

# 高級中學數學課程綱要草案

編輯部

## 一、高級中學數學課程結構模式

高三	微積分 3 (選修)	線性代數 3 (選修)	有限數學 3 (選修)	基礎數學統合 2 (選修)
高二	基礎數學4 (必修)		基礎數學統合 2 (選修)	基礎數學演習 2 (選修)
高一	基礎數學 5 (必修)			

說明：

- 以選修代替分組，較具彈性，具有因材施教的優點。
- 基礎數學：提供高中生應有的數學基礎素養。  
微積分：以基礎數學為基礎往微積分的方向發展。  
線性代數：以基礎數學為基礎往線性代數的方向發展。  
有限數學：以基礎數學為基礎往應用數學的方向發展。  
基礎數學統合：基礎數學的統整。  
基礎數學演習：基礎數學的加強。
- 高一：基礎數學必修。  
高二：基礎數學必修；基礎數學統合、基礎數學演習中二選一組。  
高三：微積分線、性代數、有限數學、基礎數學統集中選0~2組。

## 二、課程基本設想

- 本課程以選修代替分組，適應學生的個別差異與需要，以利於因材施教。
- 減輕學生的負擔，提高其學習數學的興趣。
- 基礎數學提供基本的數學知識，養成以數學態度處理事物的能力。此為高中學生所應具備的基本素養，於高一、高二兩學年必修。

4. 高二除了基礎數學必修外，程度較好的學生可以選修基礎數學統合，基礎數學統合是將高一、高二所學的基礎數學加以統合說明，使學生對於所學的教材更能融會貫通。其他學生可以選修基礎數學演習，基礎數學演習是複習高一、高二所學的基礎數學，它只是單純的複習而不加以統合。
5. 高三提供微積分、線性代數、有限數學與基礎數學統合等四科，供學生選修：
  - (1) 微積分是以直觀的極限概念，介紹微分與積分，並強調其在幾何上與物理上的意義，以作為進入大學學習微積分與物理的基礎。
  - (2) 線性代數以二維及三維向量空間為主，介紹矩陣與線性變換，並討論線性聯立方程式的解，以及圓錐曲線方程式的坐標變換（旋轉）。以作為將來學習微積分、微分方程、商用數學、工程數學等的基礎。
  - (3) 有限數學介紹機率統計、矩陣線性規劃及其應用，作為將來學習商用數學、經濟學、生物學、以及教育心理學等的基礎。
6. 高三學生可以依照個別的興趣與需要，選修 0~2 科，例如：
  - (1) 對於想升入大學理工科之學生，可以選修微積分與線性代數。
  - (2) 對於想升入大學文、史科之學生，可以選修基礎數學統合。
  - (3) 對於想升入大學農、醫、商科之學生，可以選修微積分與有限數學。
  - (4) 對於想升入大學法科之學生，可以選修有限數學與基礎數學統合。

以上各組學生選修之科目只是建議性質，學生可以自願變更或減少選修之科目。
7. 以選修代替分組，學生可不因選修之科目不同而失去選擇升學志願的自由，具有較大的彈性。

### 三、課程目標

輔導學生達成下列各項目標：

1. **素養方面：**瞭解數學的一般內容、方法與意義，以為立身於今日文明社會所需的基礎素養。
2. **訓練方面：**熟習以「數」、「量」、「形」與「函數」為中心的基本題材，獲得「操作」的能力，並養成習於「分析」與「組織」的思考態度。
3. **應用方面：**瞭解數學具有描述自然與人文現象的功能，以備應用於實際生活以及自然、生命與社會等其他科學。

### 四、基礎數學課程綱要草案

課 程 綱 要	單 元 目 標
<b>第一學年第一學期（每週五節）</b>	
<b>一、引言</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 處於國中與高中的轉接點，以前瞻後顧的立場說明數學的意義與方法。</li> <li>2. 列述學習數學應有的態度。</li> <li>3. 介紹學習高中數學應有的證題方法。</li> </ol>	<b>一、</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ①認識高中數學所要學習的題材是數、函數與空間。 ②了解適度抽象化和邏輯推理是研究數數的基礎。</li> <li>2. 確立學習數學的健全態度並把握學習時應遵循的要點。</li> <li>3. 以國中教材為例解說命題轉換、命題否定及演繹證法、歸謬證法、窮舉證法。</li> </ol>

