

談數學試題與數學教育

羅添壽

每年聯考大家最關心的，莫過於數學這一科，有程度的考生患得患失怕被「考砸」了而名落孫山。放棄數學的學生，祈禱着希望教授命一些艱深的試題，越深越好，使大家的分數相差無幾而自己能僥倖的金榜提名，同時教師們亦希望教授能出一些難易適中的試題，以防將來放棄數學的學生越來越多，造成教學上的困難（因老師在臺上熱情地口沫橫飛，而臺下的學生若不動於心，其痛苦是難以形容的），既然大家都那麼關心數學，那麼我們來看看今年聯考之試題並檢討之：

今年數學試題最大特色是偏重應用，絕不是純代公式馬上可解題的，不但如此，還強調考生必須具備最起碼的數學常識，而且平常所謂「基本題」亦即較簡單層面的題目，不若以往的「一望即知」，使放棄數學科的考生無法輕易得分，而紮實求學的考生可以得高分，這是好的開始，我們希望以後聯考能遵循此方向命題，使數學在高中生的心裏復活，我們期待着，並預祝數學教育成功。

今筆者將聯考試題分「乙丁組」，「甲丙組」分析之：

(一) 乙丁組：

乙丁組共 11 個大題分有 21 個小題，其實只 17 小題，比一般學校的模擬考題目少，因 6 與 7, 20 與 21, 25 與 26, 27 與 28 該只算一題，故 80 分鐘考 17 對題較一般學校的模擬考好考，何況試題又較一般學校的模擬考簡單，例（甲）方程式 $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ 有幾個實根，（乙）甲、乙兩人解方程式 $x^2 + mx + n = 0$ ，甲誤寫 m 而得兩根 -2 與 -7 ，乙誤寫 n 而得兩根 -1 與 10 。試問正確之根為何？此種試題，如果不會做可說是國家教育的浪費，不可原諒。其優點與缺點分述如下：

優點：試題適合乙丁組考生，例試題中的（甲）（乙）（丁）（庚）（壬）（癸）是一個高中生唸了三年數學應該會作之試題，亦就是基本分共 62 分只有（戊）（己）（辛）（子）要花一點時間加以思考，除了計算要浪費時間外，沒有難題，如此之試題對乙丁組學生來說，太成功了，如果以後亦如此命題，保證學生對數學的學習態度必將改觀。

註：今年聯考乙丁組試題雖簡單，然由於學生對數學的學習不關心，除了少數學生能考七、八十分以上外，成績該不會很理想，一般學生可能只考四、五十分，與筆者所言基本分少一、二十分，當然放棄數學的學生就免談了。

缺點：此次命題雖很成功，但試題中「己」大題對乙丁組來說，若能改為「擲一骰子，若各面出現之機會均等，當點數 $x(x=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 出現時， $\log_{10}(x^3+3)$ 之整數部分記為 Y ，並以 u 表示 Y 之期望值……如此學生理思考的路線就較明朗化。

(二) 甲丙組：

甲丙組試題共 13 大題分成 29 小題，其實共 22 小題，因 11 與 12; 13 與 14; 18 與 19; 33、34 與 35; 37 與 38; 39 與 40 該算一題。

優點：試題難易適中，每題皆富有思考性，對自然組的學生來說「甲」「乙」「丁」「己」「辛」「壬」「癸」「子」共八大題共 61 分該是基本分數，對數學界來說已打了一針強心劑，因自然組的學生亦有不少學生存僥倖心理應考，他們認為化學、物理較容易得分，故對數學只存應付心理。

缺點：①試題雖簡單，但是太多了，加上計算複雜，除非頭腦靈敏，放棄繁雜試題，計算小心，否則一般學生亦只可考四、五十分，乃較筆者所言基本分少一、二十分不甚理想。

②試題中「丑」大題，設 r_n 為複數 $-2^{n/10} \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)^n$ 的實數部分，……中欲求 39, 40 題中之 M, N ，

有些學生可能求得 $r_n = 2^{37/10}$ 後取對數，而用內插法欲求 M, N ，但若學生以

$$3 \rightarrow 0.4771$$

$$x \rightarrow 0.61870$$

$$7 \rightarrow 0.8451$$

得 $\frac{x-3}{7-3} = \frac{0.6187-0.4771}{0.8451-0.4771} \Rightarrow x \approx 4.5$

就很可惜了，當然正確為

$$3 \rightarrow 0.4771$$

$$x \rightarrow 0.61870$$

$$5 \rightarrow 0.6990$$

$$\Rightarrow x \approx 4.2 \therefore M=4, N=2$$

筆者對聯招數學命題建議與看法：

(一) 要試題能測出學生的程度，不一定要常態分配，因一般學生總以為「三角函數」「向量」「複數」「數列」「解析幾何」……較重要，聯考該必考，故專攻所謂「重要單元」準備投機取巧，以最少之時間得最多的分數，走向「求近功」與「圖高利」之路線，如此對學習數學而言，可說未全盤認識，只能說成為踏進大學之門之工具。

(二) 試題出得太偏就容易出毛病，放棄數學的學生就越多，同時補習的學生亦會增加，因不放棄數學的學生要補救自己，增加信心，唯一的法子就是補習，如果試題能出得合理，像(68)年聯考如此命題，不但會增加學生學習的興趣，而且補習風氣自然會慢慢的消失，因只要自己平時好好的研習，就不要再補習了，實在一舉兩得，故希望命題教授能慎重之。

(註) 此道理猶如一個人若身體出毛病(試題出得不正常)，就馬上準備求醫(補習)，若已無藥可救(放棄數學)當然免談，若身體正常(試題出得合理)，則不必求醫(不必補習)，過着安樂的生活(學生學習興趣必提高)。

——本文作者現任教臺南新化高中