
書評·書介

「初等微分幾何講稿」書介

張 憶 壽

作 者：黃 武 雄

出 版：人間文化事業公司

郵撥帳號：

126328 藍坤助

在大學部的課程裏，微分幾何具備着若干的特殊地位。

簡單的說，微分幾何是以數學分析為工具來研究幾何圖形的性質。

在小學與中學裏，我們都有過學習幾何圖形的經驗。小學生求算某些長度、面積與體積的問題。中學生學得比較多，有平面幾何和解析幾何。平面幾何討論平面上直線與圓所構成的圖形。解析幾何討論直線、圓、橢圓、拋物線以及雙曲線等所構成的圖形。在平面幾何的討論中，我們幾乎沒有採用什麼其他的數學工具。在解析幾何裏，我們則是把幾何圖形看成為代數多項式的解，而以這些多項式的性質為基礎來觀察幾何圖形；也就是說，我們是以某些代數學的知識來研究幾何圖形。對許多人來講，這曾經是一個相當愉快的學習經驗。

不過，解析幾何還是有不能讓人滿意的地方。

在平常生活中，我們已經有意無意的培養了許多關於圖形的初步概念。譬如說，我們都粗略的知道曲線具有所謂的曲率，然而我們並不十分清楚曲率究竟是個什麼東西。這是一個無法在解析幾何裏找到解答的問題。它以及其他類似的初步概念正好是我們學習微分幾何的出發點。

微分幾何學的發展史也大致是這樣的。早期的微分幾何是從解析幾何與微積分開始，探討一些三度空間中曲線與曲面的性質；之後，高斯和黎曼把焦點放在幾何圖形的內在性質上，由此，開啓了近代微分幾何學的大門。

幾何圖形的內在性質可以如下比喻。假設在某個曲面上有一隻小螞蟻，小螞蟻身材小，看得不遠，因此，它沒法經由視覺查出曲面的彎曲性，它的視覺告訴它，曲面是平的。（古時候，各種交通工具都不夠發達，我們人類也是把地看成平的！）但是，小螞蟻爬呀爬的，計數着自己的旅程（小螞蟻不會飛），也終會發現若干奇怪的現象，經由這樣方式所發現的幾何性質便是這個曲面的內在性質。（想想麥哲倫！）

以高斯與黎曼時代的研究成果為內容的微分幾何課程必然是生動有趣受人歡迎的。可惜，事實上似乎並不如此。

從黎曼到現在，微分幾何學有了相當多的進展。這些進展中的主要部分是建立在一套抽象嚴密的語言與機器之上。而學會使用這套語言的本身便是一項相當吃力的工作。

於是，我們看到了兩種類型的微分幾何書籍。一類是先把流型、張量、微分式，甚至 Cohomology 等

介紹完了再來談幾何結果。這種做法的優點是陳述簡便，所得到的結果也比較容易有大一點的涵蓋範圍。可是，它忽略了學習者的心理因素，把引人興趣的圖形直觀壓縮到最後，而迫使絕大部分的學習工夫花費在熟練這堆語言與機器之中。更壞的是，它會讓初學者有這麼個印象，以為如以這般的辛勤工作便是在學數學了！看到這裏，若是讀者們自然而然的聯想起這些年來吵吵鬧鬧的「新數學」的話，那麼，這正是某些人士欲言又止的東西了吧？！

另一類的做法是傳統式的，避免了大規模的介紹語言與機器，但是，陳述之中卻又顯得瑣碎繁雜。

因此，一本好的微分幾何入門書籍便是長久以來為大家所期盼的。早先 Hicks 寫了一本「Notes on Differential Geometry」，後來，O'Neill 又寫了一本「Elementary Differential Geometry」。他們都希望用比較簡潔的現代語言來介紹古典微分幾何的結果，以便於讀者深入堂奧，研讀新近的著作。

O'Neill 的書在某種意義下是成功的，在美國、在臺灣都有許多讀者。對於大學部的學生而言，O'Neill 的書要比 Hicks 的書合用多了。大致上說來，讀完 O'Neill 的書再讀 Hicks 的書會比較愉快。

入門的微分幾何書籍要讓讀者有機會欣賞古典的結果，也要使讀者能夠順利的學習閱讀近代著作所必要的語言。當然，若是能夠畫龍點睛的把數學的內容與形式的關係交待出來，那就更好了。

本書是黃武雄教授的新近編著。內容共分兩篇：曲線篇與曲面篇。曲線篇旨在說明活動標架法，曲面篇主要介紹 Gauss Theorem、Gauss-Bonnet 定理與 Hopf-Poincaré 定理。所選的材料皆屬古典微分幾何中最為生動的部分。

在所有的數學分支中，幾何是最為要求學習者隨時培養直觀概念的了。留意着圖形直觀的人在微分幾何的研讀中佔盡了便宜，而忽視直觀，企圖以公理——定義——定理的形式來研讀的人將會處處碰壁，一籌莫展。我們可以看出，黃武雄是在借用微分幾何來突出說明直觀概念在數學學習中的地位。細心的讀者也許會發現，黃武雄是在處心積慮的吸吮圖形直觀中的每一滴蜜汁！

目前的數學教育（中學、大學乃至研究所）過分強調邏輯推理訓練。學生們的長處往往侷限於檢驗冗長證明中各項數學式子的前後邏輯關係，而幾乎很少提及所學習的各件數學知識在自然科學或社會科學中的地位。從自然科學或社會科學中釐出數學問題，加以解決，提出理論，再回頭去檢試原先的問題是一條自然的道路。不管是科學家或者是學生都會覺得這條道路富有極高的啟發性。黃武雄為了提倡「問題——分析——理論——問題」的做法，也利用本書的曲線篇，作了一個大膽的嘗試。

末了，容我在這強調一下，這是一本中文的數學書籍。顯然的，本書在材料的選取與安排，數學的白話表達上都顯示了作者的修養，也都達到了相當的水準。在中文數學書，尤其是好的中文數學書難得見到的今天，筆者實在不願苛責什麼。筆者唯一的願望是看到寫得出好書的朋友們能夠提起筆來寫本好書。

——本文作者任教於中央大學數學系