## 二、數與集合

1. 數的基本常識：藉用數線說明自然數、整數、有理數、實數其運算性質（如交換律、結合律、分配律等）及大小關係與絕對值。
2. 集合的基本符號。
3. De Morgan 法則：餘集與原來集合的關係性質。

## 三、數列與級數

1. 等差數列、等比數列（級數）
2. 算術平均、幾何平均：其大小關係。
3. 小數、有限小數與無限小數。
4. 無窮等比級數與循環小數：舉例說明循環小數是有理數，並指出不循環的小數為無理數。
5. 堆棧問題（ $\sum n, \sum n^2, \sum n^3$  等的求和）
6. 數學歸納法。

## 四、一次方程式與一次函數

1. 四則應用與方程式：並述及一元一次方程式的解法與討論其解。
2. 二元一次聯立方程式：代入消去法、加減消去法及解的行列式表示法。
3. 三元一次聯立方程式：消去法（含 Gauss 消去法）及解的行列式表示法。
4. 平面坐標系：點與坐標的對應、距離、中點、定比分點的求法。
5. 直線方程式：斜率、兩直線的交點與二元一次聯立方程式的解。

## 二、

1. ① 認識數的源起以及  $N \subset Z \subset Q \subset R$  的擴展程序。  
② 認識數線。  
③ 了解數的基本運算性質。  
④ 了解數的大小關係與絕對值的意義。
2. 了解集合及表示方法，並認識  $\in, \subset, \supset, =, \cap, \cup, B \setminus A, \bigcap_{i=1}^n A_i, \bigcup_{i=1}^n A_i$  等符號。
3. 由  $(A \cup B)' = A' \cap B', (A \cap B)' = A' \cup B'$  以及  $A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$  加強對於命題的轉換與否定的認識。

## 三、

1. ① 認識  $\Sigma$  符號。  
② 了解等差、等比級數的求和公式，並能加以利用。
2. 了解算術平均幾何平均。
3. 了解小數的由來，並解釋：例如 3.125 便是代表  $3 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$  的意思。
4. ① 能應用無窮等比級數求和公式，將循環小數化為分數，因而了解循環小數是有理數。  
② 知道不循環的小數為無理數。
5. 了解  $\sum n, \sum n^2, \sum n^3$  等的求和方法，並應用在堆棧問題上。
6. ① 培養觀察歸納的能力。  
② 了解數學歸納法的原理，並熟練其證明方法。

## 四

1. ① 從實際問題著手，引入未知數並能依照題意列出方程式。  
② 熟練一元一次方程式的解法，並能討論其解是否適合題意。
2. ① 能應用代入消去法，加減消去法解二元一次聯立方程式。  
② 了解二階行列式的意義及基本性質，並能用二階行列式表示二元一次聯立方程式的解。
3. ① 能應用消去法解三元一次聯立方程式。  
② 能應用 Gauss 消去法討論三元一次聯立方程式的解。  
③ 了解三階行列式的意義及基本性質，並能用三階行列式，表示三元一次聯立方程式的解。
4. ① 了解平面坐標系。  
② 了解距離、中點、定比分點的公式。
5. ① 了解二元一次方程式與直線的關係，以及直線斜率的意義與求法。

6. 變量與函數：以變量關係說明函數的概念。
7. 一次函數及其圖形、函數變化率與直線斜率。
8.  $ax+by+c=0, >0, <0$  的討論及其圖解。
9. 二元一次聯立不等式的圖解。

### 五、二次方程式與二次函數

1. 配方法與二次方程式的求解。
2. 虛根：並介紹虛數、複數的加減乘除，及共軛複數、絕對值。
3. 二次方程式一般解的討論、公式解、判別式、根與係數的關係。
4. 二次函數及其圖形。
5. 二次函數的最大值與最小值。
6. 二次函數與二次方程式。
7. 二次函數與二次不等式。

- ② 了解兩直線交點與二元一次聯立方程式解的對應關係。

6. 了解函數的概念。
7. ① 認識一次函數並能描繪其圖形。  
② 了解一次函數的變化率為其圖形(直線)的斜率。
8. 了解  $ax+by+c=0, >0, <0$  在坐標平面上分別表示一直線及其兩側，並能作圖。
9. 能圖解二元一次聯立不等式。

