

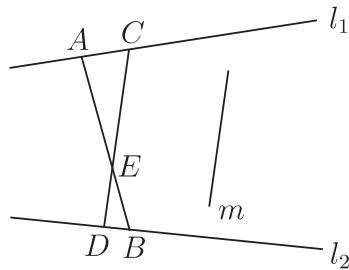
## 《徵求最簡答案的回響》

葉東進

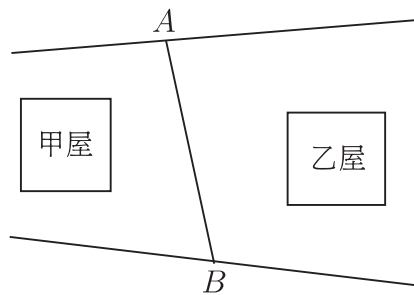
數學傳播 97年6月32卷2期 p.86。

問題:

已知三直線  $l_1$ 、 $l_2$  及  $m$ ,  $A$ 、 $B$  分別是  $l_1$ 、 $l_2$  上的定點。今問: 能否用尺規作圖的方法在  $l_1$  與  $l_2$  上分別找到點  $C$  及  $D$ , 使得  $CD$  平行  $m$ , 且  $\triangle ACE$  及  $\triangle BDE$  兩者的面積相等?



上述問題乃源於下面這一現實問題, 因此頗有應用價值:



甲、乙二屋平行同向且分別座落在相鄰的兩塊土地上,  $AB$  是地政所鑑定的土地界線。兩屋主人都同意要另找一條界線, 它能夠與屋子平行同向且保持兩人原有的土地面積不變。

上面鑑界現象在農村相當普遍。

附: 作者提供台幣三千元獎勵提出最簡答案者。

編輯部11月12日寄來資料，共有八位應徵者，其中有教授、博士生、高中教師、高中生與國中生。回應情況雖算不上熱烈，也足堪欣慰，令人想起季刊創刊初期興起的那股問題的討論熱潮。對照現今紛擾的社會氛圍，〈徵題〉的回應又隱然讓人嗅得那道一直存在的沉靜的理性之光。在所有的應徵中，出現的最簡答案是：

欲找之直線  $CD$ ，其與直線  $m$  之間距是點  $A$  與點  $B$  兩者至  $m$  的距離的幾何均數。  
(請見原問題，登於32卷2期)

哇！這答案是如此簡潔明白。它來自張海潮教授的應徵文裡：

如數學傳播 97 年 6 月 32 卷 2 期 p.86 的圖。

我們假設直線  $m$  是水平的，亦即斜率為 0， $l_1, l_2$  的交點是原點  $O$  ( $l_1$  如果平行  $l_2$ ，問題很簡單，不必討論)， $A = (a, b)$ ， $B = (c, d)$

問題：求作點  $C, D$  使  $\overline{CD}$  水平，並且  
 $\triangle DOC = \triangle BOA$  (面積相等)。

解答：取  $y$ ，使  $y^2 = bd$ ，則有  $v = y$   
並且  $x = \frac{y}{b}a$ ， $u = \frac{y}{d}c$

$$\begin{aligned}\triangle DOC &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} u & v \\ x & y \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \frac{yc}{d} & y \\ \frac{ya}{b} & y \end{vmatrix} = \frac{1}{2} y^2 \left( \frac{c}{d} - \frac{a}{b} \right) \\ &= \frac{1}{2} bd \left( \frac{c}{d} - \frac{a}{b} \right) = \frac{1}{2} (bc - ad) = \triangle BOA.\end{aligned}$$

至於作  $y$  使  $y^2 = bd$ ，是簡單的，此處略去。

感謝所有的應徵者，感謝編輯部提供的機會。

