\leq -1 \cdots\cdots(1)$$
$$f(2)=2a+b\Longrightarrow 3\leq 2a+b\leq 4 \cdots\cdots(2)$$

(1)+(2) 得

$$1\leq a\leq 3 \cdots\cdots(3)$$

(2)+(3) 得

$$4\leq 3a+b\leq 7$$

$$\therefore\quad 4\leq f(3)\leq 7$$

解二:

將 a,b 範圍分別求出再代入 $3a+b$，由解一 $1\leq a\leq 3$ 則 $-3\leq -a\leq -1$ 因 $1\leq a+b\leq 2$ 得 $-2\leq b\leq 1$ 故 $1\leq 3a+b\leq 10$，即 $1\leq f(3)\leq 10$.

解三:

先求出b後再求出 $-1\leq -b\leq 2$

$$1\leq f(1)\leq 2,\ 3\leq f(2)\leq 4$$

則 $\quad 4\leq f(1)+f(2)\leq 6$

即 $\quad 4\leq 3a+2b\leq 6$

得 $\quad 3\leq 3a+b\leq 8$

請問(2)，(3)作法有何錯誤

二、

$$\begin{cases} y=2^x \\ y=x^2 \end{cases}$$

多項函數與指數函數甚至對數函數其交集是否有辦法算（不是近似值）

三、無理數較有理數多，是否可用淺近的話來說明其理由。

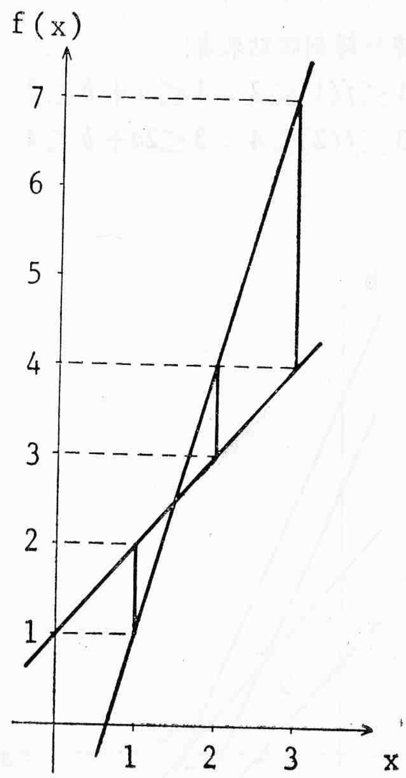
臺大醫學系四　許明隆　敬上

許同學:

現在謹對您所提的問題提出一點我個人的想法:

一、我們可由三個方向來看這個問題:

(1)幾何性質作圖法:

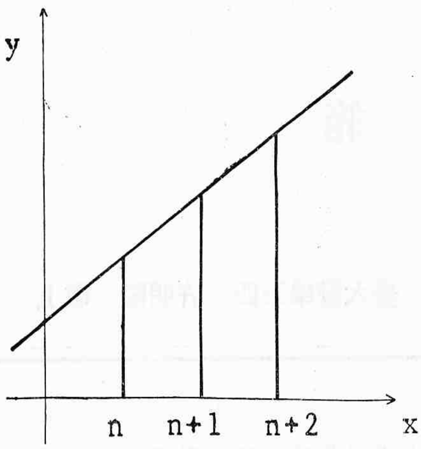


由圖形可看出

$$4\leq f(3)\leq 7$$

(2)因爲一次函數圖形爲一直線，故

$f(n),(n+1)f(n+2)$ 必成 $A.P$



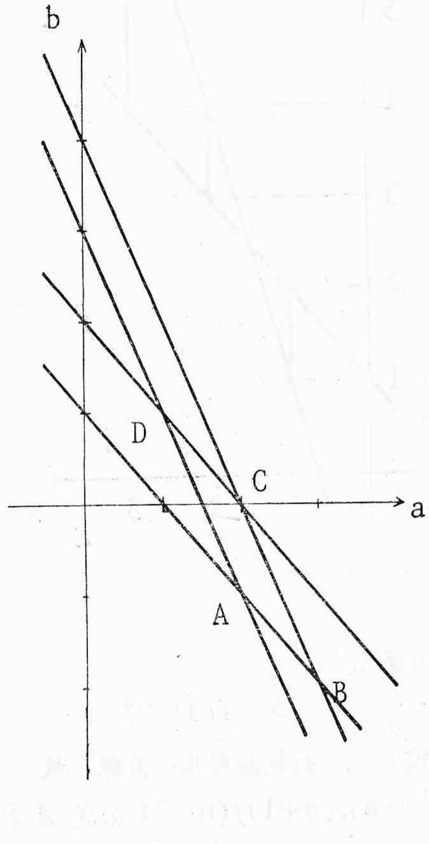
故 $$f(n+1)=\frac{f(n)+f(n+2)}{2}$$

得 $$2f(2)=f(1)+f(3)$$
$$f(3)=2f(2)-f(1)$$

故 $$4\leq f(3)\leq 7$$

(3)由線性歸劃觀點來看:

$$1\leq f(1)\leq 2 \Rightarrow 1\leq a+b\leq 2$$
$$3\leq f(2)\leq 4 \Rightarrow 3\leq 2a+b\leq 4$$



(a,b)	$3a+b=f(3)$
$A(2,-1)$	5
$B(3,-2)$	7
$C(2,0)$	6
$D(1,1)$	4

$$4\leq f(3)\leq 7$$

二、一般來講，多項函數與指數（或對數）函數之圖形交點在高中範圍内是無法求出正確的坐標的，只能由圖形本身判別其交點個數，然後才估計其近似值。

三、我想如果令集合

$$A=\{a+b\sqrt{2}\,|\,a,b\in Q\}$$

則$Q\subset A$（取$b=0$時，$a+b\sqrt{2}=a\in Q$)，所以有理數是較少的。

郭正義 覆 1978, 10, 12

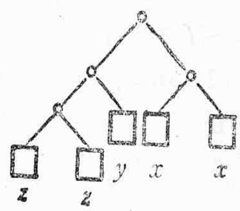
黃光明來函

編輯先生:

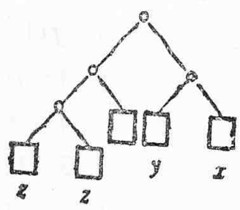
奪試問題徵答（3201）一文，一年前我曾向編輯索回原稿，加以修改，主要是把第二問題劃掉，因爲我已解出。但現在仍以原稿形式刋出。我希望數播在下一期聲明一下，以免有讀者解出此題時引起誰先解出的問題。

淘汰賽一文圖五排版略有小誤，

應爲



錯刊爲



文中說x點比y點好就不通了。

另外我自己寫錯了一句話，在第四頁圖八下第二行「但他們間任一個都必勝FGH中任一個時」應改爲「但A,B間任一個都勝FGH中任一個時。」如能在下期更正最佳，並請向讀者致我的歉意。祝

好

黃光明 上 1979. 2. 9