### 五、

1. 能用配方法解一元二次方程式。
2. ① 了解虛數的由來以及  $R$  擴展到  $C$  的必要性。  
② 了解複數的基本運算。  
③ 認識共軛複數以及複數的絕對值。
3. ① 能應用公式求解一元二次方程式。  
② 能應用判別式去判別一元二次方程式的根。  
③ 認識一元二次方程式根與係數的關係。
4. ① 認識二次函數並能描繪其圖形。  
② 能指出二次函數圖形(拋物線)的頂點、對稱軸及開口方向。
5. 能求二次函數的最大值或最小值。
6. 了解二次函數  $f(x)=ax^2+bx+c$  的圖形與  $x$  軸的交點與二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  的根的關係。
7. ① 了解二次函數  $f(x)=ax^2+bx+c$  的圖形與  $ax+bx+c >0, <0$  的解的關係。  
② 能利用二次函數的圖形去討論正(負)定性。

## 第一學年第二學期(每週五節)

### 一、多項式(函數)與有理式(函數)

1. 多項式及其基本運算。
2. 因數、倍數、質數、最大公因數、輾轉相除法、最小公倍數。
3. 因式與倍式：除法定理、餘式定理、綜合除法、最高公因式、輾轉相除法、最低公倍式。
4. 多項函數及其零點：一般代數方程式及代數基本定理的敘述，指出實係數一元  $n$  次方程式虛根成對的事實。
5. 有理式及其運算。

### 一、

1. ① 了解不定元的概念、多項式的次數、係數及升冪、降冪、相等。  
② 熟練多項式的各種基本運算。
2. ① 了解因數、倍數、質數、最大公因數、最小公倍數的意義及其基本性質。  
② 能用輾轉相除法求最大公因數。
3. ① 能從實例了解除法定理的意義。  
② 了解餘式定理，並能演練綜合除法。  
③ 了解最高公因式、最低公倍式的意義及其求法。
4. ① 了解多項函數及其零點的意義。  
② 認識一般代數方程式，並接受代數基本定理。  
③ 了解實係數一元  $n$  次方程式虛根成對的事實。
5. 了解有理式的意義並熟練其四則運算。

6. 有理函數及其零點。

## 二、指數 (函數) 與對數 (函數)

1. 指數定律。
2. 對數及其運算。
3. 指數函數的圖形。
4. 對數函數的圖形。
5. 對數表的使用。
6. 指數函數與對數函數之關係與反函數。

## 三、三角函數

1. 銳角的數值三角及其基本恒等式  
(如  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ )
2. 廣義角的數值三角。
3. 三角函數及其圖形。
4. 三角函數表的使用。
5. 正餘弦定理、面積公式。
6. 和角公式 (正弦、餘弦、正切)。
7. 倍角公式、半角公式。
8. 和差與積互化公式。
9. 三角函數的疊合, 即  $a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(\theta + \lambda)$ 。
10. 簡介反三角函數的記號。
11. 簡易三角測量。

6. 了解有理函數及其零點的意義。

## 二、

1. 了解指數定義的擴展過程, 並接受實數指數的指數定律。
2. 了解對數的意義並能熟練其各種基本運算。
3. 了解指數函數的意義, 並認識其圖形。
4. 了解對數函數的意義, 並認識其圖形。
5. 能使用對數表。
6. 了解指數函數與對數函數之關係並進而了解反函數的意義。

## 三、

1. ① 了解銳角的數值三角  $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta, \cot\theta, \sec\theta, \csc\theta$  的意義。  
② 認識下列基本恒等式:  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1, \cot^2\theta - \tan^2\theta = 1, \cos^2\theta - \cot^2\theta = 1, \sin\theta \csc\theta = \cos\theta \sec\theta = \tan\theta \cot\theta = 1$
2. ① 了解廣義角的意義, 並認識其度量方法。  
② 了解廣義角  $\theta$  的數值三角  $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta, \cot\theta, \sec\theta, \csc\theta$  的意義。  
③ 能將廣義角的數值三角以銳角的數值三角表出。
3. ① 認識三角函數  $\sin, \cos, \tan, \cot, \sec, \csc$ , 並能描繪其圖形。  
② 了解三角函數具有週期性。
4. 能使用三角函數表。
5. 了解正餘弦定理。
6. 認識正弦、餘弦、正切的和角公式。
7. 認識倍角公式、半角公式。
8. 認識和差與積互化公式。
9. 能將  $a\sin\theta + b\cos\theta$  化成  $\sqrt{a^2 + b^2}\sin(\theta + \lambda)$ , 並能將此結果應用在作圖與求極大、極小值方面。
10. 認識反三角函數的記號。
11. 了解三角函數在測量上的應用。

