

### 3203 (王進賢先生提供)

世間的遊戲常見「大吃小」，且讓我們換換口味，改成「小吃大」來玩玩。

首先，取出若干個棋子分成若干堆，然後任取兩堆（稱爲  $A$  堆， $B$  堆，分別有  $p$  和  $q$  個， $p \geq q$ ），喊聲“叫吃”， $A$  堆中棋子就移動  $q$  個到  $B$  堆中。（如此  $A, B$  兩堆就以  $p - q$  與  $2q$  個的新面目加入遊戲的行列，只有當  $p = q$  時，兩堆才會合成一堆。）我們的遊戲就一直在任取兩堆做“叫吃”運動下繼續下去直到所有棋子聚集在一堆裏。聰明的看官，玩幾次試試看吧！

經過一番嘗試或思索後，您不難發現，遊戲有無終止之時受兩樣因素影響：一是棋子總數，一是分堆的方式。假如棋子總數是奇數，不論怎樣分堆（當然兩堆以上），遊戲永無終止之日。假如棋子總數是偶數，至少有一種分法可使遊戲得以結束。我們提出下列兩個問題請各位想想：

- (1) 假如棋子總數是  $2^n$  個， $n \in N$ ，證明不論怎樣分堆都可以找到一連串“叫吃”運動結束遊戲。
- (2) 假如棋子總數是偶數，問：怎樣的分堆方式可以找到一連串的“叫吃”運動結束遊戲？