## 第二學年第一學期

### 一、平面上的向量

1. 向量及其加法與係數積。
2. 標準基底及向量分量。
3. 內積及其分量表示法, Cauchy 不等式。

### 一、

1. ① 瞭解日常生活中向量的實例。  
② 圖示平面向量加法與係數積。
2. ① 瞭解坐標平面上向量的表示法。  
② 瞭解基底與標準基底的意義。  
③ 知道一個平面向量的分量。
3. ① 知道內積的意義, 及其分量表示法。  
② 能計算平面向量的長度。

4. 直線的參數式，參數的意義。
5. 點與直線的距離。
6. 向量在平面幾何上的應用。

## 二、複數

1. 複數平面，複數加、減的幾何意義。
2. 複數的極式及其乘、除的幾何意義。
3. De Moivre (棣美弗) 定理及其幾何意義。
4. 1 的  $n$  次方根。

## 三、向量與空間幾何

1. 空間的基本概念：列舉點、線、面間的各種位置關係，平面的法線，兩平面的夾角，常用的體積公式。
2. 空間的坐標，空間向量的加、減與係數積，向量的分量，內積，向量長。
3. 直線與平面的方程。
4. 球面方程及其切面。

- ③ 能由內積關係導出 Cauchy 不等式，並加以應用。
4. ① 以向量關係列出直線的參數式。  
② 能應用直線的參數式解題（或證題）。
5. ① 能導出點與直線距離公式。  
② 應用（如求三角形的高等）。
6. 應用向量以證明或求解平面幾何問題。

## 二、

1. ① 知道複數與複數平面上之點的對應。  
② 知道複數加、減的幾何意義（以向量說明）。
2. ① 知道以極式表示複數平面上的點。  
② 知道極式表示法並非唯一。  
③ 知道複數乘、除的幾何意義。  
④ 能求複數極式乘、除的結果。
3. 認識棣美弗定理及其幾何意義。
4. 能列舉出 1 的所有的  $n$  次方根。

## 三、

1. ① 瞭解空間點、線、面的各種位置關係。  
② 瞭解各有關名詞的意義。  
③ 記憶有關的體積公式，並能應用。
2. ① 知道空間向量的加、減法與係數積。  
② 能求空間向量的內積、長等。  
③ 能求空間兩點的距離。
3. ① 以參數式表出直線、平面的方程。  
② 能求平面之法線方程式。
4. ① 能導出球面方程式。  
② 能求出切面方程式。

## 第二學年第學二期

### 一、圓錐曲線

只限於標準式與參數式，其一般形此處不作討論。

1. 圓錐截痕：說明圓錐曲線的由來。
2. 圓、圓心、半徑、圓與直線的交點、圓的切線、圓與圓的交點。
3. 橢圓、焦半徑性質與準線、長短軸。
4. 拋物線、頂點、焦點與準線。
5. 雙曲線、焦點、準線與頂點。

### 一、

1. 瞭解各種圓錐截痕所形成的曲線。
2. ① 能求出圓與圓或圓與直線的交點。  
② 能求出圓的切線方程式。
3. ① 瞭解橢圓的方程式。  
② 由橢圓方程式求出焦點、準線、以及離心率。  
③ 瞭解橢圓的焦半徑性質。
4. ① 能求出拋物線的方程式。  
② 能由方程式求出焦點、準線與頂點。
5. ① 瞭解雙曲線的方程式。  
② 由方程式求出焦點、準線及離心率。  
③ 瞭解雙曲線的焦半徑性質。

**二、排列、組合、機率**

以基本問題為主，避免涉及艱澀的題目。

1. 排列、線性排列、環狀排列、乘法原理、重複排列。
2. 組合（含重複組合）。
3. 二項式定理，二項係數。
4. 古典機率。

**三、記述統計**

1. 統計抽樣的涵義。
2. 次數分配的表示法。
3. 平均數、中位數、眾數。
4. 偏差、標準差、變異數。
5. 標準分數。
6. 相關係數。

④ 知道雙曲線有漸近線。

**二、**

1. 能計算各種排列方法數。
2. 瞭解組合的意義，並能計算。
3. 瞭解二項式定理的意義，並能求出其係數。
4. 能求簡單的機率問題。

**三、**

1. 接受統計抽樣的概念。
2. 瞭解次數分配的表示法。
3. 瞭解平均數、中位數、眾數的意義與求法。
4. 瞭解各有關名詞的意義及其求法。
5. 同 上
6. 同 上

**五、基礎數學統合課程綱要草案****壹、說 明**

設立「基礎數學統合」課程的用意，在使學生能夠活用「基礎數學」課程中的題材，一方面提高他對數學的整體觀，使具有一定程度的數學「義理的」(philosophical)素養。另一方面在培養他的解題能力，使他明瞭他自課本學到的內容，確實能夠幫他解題，杜絕目前學生不讀課本，只求記誦解題技巧的惡風。

「基礎數學統合」雖也列出項目，但這些項目列了出來，只作為編寫時參考之用，並不是要學生將這些項目一一熟習。通過「基礎數學統合」課程的訓練，學生要了解的並不是這些項目，而是「基礎數學」中原有的各個題材。如果說，「基礎數學統合」的課程大綱是什麼？嚴格的說，還是「基礎數學」課程的大綱。「基礎數學統合」只是為了熟練「基礎數學」的題材而設，其所以要加深加廣，目的還是要讓學生進一層明白「基礎數學」的內容與背景。課程設計委員會不希望「統合數學」中所得到的各個項目，在課堂上被大做文章。

「基礎數學統合」教材的形式，宜採雜題方式，將有關「基礎數學」題材的各種概念揉合於雜題之中，逐一展現開來。當然每一組雜題的前後，宜加一些說明，來強化效果。

**貳、課程綱要****( I ) 解題方法的基本討論**

- (1) 解題與「嘗試錯誤」 (舉例)
- (2) 分析(倒推法)與綜合(前推法) (舉例)
- (3) 歸謬證法與間接證法 (舉例)
- (4) 製作性證明 (舉例)
- (5) 歸納法與數學歸納證法 (舉例)
- (6) 抽象與特徵、抽象法、演繹法 (舉例)
- (7) 核對答案 (舉例)

**( II ) 中等數學的一些基礎解題方法**

- (1) 特殊化原理與一般化原理 (舉例)
- (2) 移位消去法 (舉例)
- (3) 參數消去法(「自由度」解法) (舉例)
- (4) 分解與結合 (舉例)
- (5) 轉化方法(舉例)
- (6) 問題變形與簡化 (舉例)

**( III ) 有關課程的一些統合項目(只作參考之用，不硬性要求各教材必含這些項目)**

- (1) 「平均」的意義、性質與應用。(可兼談最小二乘

- 方法)
- (2) 數列、漸代式、級數與堆棧問題。
  - (3) 開方法、解代數方程式、賈憲與霍納的解法。
  - (4) 近似值及其加減乘除。
  - (5) 從各種觀點看兩個基本不等式
    - (i) 算術平均與幾何平均(調和平均)
    - (ii) Cauchy-Schwarz 不等式及其運用。
  - (6) 整數與多項式間的類推(除法定理、輾轉相除、韓信點兵)
  - (7) 函數關係的次數辨認及其討論, 函數圖形的描繪( $x \rightarrow \pm\infty; f(x) \rightarrow \pm\infty$ ), 各種函數模型的比較。
  - (8) 函數圖形的平移與漲縮。
  - (9) 配方法的活用(二次方程,  $\sqrt{a+b}\sqrt{3}$  不等式最

- 大最小問題)
- (10) 從向量觀點看聯立方程式, 行列式的幾何意義。
  - (11) 幾何與代數間的轉化關係, 坐標處理與向量處理的一個比較。
  - (12) 餘弦定律、向量的內積公式、三角和角公式及複數的棣美非定理, 四者相通的關係。
  - (13) 澄清函數  $y=f(x)$  (或  $u=f(x,y)$ ) 與方程式  $f(x)=c$  (或  $f(x,y)=c$ ) 的意義, 並指出其圖形上的關連及處理上相輔之處。
  - (14) 代數基本定理與根的討論。
  - (15) 立體幾何的一些常識: 正多面體只有五種(只說明事實, 並給予圖形),  $V-E+F=2$ , 立體的體積(如角錐、台錐、球等)。圓錐曲線與圓錐。
  - (16) 排列、組合、重複排列、重複組合的比較與應用。

## 六、基礎數學演習課程說明

設立「基礎數學演習」課程, 主要的目的在使程度較差之學生, 有機會加以複習。因此教材內容即是基礎數學之內容, 而其形式是以解題為主, 俾使學生理解基礎數學的內涵, 培養其基本的數學素養。

## 七、微積分課程綱要草案

課 程 綱 要	單 元 目 標
<p>一、函數與極限</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 無窮數列之極限。</li> <li>2. 無窮等比級數。</li> <li>3. 函數之極限(以多項函數、有理函數為主)</li> </ol> <p>二、導函數</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 變率與導數、導函數。</li> <li>2. 速度與加速度。</li> <li>3. 斜率、切線與法線。</li> </ol>	<p>一、</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ① 舉例說明無窮數列。 ② 能觀察無窮數列、有無極限。 ③ 接受收斂發散之概念。</li> <li>2. 加強認識無窮等比級數及其求和方法, 並對極限有更進一步之瞭解。</li> <li>3. ① 認識無窮大並接受<math>\infty</math>的運算規則。 ② 舉例介紹多項函數、有理函數在有限點或<math>\infty</math>時之極限。</li> </ol> <p>二、</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 以變率引進導數、導函數的概念。</li> <li>2. ① 說明速度實為運動方程式 <math>S=f(t)</math> 之導數, 並以實際運動為例加強對於導數的認識。 ② 速度的導數即為加速度, 以說明導函數也有導數。</li> <li>3. ① 利用函數圖形之切線問題以說明導數之幾何意義。 ② 應用導數求切線方程式、法線方程式。</li> </ol>



## 92 數學傳播 [資料類]

4. 函數的上昇、下降。
5. 極大、極小。
6. 和、差、積、商的導函數。
7. 合成函數的導函數。
8. 近似值。
9. 微分的概念。

### 三、面積與反導函數

1. 面積與面積函數。
2. 微積分基本定理。
3. 多項函數的反導函數。
4. 應用（以求面積為主）。

### 四、正弦函數與餘弦函數

1.  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta}, \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \theta}{\theta}$
2. 正、餘弦函數之導函數與反導函數。
3. 應用（求圓與橢圓的面積）。

### 五、指數導數與對數函數

1. 簡介自然對數的底。
2. 對數函數的導函數。
3. 指數函數的導函數。
4. 應用（如自然生長律及半衰期等）。

4. 利用導數的幾何意義，觀察函數圖形之上昇、下降，並由此繪出函數的圖形。
5. ① 利用導數求極大與（或）極小。  
② 回顧以前所學的（尤其在基礎數學中）極大、極小問題，並做比較。
6. 能求二函數之和、差、積、商的導函數。
7. ① 了解和成函數的意義。  
② 認識連鎖律。  
③ 能以連鎖律求合成函數的導函數。
8. 能從各種實際的例題，藉助導數以求近似值。
9. 接受微分的概念。

### 三、

1. ① 瞭解介於函數圖形及  $x$  軸之間的面積的意義及求法。  
② 固定其左邊，令右邊移動，可得一函數，即為面積函數。
2. ① 面積函數的導函數即為原函數。  
② 了解微積分基本定理的意義。
3. 能求出多項函數的反導函數。
4. 能應用反導函數的方法以求得簡單圖形（如拋物線）所圍部份的面積。

### 四、

1. ① 以幾何圖形說明其極限。  
② 能求得此二極限。
2. 能求正、餘弦函數之導函數與反導函數。
3. ① 了解積分的變數替代法。  
② 知道圓與橢圓面積的求法。

### 五、

1. ① 從具體的例子（例如複利之計算等）了解數列  $(1 + \frac{1}{n})^n$  的極限，進而了解數列

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$$

- ② 了解自然對數的意義。
2. ① 能求對數函數的導函數。  
② 瞭解  $\int_1^x \frac{1}{t} dt = \log x$
3. ① 瞭解指數函數  $e^x$  的意義。  
② 知道  $e^x$  的導函數及反導函數。

課 程 綱 要	單 元 目 標
<p>一、矩陣</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 矩陣的意義：以列表、記帳等實例引入矩陣並介紹有關名詞。</li> <li>2. 矩陣的加減法，係數積及其應用：說明矩陣的加減法，係數積及其基本性質。</li> <li>3. 矩陣的乘法及其應用。</li> <li>4. 線性方程組與矩陣。</li> </ol>	<p>一、</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 認識矩陣，知道兩矩陣相等的充要條件。</li> <li>2. 能作矩陣的加減法與係數積的運算並知道其基本性質。</li> <li>3. ① 熟練矩陣的乘法運算並知道其基本性質。 ② 了解逆方陣的意義並知其唯一性。</li> <li>4. ① 能線性聯立方程組表寫為矩陣的形式。 ② 了解矩陣基本列運算的意義。 ③ 能利用矩陣基本列運算解線性聯立方程組。 ④ 能利用矩陣基本運算求一方陣的逆方陣。</li> </ol>
<p>二、行列式</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 行列式及其基本性質：複習行列式的意義及其基本性質。</li> <li>2. 行列式及線性方程組：討論方陣 <math>A</math> 為可逆與 <math>\det A \neq 0</math> 之相關性，介紹 Cramer 法則。</li> <li>3. 向量的線性相關與線性獨立：介紹 <math>R^n</math> 空間向量之線性相關與線性獨立以及基底的概念。</li> </ol>	<p>二、</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ① 了解二、三階行列式的意義；知道 <math>n</math> 階行列式的子行列式（與子餘式）展開。 ② 能證明二、三階行列式的基本性質，知道對於 <math>n</math> 階行列式這些性質亦能成立。</li> <li>2. ① 知道方陣 <math>A</math> 為可逆若且唯若 <math>\det A \neq 0</math>。 ② 了解 Cramer 法則的原理，並能利用它解線性方程組。 ③ 知道線性方程組之係數行列式與其解之間的關係。</li> <li>3. ① 了解線性相關與線性獨立的意義及其基本性質。 ② 知道如何利用行列式去判斷向量之線性相關或線性獨立。 ③ 了解基底的意義。 ④ 知道 Steiniz 代換定理。</li> </ol>
<p>三、線性變換</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 向量的內積與 <math>R^3</math> 空間的幾何：複習有關教材，介紹單直基底以及 Gram-Schmidt process。</li> <li>2. 線性變換與矩陣：配合實例（實轉軸、正射影、對稱變換等）說明 <math>R^2</math> 與 <math>R^3</math> 空間之線性變換以及其與矩陣間的對應關係。</li> <li>3. 線性變換與基底：說明基底與線性變換間的關係並介紹相似方陣。</li> </ol>	<p>三、</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ① 知道內積的意義及其基本性質。 ② 知道如何利用向量的觀念去處理 <math>R^2</math> 與 <math>R^3</math> 空間幾何問題。 ③ 了解單值基底的意義，並能利用 Graw-Schmidt process 由一基底導出一單值基底。</li> <li>2. ① 了解線性變換的意義及其基本性質。 ② 了解線性變換與矩陣間的對應關係。 ③ 知道若兩方陣 <math>A</math> 與 <math>B</math> 之積 <math>AB=I_n</math> 則 <math>BA=I_n</math>。</li> <li>3. ① 了解轉變矩陣的意義。 ② 知道線性變換之矩陣與轉變矩陣間的關係。 ③ 知道相似方陣的意義及其基本性質。</li> </ol>
<p>四、固有理論</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 固有值與固有向量：介紹線性變換（或矩陣）的固有</li> </ol>	<p>四、</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ① 了解線性變換（或矩陣）的固有值與其固有向量</li> </ol>

值與其固有向量以及固有多項式。

2. 應用：(以實例說明)

及固有多項式的意義並熟練其求法。

2. ① 能利用固有值的觀念作矩陣乘冪的計算。

② 能利用固有值的概念將二次式標準化。

## 九、有限數學課程綱要草案

課 程 綱 要	單 元 目 標
<p>一、機率與統計</p> <p>1. 獨立事件與相關事件。</p> <p>2. 條件機率及 Bayes 定理。</p> <p>3. 期望值</p> <p>4. 變異數</p> <p>5. 二項式定理在機率上的應用。</p> <p>6. 應用(例如：壽險費率問題)</p> <p>7. 統計</p> <p>二、矩陣</p> <p>1. 矩陣的基本運算及其性質。</p> <p>2. 列運算：(a) 基本列運算</p> <p style="padding-left: 2em;">(b) 以列運算解一次方程組</p> <p style="padding-left: 2em;">(c) 以列運算求反方陣。</p> <p>3. 行列式</p> <p>三、線性規畫</p> <p>1. 不等式作圖：</p>	<p>一、</p> <p>1. (1) 明瞭事件相關或獨立的意義。</p> <p>(2) 了解事件獨立的充要條件。</p> <p>(3) 能求獨立事件與相關事件的機率。</p> <p>2. (1) 了解條件機率的意義。</p> <p>(2) 能利用相關事件，互斥事件，條件機率的觀念證明 Bayes 定理。</p> <p>(3) 能利用 Bayes 定理決定某些事件發生的條件機率。</p> <p>3. (1) 了解隨機變數，機率分佈及一些常見的機率分佈。</p> <p>(2) 能經由實例了解期望值的定義法。</p> <p>(3) 了解期望值的運算性質。</p> <p>4. (1) 明白介紹變異數的目的及變異數的意義。</p> <p>(2) 能求變異數。</p> <p>5. 知道二項機率模式及其例題。</p> <p>6. 使了解機率在日常生活的一些確實用途。(例如壽險費率問題)</p> <p>(1) 了解壽險費率訂定的原理，實際上是機率的問題。</p> <p>(2) 知道如何訂定保險費率。</p> <p>二、</p> <p>1. (1) 了解矩陣的基本名詞及矩陣的運算。</p> <p>(2) 能將實際問題改寫成以矩陣表示。</p> <p>2. (a) (1) 熟悉列運算。</p> <p>(2) 了解矩陣的秩。</p> <p>(b) (1) 明瞭如何由矩陣列運算解多元一次方程組。</p> <p>(c) (1) 明白反方陣的意義。</p> <p>(2) 了解如何由列運算求反方陣。</p> <p>(3) 知道利用反方陣解方程組的方法。</p> <p>3. (1) 複習 2 階、3 階行列式的計算及性質。</p> <p>(2) 認識 <math>n</math> 階行列式的展開式及性質。</p> <p>(3) 利用行列式求反方陣。</p> <p>三、</p> <p>1. (1) 熟練二維及三維空間一次不等式的作圖。</p>

## 2. 極大值、極小值問題：

## 3. 極大值問題的一般討論：

即求  $Z=cX$  的極大值

$$AX \leq B$$

$$X \geq 0 \text{ 的討論}$$

其中  $B=[b_i]_{m \times 1}$   $A=[a_{ij}]_{m \times n}$

$$X=[X_i]_{n \times 1}$$

## 4. 單體法

## 5. 極小值問題

## 四、矩陣與機率的其他應用

例如：

- (a) 遺傳學上
- (b) 學習行為的數學模式
- (c) 經濟學上

2. (1) 舉例說明日常生活中的極值問題，及其列式方法。
- (2) 瞭解前節作圖練習在實際求極值時的應用。

## 3. 了解：

- (i) 線性函數  $Z=cX$ ，在  $AX \leq B$  所圍的有限區域  $S$  中，必有極大值。
- (ii) 極大值不一定唯一。
- (iii) 討論退化的極大值問題（即某些解中含有 0 座標的例子）

## 4. (1) 知道學習單體法的必要性。

(2) 瞭解單體法，求解極大值問題的運算步驟。

(3) 能利用單體法，求解作圖法不能求解的極大值問題。

## 5. (1) 了解極小值問題與極大值問題的密切關係。

(2) 了解對偶定理，並能利用它將極小值問題轉化成極大值問題，再經由求解極大值問題求解極小值問題。

## 四、

- (a) (1) 能利用矩陣處理遺傳性質。
- (b) (1) 瞭解以矩陣記錄學習行為的實驗結果，
- (2) 能配合機率及矩陣以預估達成某種行為的機率。
- (c) (1) 明白經濟學上，生產與需求間的關係可以用矩陣表示。
- (2) 了解一些可用矩陣處理的經濟學上有關供需的模式。

## 十、教科書編輯原則

1. 教科書編輯應採口語方式敘述，文字力求簡明流暢。
2. 名詞與符號應根據部頒規定。
3. 各單元應針對目標，把握其重點與精神。
4. 各章節之前宜簡要說明該章節之主要目標，以及處理方式等。
5. 應顧及縱的銜接並配合其他學科。
6. 定義與定理宜儘量附以實例說明。
7. 定理證明務求層次分明，條理清晰。
8. 各章節應安排適當練習題，供課內練習之用。
9. 各章節應安排適當的習題，供學生課後習作。
10. 例題與習題應儘量與實際生活配合。
11. 習題應配合例題。
12. 儘量以圖例說明。
13. 圖表應力求準確明晰。
14. 教學指引應包括下列項目：
  - (1) 教學目標。
  - (2) 教學時數。
  - (3) 教材地位分析。
  - (4) 教學注意事項。
  - (5) 教具使用說明。
  - (6) 參考資料。
  - (7) 習題簡答。
  - (8) 評量事項。